目　　录

导言 ………………………………………………………… 1
致谢 ………………………………………………………… 7

第一部分　策略均衡

1　对扩展型博弈中均衡点完美性概念的重新考察 …… 3
2　连锁店悖论 ……………………………………………… 46
3　论不对称动物争斗中的演进稳定策略 ……………… 85

第二部分　应用博弈理论

4　绑架的简单博弈模型 …………………………………… 99
5　简单的不完全竞争模型，其中 4 个则少，
　6 个就多 ……………………………………………… 116
6　垄断规模结构和盈利性模型 ………………………… 201
7　卡特尔法律是否对实业不利？ ……………………… 231

第三部分　合作

8　不完全信息谈判：数值实例 ………………………… 271
9　特征函数型谈判的非合作模型 ……………………… 307

第四部分　实验经济学

10　经济行为中的公平原则 …………………………… 335

VISIT…

LANZAROTE

Caliente.com

11 3人配额博弈谈判的非合作模型中的联盟概率 …… 350
12 3人特征函数实验的等量分配支付限额 …………… 367
人名索引 …………………………………………… 382
名词中英文索引 ………………………………… 386
莱因哈德·泽尔滕主要作品年表 ………………… 400

第一部分　策略均衡

1. 对扩展型博弈中均衡点完美性概念的重新考察

1.1 导言

完美均衡点概念的引入是为了排除在未达到的子博弈中采用非均衡行为的可能性(Selten, 1965, 1973)。遗憾的是对这一完美性的定义没有消除博弈未达到部分中可能产生的所有难题,因此有必要对如何为扩展型博弈定义一种令人满意的非合作均衡概念这一问题进行重新考察。故在本论文中引入了一种完美均衡点的新概念[①]。

回头看来,以往对"完美"一词的使用显得不够成熟,因此以往意义上的完美均衡点将被称为"子博弈完美"。完美性的新定义具有这样的特性:完美均衡点总是子博弈完美的,但一个子博

---

① 1.7节中所描述的基于微小错误模型而定义一种完美均衡点的思路来自于John C. Harsanyi。笔者在这一概念公式化的问题上,早一些时候进行过未发表的尝试,但不太令人满意。这里我对John C. Harsanyi致以深切谢意,他对这篇论文具有重大影响。

弈完美均衡点则可能不是完美的。

以下将显示任意完美回忆有限扩展型博弈均至少具有一个完美均衡点。

由于在标准型中无法发现子博弈完美性，所以为了考察完美性问题，标准型显然不能代表扩展型，因此引入一种“代理人标准型”作为完美回忆博弈的代表比较合适。

1.2 具有完美回忆的扩展型博弈

在本文中，扩展型博弈一词将总是指有限扩展型博弈。这类博弈可以描述为一个六元集：

$$\Gamma = (K, P, U, A, p, h) \tag{1.1}$$

其中，元素 K, P, U, A, p 和 h 意义如下[①]：

博弈树：

博弈树 K 是一个有限树，具有一个点 o，为 K 的原点。将 o 和一个节点 x 连接起来的节点和边的序列被称为到 x 的路径。当 x 不同于 y 而且到 y 的路径包含到 x 的路径时，我们说 x 在 y 之前或者 y 在 x 之后。一个终点是指一个节点 z，具有性质：没有节点在 z 之后。所有终点的集合记为 Z。原点到一个终点的一条路径被称为博弈的一种进行过程，各节点间的线段也被称为选项。在 x 处的一个选项是连接 x 和 x 之后的一个节点的一条线。K 的所有非终点的节点构成的集合标记为 X。

局中人分割：

局中人分割 $P = (P_0, \cdots, P_n)$ 将 X 分割为局中人集合。P_i

① 概念与 Kuhn(1953)所使用的不一样。

被称为局中人 i 的局中人集合(局中人 P_0 为“随机”局中人，代表博弈中负责进行随机决策的随机机制)。局中人集合可能是空集。局中人集合 P_i，$i=1,\cdots,n$，被称为个体局中人集合。

信息分割：

对 $i=1,\cdots,n$，P_i 的子集 u 被称为(作为一个信息集)是恰当的，如果 u[①]是非空的，且博弈的任何进行过程和 u 相交最多一次，以及对于任意节点 $x\in u$ 有 x 处的可选项数目相等。如果 u 正好包含一个节点，子集 $u\in P_0$ 被称为恰当的。信息分割 U 是局中人分割 P 分化为局中人集合的恰当子集 u，这些集合 u 被称为信息集。满足 $u\subseteq P_i$ 的信息集 u 被称为局中人 i 的信息集。局中人 i 的所有信息集构成的集合记为 U_i，局中人 $1,\cdots,n$ 各自的信息集被称为个体信息集。

选择分割：

对 $u\in U$，令 A_u 为在节点 $x\in u$ 处所有选项构成的集合。我们说 A_u 的一个子集 c(作为一种选择)是恰当的，如果它对于任何节点 $x\in u$ 在 x 处只包含一种选项。选择分割 C 将选项集合 K 分割为 $u\in U$ 的 A_u 的恰当子集 c。这些集合 c 被称为选择。A_u 的子集被称为 u 处的选择。u 处的所有选择的集合记为 C_u。在一个个体信息集处的一种选择被称为一个个体选择。非个体选择的选择称为随机选择。我们说节点 x 在选择 c 之后，是指 c 中的一条边在到 x 的路径之上，这时我们也称 c 在到 x 的路径之上。

概率分配：

C_u 之上的概率分布 p_u 被称为是完全混合的，如果它对任意 $c\in C_u$ 赋予了正的概率 $p_u(c)$。概率分配 p 是一个函数，它

① 原文为 n，有误，按上下文应为 u。——译者注

对任意 $u\in U_0$ 在 C_u 之上赋予了一种完全混合概率分布 p_u（p 确定了随机选择的概率）。

支付函数：

支付函数 h 对于 K 的任意终点 z 赋予一个实数值向量 $\boldsymbol{h}(z)=(h_1(z),\cdots,h_n(z))$。向量 $\boldsymbol{h}(z)$ 称为 z 处的支付向量，元素 $h_i(z)$ 是局中人 i 在 z 处的支付。

完美回忆：

一种扩展型博弈 $\Gamma=(K,P,U,A,p,h)$ 被称为具有完美回忆的扩展型博弈，是指对于任意局中人 $i=1,\cdots,n$ 和同一局中人 i 的任意两个信息集 u 和 v，满足以下条件：如果一个节点 $y\in v$ 在 u 处的一种选择 c 之后，则任何节点 $x\in v$ 在这一选择 c 之后[①]。

解释：

在完美回忆博弈中，一个局中人 i 在他的信息集 v 处进行决策时，必须知道博弈以往进行达到了他的哪些信息集和在那里所采取的选择。显然，如果一个局中人具有记住过去所为的能力，则他总会记住这些事。由于博弈论讨论的是完全理性的决策者的行为，他们的推理和记忆的能力是无限的，所以局中人是个体而非团队的博弈，必然具有完美回忆。

是否有必要考察局中人是团队而非个体的博弈呢？下面我们将试图说明，至少在严格的非合作博弈理论中对这一问题的回答是：不。原则上，通过把博弈中的每一个相关个体设定为独立的局中人的方式，是可以对任意给定的人际冲突建模的。在具有同样目的个体构成的团队中，可以把个体描述为具有相同支付函数的独立局中人。对于这一观点有人会提出反对意见，

① 完美回忆的概念由 H. W. Kuhn(1953)引入。

认为一个团队可能并不仅仅是由于偶然相同的支付而联系在一起的。团队可能是一个由有特殊合作可能性的个体事前已经建立的联盟，并拒绝局中的某些个体组合加入，这种类型的已有联盟超出了严格的非合作博弈理论的框架。然而这种反对意见并非有效。在严格的非合作博弈中，局中人必须对合作或其他未经明确建模为扩展形式的协作没有任何认识。如果存在类似已有联盟之类的因素，其成员必须以独立的局中人出现，而团队的特定可能性必须是扩展型博弈结构中的一部分。

按照以上观点，没有不具备完美回忆的严格非合作扩展型博弈的位置。在严格非合作博弈理论的框架中，这一类博弈被当做关于人际冲突形势的错误模型而拒绝。

1.3 策略、期望支付和标准型

在这一节中针对扩展型博弈 $\Gamma=(K,P,U,A,p,h)$ 引入了几种定义。

局部策略：

在信息集 $u\in U_i$ 处的局部策略 b_{iu} 是 u 处选择集合 C_u 的概率分布；对 u 处任意选择 c 赋予概率 $b_{iu}(c)$。一种局部策略 b_{iu} 被称为纯的，是指它对 u 处某一选择 c 赋予概率 1，而对其他选择赋予概率 0。在不会引起混淆时，在选择 c 和赋予 c 概率 1 的纯局部策略之间将不做区分。

行为策略：

个体局中人 i 的行为策略 b_i 是一个函数，对任意 $u\in U_i$ 赋予局部策略 b_{iu}。局中人 i 的所有行为策略构成的集合记为 B_i。

纯策略：

局中人 i 的纯策略 π_i 是一个函数，对任意 $u \in U_i$ 赋予 u 处的选择 c(一种纯局部策略)。显然，纯策略是一种特殊的行为策略。局中人 i 所有纯策略构成的集合记为 Π_i。

混合策略：

局中人 i 的混合策略 q_i 是 Π_i 的一种概率分布；对任意 $\pi_i \in \Pi_i$ 赋予概率 $q_i(\pi_i)$。局中人 i 所有混合策略 q_i 的集合记为 Q_i。在不会引起混淆时，在纯策略 π_i 和赋予 π_i 概率为 1 的混合策略 q_i 之间将不做区分。纯策略被视为混合策略的特例。

混合行为策略：

局中人 i 的混合行为策略 s_i 是 B_i 上的概率分布，对 B_i 中有限数目的元素赋予正概率 $s_i(b_i)$，而对 B_i 中的其他元素赋予零概率。在行为策略 b_i 和赋予 b_i 概率为 1 的混合行为策略之间将不做区分。局中人 i 所有混合行为策略的集合记为 S_i。显然，纯策略、混合策略和行为策略均可视为特殊的混合行为策略。

组合：

混合行为策略组合 $s=(s_1,\cdots,s_n)$ 是混合行为策略 $s_i \in S_i$(各自对应各个体局中人)的 n 元集。纯策略组合 $\pi=(\pi_1,\cdots,\pi_n)$、混合策略组合和行为策略组合的定义与之相类似。

实现概率：

采用混合行为策略的局中人 i 行动如下：他首先采用一种随机机制以概率 $s_i(b_i)$ 选择一个行为策略 b_i，然后在博弈进行过程中在所达到的每个 $u \in U_i$ 处以概率 $b_{iu}(c)$ 选择一个 c。令 $s=(s_1,\cdots,s_n)$ 为混合行为策略组合。假设局中人采取 s_i，我们可以对每个节点 $x \in K$ 计算出在 s 下 x 的实现概率 $\rho(x,s)$。这一概率 $\rho(x,s)$ 是如果采用 s，则博弈进行达到 x 的概率。由于以上阐述已经足够清楚地给出了 $\rho(x,s)$ 的定义，所以这里不再给出关于 $\rho(x,s)$ 的更精确的定义。

期望支付：

在实现概率的帮助下，期望支付向量 $\boldsymbol{H}(s)=(H_1(s),\cdots,H_n(s))$可以计算如下：

$$\boldsymbol{H}(s)=\sum_{z\in Z}\rho(z,s)h(z) \qquad (1.2)$$

由于纯策略、混合策略和行为策略是混合行为策略的特例，所以期望支付的定义(1.2)也相应适用。

标准型：

标准型 $G=(\Pi_1,\cdots,\Pi_n;H)$由 n 个有限非空且两两不相交的纯策略集合 Π_i 和定义在 $\Pi=(\Pi_1,\cdots,\Pi_n)$①上的期望支付函数 H 组成。期望支付函数 H 对任何 $\pi\in\Pi$ 赋予支付向量 $\boldsymbol{H}(\pi)=(H_1(\pi),\cdots,H_n(\pi))$实数值。对任一扩展型博弈 Γ，以上定义的纯策略集合和期望支付函数生成了 Γ 的标准型。

为了计算混合策略组合的期望支付向量，只要知道 Γ 的标准型就足够了，但对于行为策略组合来说情况就不一样了。正如我们将要看到的，从扩展型转换为标准型丢失了一些重要的信息。

1.4 库恩定理

库恩(Kuhn, 1953)对于完美回忆博弈证明了一个重要定理。在这一节中库恩定理将以一种略有变化的形式重新表述。为此需要进一步引入一些定义。和前面一样，这些定义针对扩展型博弈 $\Gamma=(K,P,U,A,p,h)$。

符号约定：

---

① 原文为 $\Pi=\Pi_1 x,\cdots,x\Pi_n$，有误，根据上下文进行了修正。——译者注

令 $s=(s_1,\cdots,s_n)$为混合行为策略组合，并令 t_i 为局中人 i 的一个混合行为策略。

s_i 替换为 t_i 而 s 的其他元素保持不变所形成的组合 $(s_1,\cdots,s_{i-1},t_i,s_{i+1},\cdots,s_n)$记为 s/t_i，同样的符号约定也适用于其他类型的策略组合。

实现等价：

令 s_i' 和 s_i'' 为局中人 i 的两种混合行为策略。如果对于任意混合策略组合 s，我们有：

$$\rho(x,s/s_i')=\rho(x,s/s_i'')\quad \forall x\in K \tag{1.3}$$

则称 s_i' 和 s_i'' 是实现等价的。

支付等价：

令 s_i' 和 s_i'' 为局中人 i 的两种混合行为策略。如果对于任意混合策略组合 s，我们有：

$$H(s/s_i')=H(s/s_i'') \tag{1.4}$$

我们说 s_i' 和 s_i'' 是支付等价的。

显然，如果 s_i' 和 s_i'' 为实现等价的，则它们为支付等价的。这是因为式(1.3)对终点 z 也成立。

定理 1(库恩定理)：

在任意完美回忆扩展型博弈中，个体局中人 i 的任意混合行为策略 s_i 都有与之实现等价的行为策略 b_i。

为了证明这一定理，我们进一步引入其他一些定义。

条件选择概率：

令 $s=(s_1,\cdots,s_n)$为一种混合行为策略组合，令 x 为个体局中人 i 的一种信息集 u 中的一个节点，有 $\rho(x,s)>0$。对于 u 中的任意选择 c，我们定义条件选择概率 $\mu(c,x,s)$。选择 c 包含 x 处的一条边 e；这条边 e 连接 x 和另一个节点 y。概率

$\mu(c,x,s)$计算如下：

$$\mu(c,x,s)=\frac{\rho(y,s)}{\rho(x,s)} \tag{1.5}$$

概率$\mu(c,x,s)$是s被采用且x被达到时将采用选择c的条件概率。

引理1：

在任意扩展型博弈Γ(具有或者不具有完美回忆)中，在定义了条件选择概率$\mu(c,x,s)$的三元集(c,x,s)区域上，条件选择概率$\mu(c,x,s)(x\in u\in U_i)$和$s$的元素$s_j(j\neq i)$无关。

证明：

令$b_i^1,\cdots,b_i^k$为s_i以正概率$s_i(b_i^j)$选择的行为策略。对于$\rho(x,s)>0$，一个知道博弈进行已达到c，但不知道博弈开始前b_i^j中哪一个被选中的外部观察者可以利用这一知识由先验概率$s_i(b_i^j)$计算后验概率$t_i(b_i^j)$。后验概率$t_i(b_i^j)$和由b_i^j赋予局中人i在到x的路径上的选择的所有概率与$s_i(b_i^j)$乘积成比例。显然，$t_i(b_i^j)$取决于s_i，但和s的其他元素无关。条件选择概率$\mu(c,x,s)$可以写为：

$$\mu(c,x,s)=\sum_{j=1}^{k}t_i(b_i^j)b_{iu}^j(c) \tag{1.6}$$

这说明$\mu(c,x,s)$和$s_j(j\neq i)$无关。

引理2：

在任意完美回忆扩展型博弈Γ中，在定义了条件选择概率$\mu(c,x,s)$的三元集(c,x,s)区域上，我们有：

$$\mu(c,x,s)=\mu(c,y,s)\quad(x\in u,y\in u) \tag{1.7}$$

证明：

在完美回忆博弈中，对于$x\in u$，$y\in u$和$u\in U_i$，到x的路径上局中人i的选择和到y的路径上他的选择是相同的(不具

有完美回忆的博弈中这一点不成立)。因此在局中人 i 的混合行为策略 s_i 中，出现行为策略 b_i' 的后验概率在两个节点 x，y 处是相同的。因此由式(1.6)可以得到式(1.7)。

库恩定理的证明：

根据引理 1 和引理 2，在个体局中人的局中人集合 P_i 中的节点 x 处的条件选择概率可以由函数 $\mu_i(c, u, s_i)$ 描述，该函数取决于其混合行为策略 s_i 和信息集 u，其中 $x \in u$。

在 $\mu_i(c, u, s_i)$ 的帮助下，我们可以构造定理中所断言存在的行为策略 b_i。如果对于至少一个 $s = (s_1, \cdots, s_n)$（其元素为 s_i），我们有 $\mu(x, s) > 0$ 对某些 $x \in u$ 成立，则定义：

$$b_{iu}(c) = \mu_i(c, u, s_i) \tag{1.8}$$

对于找不到此类 s 的 $u \in U_i$ 赋予任意的局部策略 b_{iu}，这就使得 b_i 的构造完整了。

显然这一行为策略 b_i 和混合行为策略 s_i 是实现等价的。

库恩定理的意义：

这一定理显示，在完美回忆扩展型博弈中可以将注意力集中在行为策略上。局中人通过混合策略或者更一般的混合行为策略可以达到的任何结果，均可以通过相应的实现等价从而达到支付等价的行为策略，而这种行为策略的存在性由这一定理保证。

1.5 子博弈完美均衡点

这一节中我们将针对完美回忆扩展型博弈 $\Gamma = (K, P, U, A, p, h)$ 进一步引入一些定义。根据库恩定理，对这种博弈来说只有行为策略才是考察的重点。因此最优反应和均衡点概念

只对行为策略进行正式定义。

最优反应：

令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$为 Γ 的行为策略组合。局中人 i 的行为策略 $\tilde{b}_i$ 为对 b 的最优反应，如果我们有：

$$H_i(b/\tilde{b}_i) = \max_{b'_i \in B_i} H_i(b/b'_i) \qquad (1.9)$$

如果对 $i=1,\cdots,n$，行为策略 $\tilde{b}_i$ 是对 b 的最优反应，则行为策略组合 $\tilde{b}=(\tilde{b}_1,\cdots,\tilde{b}_n)$被称为是对 b 的最优反应。

均衡点：

如果 b^* 是对其自身的最优反应，则行为策略组合 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$被称为均衡点。

备注：

最优反应和均衡点的概念可以相应对混合行为策略定义。根据库恩定理，显然对于完美回忆博弈来说，行为策略均衡点是混合行为策略均衡点的特例。任意完美回忆扩展型博弈中，行为策略均衡点的存在是库恩定理和纳什关于任意有限博弈中混合策略均衡点存在的著名定理(Nash, 1951)两者相结合的直接推论。

子博弈：

令 $\Gamma=(K,P,U,A,p,h)$为具有或不具有完美回忆的扩展型博弈。K 的子树K'由 K 的一个节点 x 和 x 之后的所有节点与K 中连接K'的节点的所有边构成。如果 Γ 中包含K'中至少一个节点的任何信息集不包含 K'之外的任意节点的话，K'被称为Γ 的规范子树。对于任意规范子树 K'，子博弈 $\Gamma'=(K',P',U',A',p',h')$定义如下：$P'$，$U'$，$A'$，$p'$和 h'是分割 P，U，A 和函数 p 和 h 在K'上的限定。

生成策略：

令 Γ' 为 Γ 的子博弈，并令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$ 为 Γ 的行为策略组合。b_i 在 Γ' 中局中人 i 的信息集之上的限定是局中人 i 对 Γ' 的策略 b'_i，这一策略 b'_i 被称为 Γ' 上由 b_i 所生成的策略，而以这种方法定义的行为策略组合 $b'=(b'_1,\cdots,b'_n)$ 被称为 Γ' 上由 b 所生成的行为策略组合。

子博弈完美性：

扩展型博弈 Γ 的子博弈完美均衡点 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$ 是一种(行为策略)均衡点，它在 Γ 的所有子博弈上均生成均衡点。

1.6 数值示例

子博弈完美均衡点的概念排除了扩展型博弈中一些直观上不合理的均衡点。在这一节中我们将给出一种数值示例，它说明并非所有直观上不合理的均衡点均被这一定义排除。对此，示例的讨论将表明问题实质所在。

这一数值示例是图 1.1 中的博弈。显然这一博弈没有子博弈，任一局中人具有正好一个信息集。此博弈是完美回忆博弈。

由于每个局中人有两种选择 L 和 R，局中人 i 的行为策略可以由他选择 R 的概率 p_i 表示，行为策略组合由三元集 (p_1,p_2,p_3) 表示。

读者并不困难就可以自行证明图 1.1 中的博弈具有以下两类均衡点：

类型 1：　　$p_1=1,\ p_2=1,\ 0\leqslant p_3\leqslant\frac{1}{4}$

类型 2：　　$p_1=0,\ \frac{1}{3}\leqslant p_2\leqslant 1,\ p_3=1$

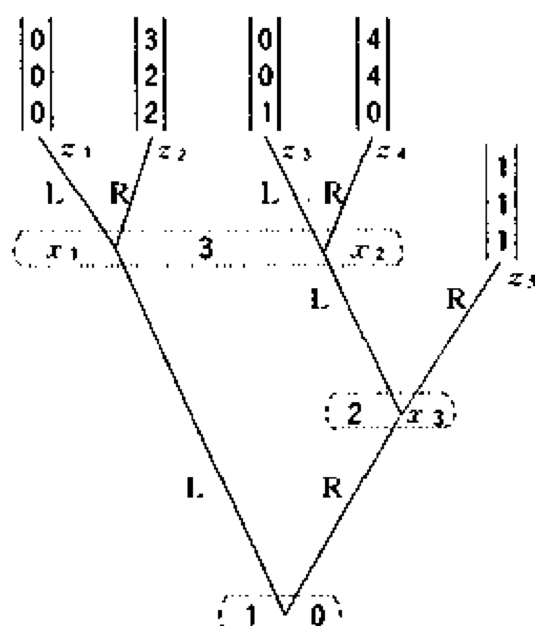


图 1.1 一种数值示例

信息集由虚线表示，选择由字母 L 和 R 标示（意指"左"和"右"）。支付向量由相应终点之上的列向量标示。

考察类型 2 的均衡点。如果这种类型的均衡点被采用，则没有达到局中人 2 的信息集。因此他的期望支付与他的策略无关，这就是为什么他的均衡策略是对其他局中人均衡策略的最优反应。

现在假设局中人相信一种特定的类型 2 的均衡点，如 (0,1,1) 是进行这一博弈的理性方法，那么相信局中人 2 在他被达到时会选择 R 是否真的是合理的呢？如果他相信局中人 3 会如均衡点所指定的那样选择 R，则对他来说选择 L 会更好，这样他会得到 4 而不是选择 R 会得到的 1。同样的推理也适用于类型 2 的其他均衡点。

显然，类型 2 的均衡点不能被认为是合理的。局中人 2 的选择不应由他在整个博弈中的支付期望来指引，而应由他在 x_3 处的条件支付期望指引。在整个博弈中的支付期望是在假设局

中人 1 的选择为 L 的基础上计算的,在 x_3 处这一假设被证明为错误的,局中人 2 必须假设局中人 1 的选择为 R。

对于任意策略组合(p_1, p_2, p_3),在假设局中人 2 的信息集已达到的基础上,可以计算他选择 L 或 R 的条件支付期望,但对局中人 3 来说就并非如此。局中人 3 的信息集可以以两种形式达到。考察类型 1 的一个均衡点,例如均衡点(1,1,0)。假设(1,1,0)被认为是进行该博弈的理性方式,再假设与这种信念产生的期望相反,局中人 3 的信息集被达到。在这种情况下局中人 3 必然会得到的结论是:局中人 1 或者 2 肯定偏离了博弈进行的理性方式,但是他不知道是哪一个产生了偏离。他没有明确的方法以在他的信息集内的节点上计算条件概率分布,这种概率分布会告诉他,如果他需要进行选择的话,他应以何种概率处于 x_1 和 x_2 上。

在 1.7 节中将引入一种模型,它基于这样一种思想,局中人会以极小的概率犯错误。这些错误概率不直接造成局中人 3 信息集内的节点上的条件概率分布。如我们将在 1.8 节中看到的,微小错误的引入可能会导致一种策略型局势,使理性策略中会有一些小的自愿偏离。

1.7 微小错误模型

如果局中人是绝对理性的话,将不会存在任何错误。不过,要对扩展型博弈中的均衡点进行令人满意的解释看来需要并不完全排除错误的可能性。这可以通过将完全理性视为不完全理性的极限情况来实现。

假设完美回忆扩展型博弈 Γ 中的个体局中人具有下述类

型的微小不完美理性：在任一信息集 u 处发生非理性事件的概率为较小的正概率值ϵ_u，一旦不符合理性的情况出现，u 处的任何选择c 将以某种正概率q_c 中选，可以认为这些概率是由一些不定心理机制所确定。每一个 ϵ_u 和 q_c 均假设为和其他概率无关。

假设 u 处的理性选择是一种局部策略，以概率 p_c 选择c，则 c 中选的全概率为：

$$\hat{p}_c = (1-\epsilon_u)p_c + \epsilon_u q_c \qquad (1.4)^{①}$$

概率 ϵ_u 和q_c 的引入将原博弈转换为一种新的博弈$\hat{\Gamma}$，其中局中人没有完全控制自己的选择。此类博弈将被称为关于 Γ 的扰动博弈。

显然，p_c 和 $\hat{p}_c$ 中何者被视为扰动博弈 $\hat{\Gamma}$ 中的策略变量并不重要。以下我们将采用后一种视角，这就是说在 $\hat{\Gamma}$ 中每个局中人i 选择一种行为策略，对局中人 i 的信息集u 向u 处的选择c 赋予概率分布，并使得 u 处选择c 所赋予的概率$\hat{p}_c$ 总是满足以下条件：

$$\hat{p}_c \geqslant \epsilon_u q_c \qquad (1.10)$$

概率 $\hat{p}_c$ 也受到上限 $1-\epsilon_u(1-q_c)$的限制；并不需要明确引入这一上限，原因是同一信息集中其他选择的概率之上的下限限制就蕴含着这一上限成立。借助于符号：

$$\eta_c = \epsilon_u q_c \qquad (1.11)$$

对任意个体选择 c，条件式(1.10)可以改写为：

$$\hat{p}_c \geqslant \eta_c \qquad (1.12)$$

考察关于 Γ 中个体选择c 的一系列正常数η_c，使得：

---

① 原文编号有误，如果加以更改以下编号均会变动，因此这里未加更改。——译者注。

$$\sum_{u\text{处的}c} \eta_c < 1 \qquad (1.13)$$

显然,对于任意这样的一组常数,我们可以确定正概率 ε_u 和 q_c,这就会生成一种扰动博弈 $\hat{\Gamma}$,其中条件式(1.10)和条件式(1.12)等价成立。因此我们可以对扰动博弈定义如下:

定义:

扰动博弈 $\hat{\Gamma}$ 是一种(Γ, η)对,其中 Γ 是一种完美回忆扩展型博弈,η 是一个函数,对 Γ 中的任意个体选择 c 赋予正概率 η_c 并使得式(1.13)成立。

η_c 被称为最小概率。对一个个体信息集 u 处的任意选择 c 定义:

$$\mu_c = 1 + \eta_c - \sum_{u\text{处的}c'} \eta_{c'} \qquad (1.14)$$

显然 μ_c 是条件式(1.7)所蕴涵的 $\hat{p}_c$ 的上限。这一概率 μ_c 被称为 c 的最大概率。

策略:

扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma, \eta)$的局部策略是满足条件式(1.12)的 Γ 的局部策略。$\hat{\Gamma}$ 中局中人 i 的行为策略是 Γ 中局中人 i 的一种行为策略,将 $\hat{\Gamma}$ 的局部策略赋予局中人 i 的信息集。$\hat{\Gamma}$ 中局中人 i 的所有行为策略组成的集合记为 $\hat{B}_i$。$\hat{\Gamma}$ 的行为策略组合是 Γ 的行为策略组合 $\hat{b}=(\hat{b}_1, \cdots, \hat{b}_n)$,其元素是 $\hat{\Gamma}$ 的行为策略。$\hat{\Gamma}$ 的所有行为策略组合组成的集合记为 $\hat{B}$。

最优反应:

令 $b=(b_1, \cdots, b_n)$为 $\hat{\Gamma}$ 的行为策略组合,如果我们有:

$$H_i(b/\tilde{b}_i) = \max_{b'_i \in \hat{B}_i} H_i(b/b'_i) \qquad (1.15)$$

$\hat{\Gamma}$ 中局中人 i 的行为策略 $\tilde{b}_i$ 被称为 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的最优反应。

如果$\tilde{b}$[①]的任一元素 $\tilde{b}_i$ 为 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的最优反应，$\hat{\Gamma}$ 的行为策略组合 $\tilde{b}=(\tilde{b}_1,\cdots,\tilde{b}_n)$ 被称为是 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的最优反应。

均衡点：

$\hat{\Gamma}$ 的均衡点是 $\hat{\Gamma}$ 的一种行为策略组合，它是 $\hat{\Gamma}$ 中对其自身的最优反应。

备注：

注意 Γ 中的最优反应和 $\hat{\Gamma}$ 中的最优反应之间存在差异。策略集 $\hat{B}_i$ 是策略集 B_i 的子集，在 $\hat{\Gamma}$ 中无法采用纯策略。

1.8 完美均衡点

可以通过一种完美均衡点的令人满意的定义而加以避免的难题与未达到信息集相关。在扰动博弈中不可能存在任何未达到信息集。如果 b 是扰动博弈中的一种行为策略组合，则实现概率 $\rho(x,b)$ 对 K 中任意节点 x 来说均是正的。这使得它具有一种优点，可将博弈 Γ 视为扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 的极限情形。以下将以扰动博弈均衡点的极限来定义一种完美均衡点。

扰动博弈序列：

令 Γ 为具有完美回忆的扩展型博弈。对于一种序列 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ $(k=1,2,\cdots)$，博弈 $\hat{\Gamma}^k=(\Gamma,\eta^k)$ 是 Γ 的一种扰动博弈，如果对 Γ 中个体局中人的任意选择 c，由 η^k 赋予 c 的最小概率序列 η^k_c 在 $k\to\infty$ 时收敛于 0，则这一序列被称为 Γ 的检验序列。

---

① 原文为 b_i，有误，根据上下文予以改正。——译者注

令 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$ 为 Γ 的检验序列，如果对于 $k=1,2,\cdots$，有 $\hat{\Gamma}^k$ 的均衡点 $\hat{b}^k$，使得 $k\to\infty$ 时序列 $\hat{b}^k$ 收敛于 b^*，则 Γ 的行为策略组合 b^* 被称为这一检验序列的极限均衡点。

引理 3：

完美回忆扩展型博弈 Γ 的检验序列 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$ 的极限均衡点 b^* 是 Γ 的一个均衡点。

证明：

$\hat{b}^k$①是 $\hat{\Gamma}^k$ 的均衡点，这一点可以由以下不等式表述：

对于任意 $b_i \in \hat{B}_i^k$，$i=1,\cdots,n$ 有

$$H_i(\hat{b}^k) \geqslant H_i(\hat{b}^k/b_i) \tag{1.16}$$

令 B_i^m 为 $k \geqslant m$ 的所有 $\hat{B}_i^k$ 的交集。对于 $k \geqslant m$，对任意 $b_i \in B_i^m$，我们有：

$$H_i(\hat{b}^k) \geqslant H_i(\hat{b}^k/b_i) \tag{1.17}$$

由于期望支付是行为策略组合的连续函数，因此我们对不等式两边取 $k\to\infty$ 的极限时不等式仍然成立。这导致：

对任意 $b_i \in B_i^m$，

$$H_i(b^*) \geqslant H_i(b^*/b_i) \tag{1.18}$$

不等式(1.18)对于任意 m 成立。由于所有 B_i^m 的并集的闭包是 B_i，而 H_i 具有连续性，所以对任意 $b_i \in B_i$，

$$H_i(b^*) \geqslant H_i(b^*/b_i) \tag{1.19}$$

不等式(1.19)表明 b 是 Γ 的均衡点。

完美均衡点：

令 Γ 为完美回忆扩展型博弈，Γ 的完美均衡点是 Γ 的一种

---

① 原文为 b^k，有误，根据上下文予以改正。——译者注

行为策略组合 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$，它具有性质：对于至少一种检验序列 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 组合 b^* 是 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 的极限均衡点。

解释：

检验序列的极限均衡点 b^* 具有的一种性质是：可以找到任意接近 b^* 的扰动博弈均衡点。完美均衡点的这种定义精确地表述了一种直观思想，即合理的均衡点应该可以以任意小不完美理性的方式进行解释。具有极限均衡点 b^* 的检验序列提供了此类解释。如果 b^* 不是至少一种检验序列的极限均衡点，则认为 b^* 对于完美理性的极小偏离来说是不稳定的。

到现在为止，还没有证明这种完美性蕴涵着子博弈完美性。为了完成这一点，我们需要关于扰动博弈均衡点的子博弈完美性的一种引理。

扰动博弈的子博弈：

令 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 为 Γ 的一种扰动博弈。$\hat{\Gamma}$ 的子博弈 $\hat{\Gamma}'=(\Gamma',\eta')$ 由 Γ 的子博弈 Γ' 和 η 对 Γ' 中个体选择 c 的限定 η' 组成，我们称 $\hat{\Gamma}'$ 由 Γ' 生成。如果 $\hat{\Gamma}$ 的任一子博弈 $\hat{\Gamma}'$ 上有均衡点 $\hat{b}'$，则称 $\hat{\Gamma}$ 的均衡点 $\hat{b}$ 是子博弈完美的。

引理 4[①]：

令 Γ 为完美回忆扩展型博弈，并令 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 为 Γ 的扰动博弈。$\hat{\Gamma}$ 的任意（行为策略）均衡点是子博弈完美的。

证明：

令 $\hat{b}'$ 为 $\hat{\Gamma}$ 的均衡点 $\hat{b}$ 在 Γ 的子博弈 $\hat{\Gamma}$ 上导致的行为策略组合。显然 $\hat{b}'$ 是由 $\hat{\Gamma}$ 生成的子博弈 $\hat{\Gamma}'=(\Gamma,\eta')$ 的行为策略组合。如果 $\hat{b}'$ 并非 $\hat{\Gamma}'$ 的均衡点，那么，对于某个体局中人 j 来说，存在 $\hat{\Gamma}'$ 的行为策略 b_j'，使得 $\hat{\Gamma}$ 中局中人 j 对于 $\hat{b}'/b_j'$ 的期望支

① 原文为3，有误。——译者注

付大于$\hat{\Gamma}'$中对于$\hat{b}'$的期望支付。考察$\hat{\Gamma}$的一种行为策略b_j，它在Γ'上和b'_j相同，而在$\hat{b}$的其他地方和局中人j的策略$\hat{b}_j$相同。由于$\hat{\Gamma}$的实现概率总是正的，$\hat{b}/b_j$时局中人j的期望支付会大于$\hat{b}$时他的期望支付。由于不存在具有这种性质的行为策略b_j，所以$\hat{b}'$是$\hat{\Gamma}'$的均衡点。

定理 2：

令Γ为完美回忆扩展型博弈，并令$\tilde{b}$为Γ的完美均衡点。对于Γ的任意子博弈Γ'，$\tilde{b}$会生成Γ'上的完美均衡点$\tilde{b}'$。

推论：

完美回忆扩展型博弈Γ的任意完美均衡点是Γ的子博弈完美均衡点。

证明：

令$\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$为$\Gamma$的检验序列，具有极限均衡点$\tilde{b}$。令$\hat{b}^1, \hat{b}^2, \cdots$为$\hat{\Gamma}^k$的均衡点$\hat{b}^k$的序列。由$\hat{b}^k$的子博弈完美性可以得到由$\Gamma'$生成的$\hat{\Gamma}^k$的子博弈，形成了$\Gamma'$的一种检验序列，$\tilde{b}'$是其极限均衡点。因此，$\tilde{b}'$是$\Gamma'$的完美均衡点。

这一推论是完美均衡点为一种均衡点这一结论的直接结果(参见引理 3)。

1.9 数值示例的再次考察

在这一节中我们将首先考察图 1.1 中数值示例的一种特殊的检验序列，以便计算其极限均衡点。对这一极限均衡点的接近方式展现了一种有趣的现象，它对于解释完美均衡点很重要。此后我们将表明类型 1 的任意均衡点为完美的。

令 $\epsilon_1, \epsilon_2, \cdots$ 为单调下降的正概率序列，$\epsilon_1 < 1/4$，$k \to \infty$ 时，$\epsilon_k \to 0$。令 Γ 为图 1.1 中的博弈，考察以下 Γ 的检验序列 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots k = 1, 2, \cdots$ 扰动博弈 $\hat{\Gamma}^k = (\Gamma, \eta^k)$ 定义为对 Γ 的任意选择 c 有 $\eta_c^k = \epsilon_k$。

如 1.7 节，令 p_i 为局中人 i 选择 R 的概率。行为策略组合可以由三元集 $p = (p_1, p_2, p_3)$ 表示。$\hat{\Gamma}^k$ 的行为策略组合受到以下条件限制：

$$1 - \epsilon_k \geqslant p_i \geqslant \epsilon_k \quad (i = 1, 2, 3) \tag{1.20}$$

正如我们将看到的，扰动博弈 $\hat{\Gamma}^k$ 只有一个均衡点 $p^k = (p_1^k, p_2^k, p_3^k)$，其元素 p_i^k 如下：

$$p_1^k = 1 - \epsilon_k \tag{1.21}$$

$$p_2^k = 1 - \frac{2\epsilon_k}{1 - \epsilon_k} \tag{1.22}$$

$$p_3^k = \frac{1}{4} \tag{1.23}$$

p^k 的均衡性质：

以下将说明 p^k 是 $\hat{\Gamma}^k$ 的一个均衡点。首先考察局中人 3 的局势。对于任意 $p = (p_1, p_2, p_3)$，局中人 3 的信息集处节点 x_1 和 x_2 的实现概率 $\rho(x_1, p)$ 和 $\rho(x_2, p)$ 由式(1.24)和式(1.25)给出：

$$\rho(x_1, p) = 1 - p_1 \tag{1.24}$$

$$\rho(x_2, p) = p_1(1 - p_2) \tag{1.25}$$

在局中人 3 的信息集被达到的情况下，如果他采取 R 选择，则他的期望支付为 $2\rho(x_1, p)$①；如果采取 L 选择，则期望支

① 原文为 $2\rho(x, p)$，有误。——译者注

付为 $\rho(x_2, p)$。因此 p_3 是 Γ^k 中对 p 的最优反应，当且仅当下式成立时：

当 $2(1-p_1)<p_1(1-p_2)$ 时，

$$p_3 = \epsilon_k \tag{1.26}$$

当 $2(1-p_1)=p_1(1-p_2)$ 时，

$$\epsilon_k \leqslant p_3 \leqslant 1-\epsilon_k \tag{1.27}$$

当 $2(1-p_1)>p_1(1-p_2)$ 时，

$$p_3 = 1-\epsilon_k \tag{1.28}$$

在 p^k 情形中，我们有：

$$\rho(x_1, p^k) = \epsilon_k \tag{1.29}$$

$$\rho(x_2, p^k) = 2\epsilon_k \tag{1.30}$$

因此由式(1.27)可得 p_3^k 是对 p^k 的最优反应。现在让我们来考察局中人 2 面临的局势。这里我们可以看到，p_2 是 Γ^k 中对 p 的最优反应，当且仅当下式成立时：

当 $p_3>1/4$ 时，

$$p_2 = \epsilon_k \tag{1.31}$$

当 $p_2=1/4$ 时，

$$\epsilon_k \leqslant p_2 \leqslant 1-\epsilon_k \tag{1.32}$$

当 $p_2<1/4$ 时，

$$p_2 = 1-\epsilon_k \tag{1.33}$$

根据式(1.32)可知，p_2^k 是对 p^k 的最优反应。

p_1 是 Γ^k 中对 p 的最优反应，当且仅当下式成立时：

当 $3p_3>4(1-p_2)p_3+p_2$ 时，

$$p_1 = \epsilon_k \tag{1.34}$$

当 $3p_3=4(1-p_2)p_3+p_2$ 时，

$$\epsilon_k \leqslant p_1 \leqslant 1-\epsilon_k \tag{1.35}$$

当 $3p_3<4(1-p_2)p_3+p_2$ 时，

$$p_1=1-\epsilon_k \tag{1.36}$$

根据式(1.36)可知，p_1^k 是对 p^k 的最优反应。

均衡点的惟一性：

下面将说明 p^k 是 $\hat{\Gamma}^k$ 的惟一均衡点。我们首先排除 $p_3\neq 1/4$ 的可能性。假设 p 是一个均衡点，其中 $p_3<1/4$，则由式(1.33)可知，我们将有 $p_2=1-\epsilon_k$。因此，$3p_3$ 小于 p_2。而由式(1.36)可得，$p_1=1-\epsilon_k$。由此可知，式(1.28)适用于 p_3。这样我们得到了 $p_3=1-\epsilon_k$，与假设 $p_3<1/4$ 矛盾。

现在我们假设 p 是一个均衡点，其中 $p_3>1/4$。由条件式(1.31)得到 $p_2=\epsilon_k$，由于 $1-p_2>3/4$，条件式(1.36)适用于 p_1。其结果是式(1.26)适用于 p_3，这与假设 $p_3>1/4$ 矛盾。

我们现在知道 $\hat{\Gamma}^k$ 的均衡点 p 必然满足 $p_3=1/4$。显然，式(1.36)适用于均衡点 p，这样必然有 $p_1=1-\epsilon_k$，进一步 p_3 不满足式(1.26)和式(1.28)。因此根据式(1.27)，均衡点 p 具有以下性质：

$$2(1-p_1)=p_1(1-p_2) \tag{1.37}$$

这和 $p_1=1-\epsilon_k$ 一起可以得到：

$$p_2=1-\frac{2\epsilon_k}{1-\epsilon_k} \tag{1.38}$$

对极限均衡点的自愿偏离：

$k\to\infty$ 时，序列 p^k 收敛于 $p^*=(1,1,1/4)$，这是检验序列 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 惟一的极限均衡点。

注意，p_1^k 无限接近 $p_1^*=1$，其原因是 p_1^k 为最大概率 $1-$

ϵ_k；与之相反，p_2^k 并非无限接近 p_2^*。概率 p_2^k①小于 $1-\epsilon_k$，差距为 $\epsilon_k(1+\epsilon_k)/(1-\epsilon_k)$。扰动博弈的规则迫使局中人 2 采取 L 选择的概率至少为 ϵ_k，然而他在这一最小概率之上"自愿"增加了概率 $\epsilon_k(1+\epsilon_k)/(1-\epsilon_k)$。我们在这种意义上讨论对极限均衡点的自愿偏离。

这种自愿偏离对实现概率 $\rho(x_1, p^k)$ 和 $\rho(x_2, p^k)$ 产生影响。如果局中人 3 的信息集被 p^k 达到，则 x_1 和 x_2 的条件概率为 1/3 和 2/3，这对任意 k 均成立。很自然的一种想法是将这些条件概率也作为极限均衡点 p^* 的条件概率。对在检验序列 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$ 中包含的关于微小错误概率的假设并不直接决定这些条件概率，而是间接地通过均衡点 p^k 影响。

类型 1 的均衡点的完美性：

以下将显示类型 1 的所有均衡点均是完美的。令 $p^* = (1, 1, p_3^*)$ 为这些均衡点中的一个。我们构造一种检验序列 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$ 使得 p^* 为 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$ 的极限均衡点。令 $\epsilon_1, \epsilon_2, \cdots$ 为递减正序列，$\epsilon_1 < p_3^*/2$，$k \to \infty$ 时 $\epsilon_k \to 0$。扰动博弈 $\hat{\Gamma}^k = (\Gamma, \eta^k)$ 中最小概率 η_c^k 定义为：

$$\eta_c^k = \begin{cases} \epsilon_k & \text{（如果 } c \text{ 为局中人 1 或 3 的选择）} \\ \dfrac{2\epsilon_k}{1-\epsilon_k} & \text{（如果 } c \text{ 为局中人 2 的选择）} \end{cases} \tag{1.39}$$

与以上"p^k 的均衡性质"中的推理相似，可以表明对于 $k = 1, 2, \cdots$ 以下行为策略组合 $\hat{p}^k = (\hat{p}_1^k, \hat{p}_2^k, \hat{p}_3^k)$ 是 $\hat{\Gamma}^k$ 的均衡点。

$$\hat{p}_1 = 1 - \epsilon_k \tag{1.40}$$

$$\hat{p}_2 = 1 - \frac{2\epsilon_k}{1-\epsilon_k} \tag{1.41}$$

① 原文为 p_2^*，有误，根据上下文改正。——译者注

$$\hat{p}_3 = p_3^* \tag{1.42}$$

这一序列 $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \cdots$ 收敛于 p^*，因此 p^* 是一个完美均衡点。

类型 2 的均衡点的不完美性：

这里将表明类型 2 的均衡点不是完美的。令 $p^* = (0, p_2^*, 1)$ 为类型 2 的均衡点，并令 $\hat{\Gamma}^1, \hat{\Gamma}^2, \cdots$ 为以 p^* 为极限均衡点的检验序列。令 $p^1, p^2, \cdots$ 为 $\hat{\Gamma}^k$ 的均衡点 p^* 序列，$k \to \infty$ 时收敛于 p^*。对于任意 $\epsilon > 0$，我们可以找到一个数值 $m(\epsilon)$，使得 $k > m(\epsilon)$ 时，以下条件(a)和(b)成立。(a) $\hat{\Gamma}^k = (\Gamma, \eta^k)$ 中的任意最小概率 η_c^k 小于 ϵ。(b) 对于 $i = 1, 2, 3$，我们有 $|p_i^* - p_i^k| < \epsilon$。因此从(a)和(b)可知，对于足够小的 ϵ，p_2^k 不是对 p^k 的最优反应；对于局中人 2 对 p^k 的最优反应，应该有 $p_2 < \epsilon$，而 p_2^k 不能小于 1/3，这就使它大于 ϵ。这说明 p^* 不会是检验序列的极限均衡点。

1.10 完美均衡点的分散化特性

在这一节中将表明，一种给定的行为策略组合是否为一个完美均衡点可以在博弈的信息集处局部决定。局部均衡点的概念将被引入，它由局部策略上的条件定义。如我们将看到的，扰动博弈中这些局部条件等价于一般的全局均衡条件。在这一结果的基础上将建立完美均衡点的分散化表述。

符号约定：

令 Γ 为扩展型博弈，b_i 为 Γ 中个体局中人 i 的行为策略。令 b'_{iu} 为局中人 i 的信息集 u 处的局部策略。符号 b_i/b'_{iu} 用于标记 b_i 赋予 u 的局部策略改变为 b'_{iu}，而 b_i 赋予其他信息集的

局部策略保持不变时的行为策略。令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$为行为策略组合。符号 b/b'_{iu}用来表示行为策略组合b/b'_i，其中 $b'_i=b_i/b'_{iu}$。u 处的所有局部策略的集合记为B_{iu}。

局部最优反应：

令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$为扩展型博弈 Γ 的行为策略组合，$\tilde{b}_{iu}$为个体局中人 i 在信息集 u 处的局部策略。如果有：

$$H_i(b/\tilde{b}_{iu}) = \max_{b'_{iu}\in B_{iu}} H_i(b/b'_{iu}) \tag{1.43}$$

局部策略 $\tilde{b}_{iu}$被称为Γ 中对b 的局部最优反应。

扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$中的局部最优反应的定义与之相似，如果我们有：

$$H_i(b/\tilde{b}_{iu}) = \max_{b'_{iu}\in \hat{B}_{iu}} H_i(b/b'_{iu}) \tag{1.44}$$

其中 $\hat{B}_{iu}$为$\hat{\Gamma}$ 中 u 处所有局部策略组成的集合，$\tilde{b}_{iu}$被称为$\hat{\Gamma}$ 中对b 的局部最优反应。

条件实现概率：

令 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$为完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈。对于个体局中人 i 的任意信息集u 和$\hat{\Gamma}$ 的任意行为策略组合$b=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$，我们定义条件实现概率 $\mu(x,b)$为：

$$\mu(x,b) = \frac{\rho(x,b)}{\sum_{y\in u}\rho(y,b)} \tag{1.45}$$

显然 $\rho(x,b)$为 b 被采用且u 被达到时x 被达到的条件概率。由于 $\rho(x,b)$对每个节点 x 均为正的，条件实现概率 $\mu(x,b)$对任意节点 x 有意义。令 x 为一个节点而z 是x 之后的终点。我们定义第二类条件实现概率 $\mu(x,z,b)$，它表示 b 被采用且x 被达到时z 被达到的条件概率。显然我们有：

$$\mu(x,z,b)=\frac{\rho(z,b)}{\rho(x,b)} \quad (1.46)$$

条件期望支付：

在完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$[①]中，对于个体局中人 i 的任意信息集 u，我们定义局中人 i 在 u 处的条件期望支付函数 H_{iu} 为：

$$H_{iu}(b)=\sum_{x\in u}\mu(x,b)\sum_{z\text{在}x\text{之后}}\mu(x,z,b)h(z) \quad (1.47)$$

$H_{iu}(b)$ 为局中人 i 在 b 被采用且 u 被达到的条件下支付的条件期望。

引理 5：

令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$ 为完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 的行为策略组合，则条件实现概率 $\mu(x,b)$ 与 b_i 无关。

证明：

在完美回忆博弈中，个体局中人 i 的信息集 u 具有性质，在到达节点 $x\in u$ 的任意路径上局中人 i 的选择均是相同的。因此，$\mu(x,b)$ 与 b_i 无关。

引理 6：

令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$ 为完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 的行为策略组合，$\tilde{b}_{iu}$ 为 $\hat{\Gamma}$ 中个体局中人 i 在信息集 u 处的局部策略。局部策略 $\tilde{b}_{iu}$ 为 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的局部最优反应，当且仅当下式成立：

$$H_{iu}(b/\tilde{b}_{iu})=\max_{b'_{iu}\in B_{iu}}H_{iu}(b/b'_{iu}) \quad (1.48)$$

证明：

---

① 原文为 $\Gamma=(\hat{\Gamma},\eta)$，有误。——译者注

这一引理的正确性来自以下事实：u 处的局部策略对未处在 u 的节点之后的终点的实现概率没有影响。

引理 7：

令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$为完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$的行为策略组合，$\tilde{b}_i$ 为$\hat{\Gamma}$ 中个体局中人 i 的行为策略。$\tilde{b}_i$ 为$\hat{\Gamma}$ 中对b 的最优反应，当且仅当对于由 $\tilde{b}_i$ 赋予信息集 $u\in U_i$ 的任意局部策略$\tilde{b}_{iu}$，这一局部策略 $\tilde{b}_{iu}$为Γ 中对$b/\tilde{b}_i$的局部最优反应。

证明：

假设对某些 $u\in U_i$，局部策略 $\tilde{b}_{iu}$并非$\hat{\Gamma}$ 中对$b/\tilde{b}_i$的局部最优反应。令 b'_{iu}为$\hat{\Gamma}$ 中u 处对$b/\tilde{b}_i$的局部最优反应。根据局部最优反应的定义，如果其他局中人使用 b 中策略，则$b'_i=\tilde{b}_i/b'_{iu}$会使得局中人i 得到比$\tilde{b}$ 更高的支付。因此 $\tilde{b}_i$不会是$\hat{\Gamma}$ 中对b 的最优反应，从而 $\tilde{b}_{iu}$为$\hat{\Gamma}$ 中对$b/\tilde{b}_i$的局部最优反应。

假设任意 $\tilde{b}_{iu}$为$\hat{\Gamma}$ 中对$b/\tilde{b}_i$的局部最优反应，而 $\tilde{b}_i$不是$\hat{\Gamma}$ 中对b 的最优反应。如果两假设相悖，则上述定理成立。令 b'_i 为$\hat{\Gamma}$ 中对b 的最优反应，b'_{iu}为由b'_i 赋予信息集$u\in U_i$ 的局部策略。令 V 为使b_{iu}不同于b'_{iu}的所有信息集$u\in U_i$ 组成的集合，显然 V_i 非空。

在完美回忆博弈中，一个信息集 $u\in U_i$ 或者在另一个信息集$v\in U_i$ 之后，这是指任意节点 $x\in u$ 在v 中某个节点v 之后，或者 u 中没有节点x 在v 的节点y 之后。因此 V_i 包含了一些信息集v，使得没有信息集 $u\in V_i$ 有节点在v 的节点之后。令v 为这样的一种信息集。

不失一般性地，我们假设 $b_i''=b_i'/\tilde{b}_{iv}$ 并非 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的最优反应。如果 b_i'' 是 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的最优反应，则我们可以使用 b_i'' 代替 b_i'。如果同样的问题再次产生，我们可以重复这一过程，如果必要的话重复多次，直到我们最后找到适合我们目标的局中人 i 在 $\hat{\Gamma}$ 中的最优反应为止。现在我们假设 b''_i 并非 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的最优反应，利用符号 $b/b_i'/\tilde{b}_{iu}$ 代替 b/b_i''，我们可得：

$$H_i(b/b_i'/\tilde{b}_{iv}) < H_i(b/b_i') \qquad (1.49)$$

以下我们将显示 b_{iv} 是 $\hat{\Gamma}$ 中对 b/b'_i 的局部最优反应。这与式(1.49)相矛盾。

由引理 5 我们得到：

$$\mu(x,b/b_i'/b_{iv}) = \mu(x,b/\tilde{b}_i/b_{iv}) \qquad (1.50)$$

对任意 $x\in v$ 和局中人 i 在 v 处的任意局部策略 b_{iv} 成立。信息集的选择方式使得 b_i' 和 $\tilde{b}_i$ 对 v 之后的信息集 u 处的选择赋予同样的概率。因此我们有：

$$\mu(x,z,b/b_i'/b_{iv}) = \mu(x,z,b/\tilde{b}_i/b_{iv}) \qquad (1.51)$$

对 v 处的任意局部策略 b_{iv} 和任意 $x\in v$ 成立。式(1.47)和式(1.50)与式(1.51)一起推出：

$$H_{iv}(b/b_i'/b_{iv}) = H_{iv}(b/\tilde{b}_i/b_{iv})^{①} \qquad (1.52)$$

$\tilde{b}_{iv}$ 为对 $b/\tilde{b}_i$ 的局部最优反应，由引理 6 和式(1.52)可以得到 $\tilde{b}_{iv}$ 为对 b/b_i' 的局部最优反应，这一结果和式(1.49)之间的矛盾使引理 7 得证。

---

① 原文为($H_{iv}(b/\tilde{b}_i/b_{iv})$)，有误。——译者注

局部均衡点：

如果由 b_i^* 赋予信息集 u 的任意局部策略 b_{iu}^* 是 Γ 或 $\hat{\Gamma}$ 中对 b 的局部最优反应，则扩展型博弈 Γ 的行为策略组合 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$ 被称为 Γ 或 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}$ 的局部均衡点。

引理 8：

当且仅当 b^* 是 $\hat{\Gamma}$ 的局部均衡点时，完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 的行为策略组合 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$ 是 $\hat{\Gamma}$ 的均衡点。

证明：

这一引理是引理 7 的直接推论。

局部极限均衡点：

令 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 为完美回忆扩展型博弈 Γ 的检验序列。如果任意 $\hat{\Gamma}^k$ 具有一个局部均衡点 b^k。使得 $k\to\infty$ 时 b^k 收敛于 b^*，Γ 的行为策略组合 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$ 被称为检验序列 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 的局部极限均衡点。

定理 3：

当且仅当对至少一个 Γ 的检验序列 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 行为策略组合 b^* 是检验序列 $\hat{\Gamma}^1,\hat{\Gamma}^2,\cdots$ 的局部极限均衡点，完美回忆扩展型博弈 Γ 的行为策略组合 $b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$ 是 Γ 的完美均衡点。

证明：

这一定理是引理 8 和完美均衡点定义的直接推论。

1.11　代理人标准型和完美均衡点的存在性

在这一节中将引入代理人标准型的概念。代理人标准型的

局中人由库恩(1953)在其对扩展型的解释中所描述的信息集的代理人担任。一个代理人获得他所从属的局中人的期望支付。代理人标准型包含为计算扩展型博弈中的完美均衡点需要的所有信息。借助于代理人标准型,可以证明完美回忆扩展型博弈中完美均衡点的存在性。

代理人标准型:

令 Γ 为一个扩展型博弈, $u_1, \cdots, u_N$ 为 Γ 中个体局中人的信息集。对于 $i=1,\cdots,N$, 令 ϕ 为 u_i 处所有选择的集合 C_{ui}。以下我们将定义一种标准型 $G=(\phi_1,\cdots,\phi_N,E)$, 其中局中人 $1,\cdots,N$ 被视为和信息集 $u_1,\cdots,u_N$ 相联系的代理人。这一标准型被称为 Γ 的代理人标准型。

令 ϕ 为 G 的所有纯策略组合 $\varphi=(\varphi_1,\cdots,\varphi_n)$组成的集合。对于任意 $\varphi\in\phi$, 对期望支付向量 $E(\varphi)=(E_1(\varphi),\cdots,E_n(\varphi))$ 定义如下:令 $\pi=(\pi_1,\cdots,\pi_n)$为 Γ 的纯策略组合,其元素对任意信息集 u_j 赋予选择 $\varphi_j\in\phi_j$,对于这一 π 我们有:

对 $u_i\in U_j$,

$$E_i(\varphi) = H_j(\pi) \tag{1.53}$$

期望支付函数 E 按一般方式扩展到 G 的混合策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$上。

生成策略组合:

令 $b=(b_1,\cdots,b_n)$为 Γ 的行为策略组合, $q=(q_1,\cdots,q_n)$ 为 Γ 的代理人标准型 G 的混合策略组合。如果 $i=1,\cdots,N$, 混合策略 q_i 在 R_i 上的概率分布与由 b 的相应元素赋予 u_i 的局部策略相同,我们称 q 由 b 在 G 上生成,且 b 由 q 在 Γ 上生成。显然,对"生成"一词的运用表明了 Γ 的行为策略组合 b 和 G 的混合策略组合 q 之间的一一映射。

扰动代理人标准型:

令 G 为标准型 $G=(\phi_1,\cdots,\phi_N,E)$；$\eta$ 为一个函数，对任意 $c\in\phi_i(i=1,\cdots,N)$，赋予正的极小概率 η_c，满足如下条件：

$$\sum_{c\in\phi_i}\eta_c<1 \tag{1.54}$$

二元组 $\hat{G}$[①] $=(G,\eta)$ 被称为 G 的扰动标准型。如果 q_i 满足以下条件：

对任意 $c\in\phi_i$，

$$q_i(c)\geqslant\eta_c \tag{1.55}$$

G 的混合策略 q_i 是 $\hat{G}=(G,\eta)$ 的混合策略。

如果对 $i=1,\cdots,N$，混合策略 q_i 为 $\hat{G}$ 的混合策略，混合策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_N)$ 为 $\hat{G}=(G,\eta)$ 的混合策略组合。局中人 i 在 $\hat{G}$ 中的所有混合策略 q_i 的集合标记为 $\hat{Q}_i$。

令 Γ 为扩展型博弈，G 为 Γ 的代理人标准型。显然由扰动标准型 $\hat{G}=(G,\eta)$ 的每一混合策略组合会在 Γ 上生成扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$ 的一种行为策略组合，反之亦然。我们称 $\hat{G}$ 为 $\hat{\Gamma}$ 的扰动代理人标准型。

均衡点：

如果我们有：

$$E_i(q/\tilde{q}_i)=\max_{q'_i\in\hat{Q}_i}E_i(q/q'_i) \tag{1.56}$$

扰动标准型 $\hat{G}=(G,\eta)$ 中局中人 i 的混合策略 $\tilde{q}_i$ 被称为对 $\hat{G}$ 中混合策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_N)$ 的最优反应。

如果 $\tilde{q}$ 中任意 $\tilde{q}_i$ 均为对 $\hat{G}$ 中 q 的最优反应。混合策略组合 $\tilde{q}=(\tilde{q}_1,\cdots,\tilde{q}_N)$ 被称为对 $\hat{G}$ 中 q 的最优反应。如果 q^* 是 $\hat{G}$ 中对其自身的最优反应，$\hat{G}$ 的混合策略组合 q^* 被称为 $\hat{G}$ 的均衡

① 原文为 G，有误。——译者注

点。

引理 9:

令 $\hat{G}=(\Gamma,\eta)$为完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}=(\Gamma,\eta)$的扰动代理人标准型，$\hat{G}$ 的任意均衡点会生成Γ 上$\hat{\Gamma}$ 的一个均衡点，$\hat{\Gamma}$ 的任意均衡点会生成G 上$\hat{G}$ 的一个均衡点。

证明:

显然 $\hat{\Gamma}$ 中的一种局部最优反应对应于$\hat{G}$ 中的一种最优反应，因此由引理 8 可知这一判断成立。

完美均衡点:

$G=(\phi_1,\cdots,\phi_N,E)$的检验序列 $\hat{G}_1,\hat{G}_2,\cdots$是一系列 G 的扰动标准型$\hat{G}^k=(G,\eta^k)$，使得 $k\to\infty$时，对于集合 R_i 中的每个 c，序列 η_c^k 收敛于 0。检验序列 $\hat{G}_1,\hat{G}_2,\cdots$的极限均衡点 q^*是 G 的一种混合策略组合，因此至少存在一种 $\hat{G}^k$ 的均衡点q^k 组成的序列$q^1,q^2,\cdots$在 $k\to\infty$时收敛于 q^*。G 的完美均衡点是 G 的一种混合策略组合 q^*，它是 G 中至少一个检验序列$\hat{G}_1$，$\hat{G}_2,\cdots$的极限均衡点。

引理 10:

标准型 G 的检验序列$\hat{G}_1,\hat{G}_2,\cdots$的极限均衡点 q^*是 G 的均衡点。

证明:

同引理 3 的证明

定理 4:

令 Γ 是完美回忆扩展型博弈，G 为Γ 的代理人标准型。G 的任意完美均衡点会在Γ 上生成Γ 的一个完美均衡点，且 Γ 的任意完美均衡点会在G 上生成G 的一个完美均衡点。

证明:

由引理 9 可知，当 Γ 的扰动博弈对应于它的扰动代理人标准

型时，在 Γ 和 G 的检验序列之间有一一对应关系。因此这两种序列中任一序列的极限均衡点会生成另一序列的极限均衡点。

完美均衡点的存在性：

以下将显示任意完美回忆扩展型博弈 Γ 具有至少一个完美均衡点，为了证明这一点，我们将利用定理 4。

定理 5：

任意标准型 G 具有至少一个完美均衡点。

证明：

扰动标准型 $\hat{G}=(G,\eta)$满足已知的混合策略中均衡点存在的充分条件（参见，如 Burger，1958，p.35，Satz 2）。因此，G 的检验序列 $\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$中的任意扰动标准型 $\hat{G}^k$ 有一个均衡点 q^k。由于所有混合策略组合组成的集合是欧氏空间中的有限闭子集，所以序列 $q^1,q^2,\cdots$存在聚点 q^*。序列 $q^1,q^2,\cdots$有子序列收敛于 q^*，检验序列 $\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$的相应子序列也是一个具有极限均衡点 q^* 的检验序列。因此，q^* 为 G 的一个完美均衡点。

定理 6：

任意完美回忆扩展型博弈 Γ 具有至少一个完美均衡点。

证明：

根据定理 5，Γ 的代理人标准型具有一个完美均衡点，由定理 4 可得 Γ 具有一个完美均衡点。

1.12 完美均衡点作为对替代序列的最优反应的特征

在这一节中将显示作为检验序列极限均衡点的完美均衡点定义等价于另一种定义，它在数学上更简单。根据定理 4，我们

可以将注意力集中在标准型的完美均衡点之上。如果希望找到完美回忆扩展型博弈的完美均衡点，分析相应的代理人标准型就足够了。需要着重指出的是，分析一般的标准型是不够的，这一点将在1.13节中借助于一个反例予以说明。

替代序列：

令 $G=(\Pi_1,\cdots,\Pi_n;H)$ 为一种标准型博弈。如果对于任意 $\pi_i\in\Pi_i$，由 q_i 赋于 π_i 的概率 $q_i(\pi_i)$ 为正，局中人 i 的混合策略 q_i 被称为是完全混合的。如果对于 $i=1,\cdots,n$，q_i 是完全混合的，混合策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$ 被称为是完全混合的。令 $\overline{q}=(\overline{q}_1,\cdots,\overline{q}_n)$ 为 G 的混合策略组合，如果 q^k 在 $k\to\infty$ 时收敛于 $\overline{q}$ 而且 q^k 为完全混合的，混合策略组合的无限序列 $q^1,q^2,\cdots$ 被称为对 $\overline{q}$ 的一种替代序列。如果 q_i 或者 q 是对序列中的每一个 q^k 的最优反应，一种策略 q_i 或策略组合 q 被称为对替代序列 $q^1,q^2,\cdots$ 的最优反应。

替代完美均衡点：

标准型 G 的混合策略组合 $q^*=(q_1^*,\cdots,q_n^*)$ 被称为 G 的一个替代完美均衡点，如果 q^* 为对 q^* 的至少一种替代序列的最优反应。

引理11：

标准型 G 的替代完美均衡点是 G 的均衡点。

证明：

令 q^* 为对 q^* 的替代序列 $q^1,q^2,\cdots$ 的最优反应，则对 $k=1,2,\cdots$ 和 $i=1,\cdots,n$ 有：

$$H_i(q^k/q_i^*)=\max_{q_i\in Q_i}H_i(q^k/q_i) \tag{1.57}$$

根据 H_i 的连续性和最大运算的连续性，显然式(1.57)在两边均取极限 $k\to\infty$ 时保持成立。这表明 q^* 是一个均衡点。

相关联的扰动标准型：

令 $G=(\Pi_1,\cdots,\Pi_n;H)$ 为一个标准型，$q=(q_1,\cdots,q_n)$ 为 G 的完全混合策略组合；令 ϵ 为一个正数，使得 $i=1,\cdots,n$，有 $q_i(\pi_i)>\epsilon$ 对任意 $\pi_i\in\Pi_i$ 成立。对于任意这类三元集 (G,q,ϵ)，我们定义相关联的扰动标准型 $\hat{G}=(G,\eta)$，其中 G 的纯策略的最小概率如下：

$$\eta_{\pi_i}=\begin{cases}q_i(\pi_i) & (\text{如果 } \pi_i \text{ 并非 } G \text{ 中对 } q \text{ 的最优反应})\\ \epsilon & (\text{如果 } \pi_i \text{ 为 } G \text{ 中对 } q \text{ 的最优反应})\end{cases} \tag{1.58}$$

式(1.58)对 $i=1,\cdots,n$ 和任意 $\pi_i\in\Pi_i$ 成立。显然 η 满足条件：一个局中人所有纯策略的最小概率总和小于 1。

引理 12：

令 $\hat{G}=(G,\eta)$ 为三元集 (G,q,ϵ) 的关联扰动标准型，则策略组合 q 是 $\hat{G}$ 的一个均衡点。

证明：

如果 G 中并非对 q 的最优反应的纯策略在该混合策略中以最小概率使用，则该混合策略是 $\hat{G}$ 中对 q 的最优反应。根据式(1.58)，这正是 q 的任意 q_i 所满足的情况。

引理 13：

标准型 G 的替代完美均衡点是 G 的完美均衡点。

证明：

令 $q^*=(q_1^*,\cdots,q_n^*)$ 为 G 的替代完美均衡点，$q^1,q^2,\cdots$ 是对 q^* 的替代序列，使得 q^* 为对 $q^1,q^2,\cdots$ 的最优反应。令 $\epsilon_1,\epsilon_2,\cdots$ 为一个正数序列，其中 $k\to\infty$ 时 $\epsilon_k\to 0$，并使得对于 $k=1,2,\cdots$ 和 $i=1,\cdots,n$ 有 $q_i^k(\pi_i)>\epsilon_k$ 对于所有 $\pi_i\in\Pi_i$ 成立。由于所有任意 q^k 为完全混合的，所以我们可以找到这种类型的

$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots$令$\hat{G}^k=(G,\eta^k)$为与三元集$(G,q^k,\varepsilon_k)$关联的扰动标准型。

以下将显示$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$是对$G$的检验序列。显然，对于$k\to\infty$，那些和$\varepsilon_k$相等的最小概率收敛于0。考察一个不是对$q^*$的最优反应的纯策略$\pi_i\in\Pi_i$。对于此纯策略我们必然有$q_i^*(\pi_i)=0$。因此对于$k\to\infty$，并非为对$q^*$最优反应的纯策略的最小概率也收敛于0，因此$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$为$G$的一个检验序列。

序列$q^1,q^2,\cdots$是G的检验序列$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$中扰动博弈$\hat{G}^k$中的$q^k$均衡点序列，这来自于引理12。进而，序列$q^1,q^2,\cdots$收敛于$q^*$，因此$q^k$是检验序列$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$的极限均衡点，由此$q^k$为$G$的完美均衡点。

定理7：

当且仅当q^*是G的替代完美均衡点时，混合策略组合$q^*=(q_1^*,\cdots,q_n^*)$是G的完美均衡点。

证明：

根据引理13，只需要证明G的完美均衡点q^*是替代完美的。令$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$为$G$的检验序列，使得$q^*$为$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$的极限均衡点。令$q^1,q^2,\cdots$为$\hat{G}^k$的均衡点$q^k$的序列，$q^k$收敛于$q^*$。完美均衡点的定义要求$\hat{G}^1,\hat{G}^2,\cdots$和$q^1,q^2,\cdots$序列存在。

令T_i^k为局中人i的所有纯策略集合，其中任一纯策略的出现概率大于q^k中的最小概率，即当且仅当对于局中人i的q^k的分量q^k有$q_i^k(\pi_i)>\eta_{\pi_i}^k$时，$\pi_i$在$T_i^k$中。显然纯策略$\pi_i\in T_i^k$是$G$中对$q^k$的最优反应，但是$T_i^k$可能并没有包含$G$中对$q^k$的所有纯最优反应。由于$q^k$收敛于$q^*$，而且$\eta_{\pi_i}^k$收敛于0，因此存在数$m$，使得：对于$k>m$，任意纯策略$\pi_i(q_i^*(\pi_i)>0)$在$T_i^k$中$(i=1,\cdots,n)$。不失一般性我们可以假设$m=0$，用原始序列

$\bar{G}^1, \bar{G}^2, \cdots$和 $q^1, q^2, \cdots$的子序列可以证明这一点。

由于满足 $q_i^*(\pi_i)>0$ 的任意 π_i 在 T_i^* 之中，且任意 $\pi_i \in T_i^*$ 是 G 中对 q^k 的最优反应，所以混合策略 q_i^* 是对 q^k①的最优反应，这对 $k=1,2,\cdots$均成立。q^k 是完全混合的，而且 $q^1, q^2, \cdots$收敛于 q^*，因此 $q^1, q^2, \cdots$是 q^* 的替代序列，而且 q^* 是对这一序列的最优反应，从而 q^* 是替代完美均衡点。

1.13 两个反例

有人可能会以为完美回忆扩展型博弈 Γ 的标准型 G 的完美均衡点总是对应于 Γ 的完美均衡点。如果事情是这样的，则不需要引入代理人标准型。下面我们将提出两个反例。第一个相当简单，不过不如第二个令人满意。

第一个反例：

图 1.2 中的扩展型博弈正好具有一个完美均衡点，即纯策略组合(Rr, L)。这里 Rr 指局中人 1 的纯策略：在原点时选择 R，在另一个信息集处选择 r。由完美均衡点的子博弈完美性可知，它是惟一的完美均衡点(参见 1.8 节中的定理 2 的推论)。

在标准型中(Rr, L)是完美均衡点，但不是惟一的。由于策略 Rl 和 Rr 是等价的，所以(Rl, L)在标准型中和(Rr, L)一样是完美均衡点。在扩展型的扰动博弈中，策略 Rl 和 Rr 是不等价的，但是这一信息在标准型中丢失了，并无法在扰动标准型的构造中重现。

因为有人可能会满足于在标准型的两个等价完美均衡点中

① 原文为 g^k，有误。——译者注

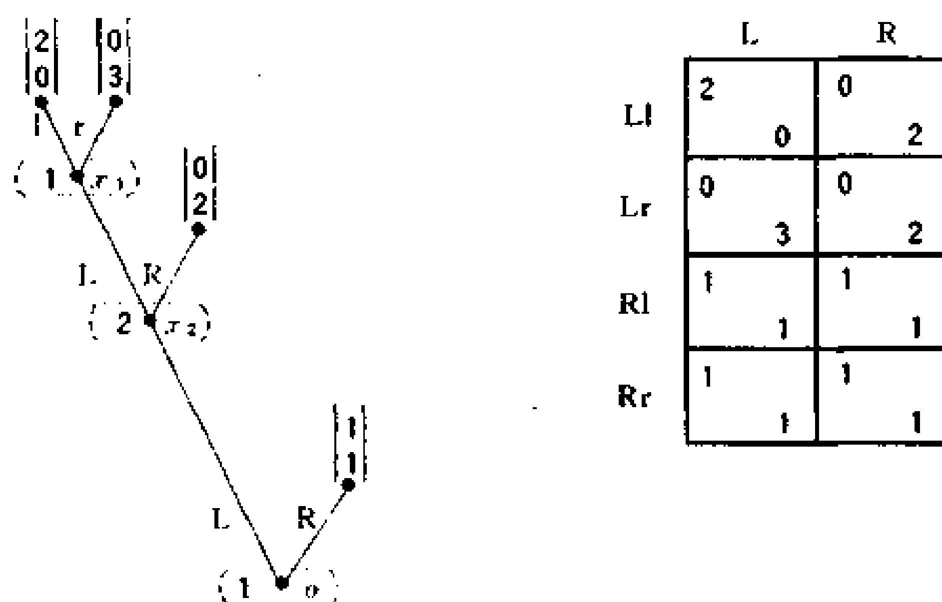


图 1.2 第一个反例的扩展型和标准型

扩展型表述中的符号在图 1.1 中进行了解释

有一个在扩展型中是完美均衡点，所以，这第一个反例并不太令人满意。他们可能会认为区分这两个均衡点并不重要。

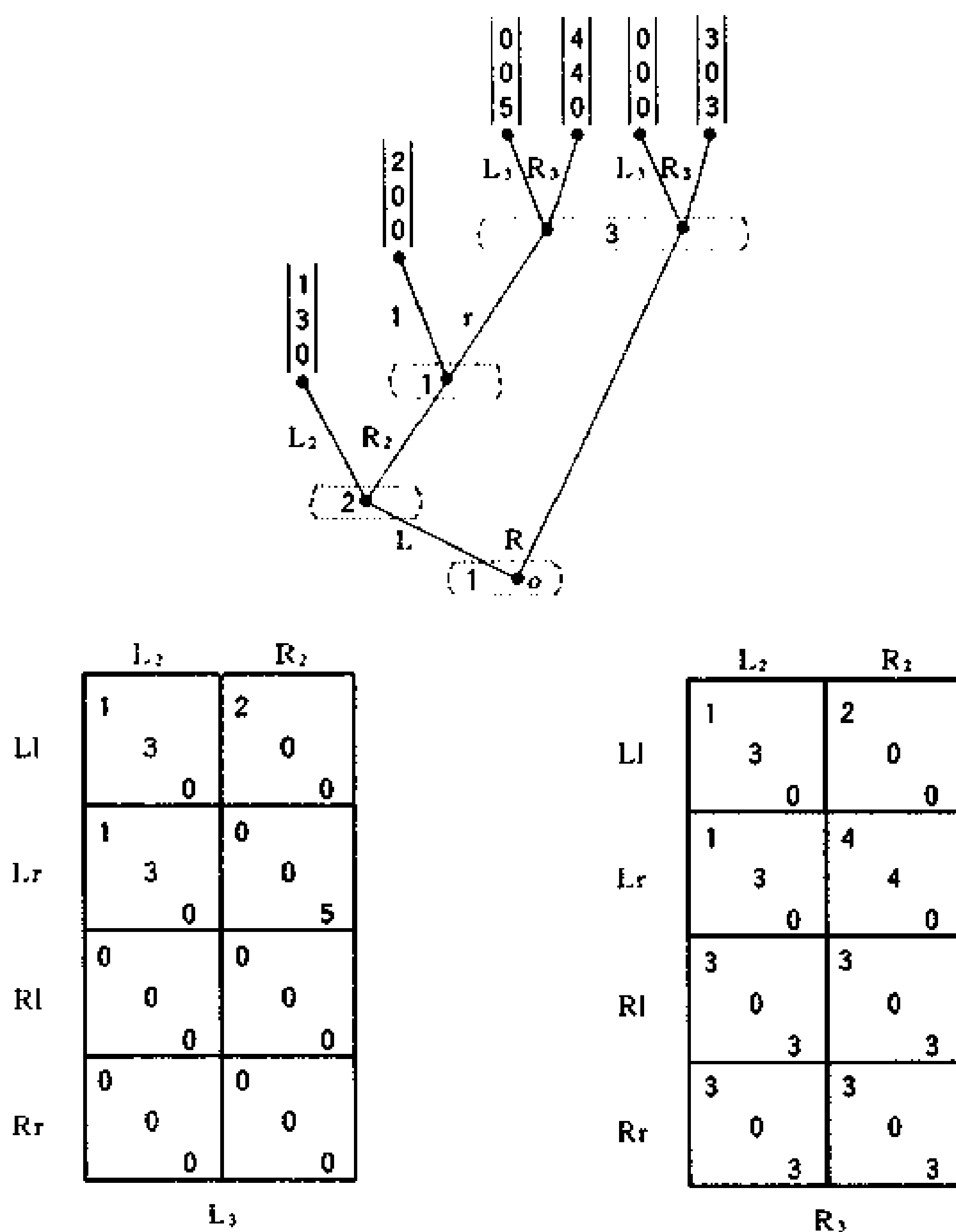
第二个反例：

考察图 1.3 中的博弈的均衡点(Rl, L_2, R_3)和(Rr, L_2, R_3)，我们可以看到这两个均衡点在标准型中均是完美的，但在扩展型中都不是完美的。

标准型中的完美性：

证明(Rl, L_2, R_3)是标准型的完美均衡点就足够了，这是因为，如果这一点成立，则(Rr, L_2, R_3)也是标准型的完美均衡点，因为在标准型中 Rr 是 Rl 的复件。

为了证明(Rl, L_2, R_3)的完美性，我们构造以下替代序列 $q^1, q^2, \cdots$在 q^k 中，没有在(Rl, L_2, R_3)中起作用的纯策略以小概率 ϵ_k 被采用。纯策略 Rl, L_2 和 R_3 被采用的概率分别是 1 -



	L_2	R_2
Ll	1, 3, 0	2, 0, 0
Lr	1, 3, 0	0, 0, 5
Rl	0, 0, 0	0, 0, 0
Rr	0, 0, 0	0, 0, 0

L_3

	L_2	R_2
Ll	1, 3, 0	2, 0, 0
Lr	1, 3, 0	4, 4, 0
Rl	3, 0, 3	3, 0, 3
Rr	3, 0, 3	3, 0, 3

R_3

图 1.3 第二个反例的扩展型和标准型

标准型被描述为两个三维矩阵，一个对应于局中人 3 的选择L_3，另一个对应于其选择R_3

$3\varepsilon_k$，$1-\varepsilon_k$ 和 $1-\varepsilon_k$。ε_k 被选择的方式使得 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots$ 是一个递

减序列，收敛于0。当然ϵ_1必须选择得足够小，如$\epsilon_1 < 1/100$。

很容易证明(Rl, L_2, R_3)是对这一替代序列的最优反应。我们略去计算细节。根据定理7，(Rl, L_2, R_3)和(Rr, L_2, R_3)是图1.3中博弈的标准型的完美均衡点。

扩展型中(Rl, L_2, R_3)的不完美性：

令$b^1, b^2, \cdots$为具有图1.3中博弈的完全混合局部策略的行为策略组合序列，使得$k \to \infty$时b^k收敛于(Rl, L_2, R_3)。我们可以称$b^1, b^2, \cdots$为对(Rl, L_2, R_3)的替代序列。根据定理4和定理7，均衡点(Rl, L_2, R_3)只有在存在至少一个序列能使(Rr, L_2, R_3)中的选择是对任意b^k的局部最优反应时才是完美的。为了明白这一点，必须用代理人标准型解释扩展型。

对于任意ϵ，存在一个数$m(\epsilon)$，使得$k > m(\epsilon)$时b^k赋予(Rl, L_2, R_3)选择的概率大于$1-\epsilon$。立刻可以看到对于足够小的ϵ，局中人1的局部最优反应是r，而非l。这表明不存在序列$b^1, b^2, \cdots$能够使得(Rl, L_2, R_3)是对每个b^k的最优反应，因此(Rl, L_2, R_3)不是图1.3中扩展型博弈的完美均衡点。

扩展型中(Rr, L_2, R_3)的不完美性：

和以上一样，令$b^1, b^2, \cdots$为具有收敛于(Rr, L_2, R_3)的完全混合局部策略的行为策略组合序列。这里同样对足够大的k来说，(Rr, L_2, R_3)中的选择在b^k中具有大于$1-\epsilon$的概率。立刻可以看到对于足够小的ϵ，局中人2对b^k的最优反应为R_2。因此不存在序列$b^1, b^2, \cdots$使得(Rr, L_2, R_3)为对任意b^k的最优反应，所以(Rr, L_2, R_3)不是图1.3中博弈的完美均衡点。

解释：

下面我们将试图对均衡点在标准型中是完美的而在扩展型中可能不是完美的这一现象给出直观上的解释。

为了比较标准型定义和扩展型定义，我们应考察完美回忆扩展型博弈 Γ 的扰动博弈 $\hat{\Gamma}$ 和 Γ 的标准型 G 的扰动标准型 $\hat{G}$。令行为策略组合 $b^k=(b_1^k,\cdots,b_n^k)$ 为 $\hat{\Gamma}$ 的一个均衡点，混合策略组合 $q^*=(q_1^*,\cdots,q_n^*)$ 为 $\hat{G}$ 的一个均衡点。

如果相关局部策略选择 c 的概率大于 $\hat{\Gamma}$ 要求 c 具有的最小概率，Γ 中的选择 c 被称为对 b^* 而言是本质的。对 b^k 来说，本质的选择必然是 Γ 中对 b^k 的局部最优反应。

如果 $q^*(\pi_i)$ 大于 $\hat{G}$ 要求 π_i 具有的最小概率，纯策略 π_i 被称为对 q^k 而言是本质的。对 q^* 而言，本质的纯策略必然是 Γ 中对 q^* 的最优反应。

从所有节点的实现概率是正的这一意义上讲，b^* 和 q^* 均达到扩展型的所有部分，不过 b^* 和 q^* 之间存在关键性差异。这一差异涉及到在库恩定理证明中借助于引理 1 和引理 2 而定义的条件选择概率 $\mu_i(c,u,q_i^*)$。在 q^* 情形中这些条件选择概率定义在每一个个体信息集之上。

也有可能会发生这种情况，即局中人 i 的纯策略对 q^* 是本质的，而对这些本质策略 π_i 中的任意一个来说，q^*/π_i 并未达到某给定信息集 u；实现概率 $p(x,q^*/\pi_i)$ 对任意 $x\in u$ 均为 0。这一类信息集 u 将被称为由 q^* 非本质地达到。

如果局中人 i 的信息集 u 是由 q^* 非本质地达到的，则条件选择概率 $\mu(c,u,q^*)$ 将仅由局中人 i 的对 q^* 而言非本质的那些纯策略决定，因此 $\mu(c,u,q^*)$ 作为 u 处的局部策略可能是非常不合理的。

b^* 和 q^* 之间关键性差异如下：b^* 中的任意局部策略在本质选择是局部最优反应这一意义上是合理的，而在 q^* 非本质地达到的那些信息集处，q^k 则可能会导致不合理的条件选择概率。

作为一个例子，令 Γ 为图 1.3 中的博弈，令 q^* 满足条件：

只有均衡点(Rr, L_2, R_3)中的纯策略对 q^* 是本质的。局中人 1 在其于 l 和 r 选择处的信息集是非本质地达到的。因此 l 和 r 的条件选择概率并不由 Rr 决定，而仅由 Ll 和 Lr 的最小概率决定。而这些最小概率可能会是这样：l 中选的条件选择概率大。

在任意局中人最多只有一个信息集的扩展型博弈中，不会发生这种情况：局中人 i 的一个纯策略 π_i 使得他的信息集不被 q^*/π_i 达到，他的策略不会影响其信息集中节点的实现概率。代理人标准型对应于任意局中人最多只有一个信息集的扩展型博弈，因此在代理人标准型中不存在问题。

参考文献

Burger E. Einführung in die Theorie der Spiele. Berlin, 1958

Kuhn H W. Extensive Games and the Problem of Information. In: Kuhn H W, Tucker A W eds. Contribution to the Theory of Games, Vol. Ⅱ. Annals of Mathematics Studies, 1953, 28: 193～216

Nash J F. Non-Cooperative Games. Annals of Mathematics, 1951, 54: 155～162.

Neumann J V, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior, Princeton, 1944

Selten R. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1965, 121: 301～324, 667～689

Selten R. A Simple Model of Imperfect Competition, where 4 are Few and 6 are Many. International Journal of Game Theory, 1973, 2: 141～201

2. 连锁店悖论

内容摘要：连锁店博弈是一种简单的扩展型博弈，其中出现了博弈理论推理和可信的人类行为之间的不一致。有见识的局中人预期会不服从博弈理论的建议。

连锁店悖论进一步展现了类似于有限重复囚徒困境博弈中的众所周知的难题。尽管这些难题可以通过在博弈进行过程中对次级效用的假定解决，但对连锁店悖论的类似处理很难令人满意。

有的观点认为这一悖论的解释应引入人类决策行为的有限理性观念。为此发展出一种三层次决策理论，其中决策可能会在不同的理性水平上作出。这一理论解释了为什么对决策问题理性解的洞察并不一定意味着相应的行动。

本篇论文提出一个简单的扩展型博弈实例，其中有见识的局中人的行动与博弈理论推理的明确结论不符。用一个虚构的连锁店及其潜在竞争者的故事描述这一博弈比较便利。这一说明性的工具不应被误解为关于实际局势的一个模型[1]。根据这一故事，这一博弈可以被称为“连锁店博弈”。真实博弈行为和博弈理论推理之间令人不解的不一致构成了“连锁店悖论”。

连锁店悖论进一步展现了类似于囚徒困境的有限超博弈中的众所周知的难题。看来需要一种有限理性方法来解释人类策

略行为。以下将尝试讨论“三层次决策理论”的概率，以作为对博弈理论分析和人类行为之间矛盾的一种解释。

2.1 连锁店博弈

考察以下虚构的市场形势：一个连锁店，也称为局中人 A，在 20 个市镇具有分店，编号为从 1～20。在每个市镇存在一个潜在竞争者，即一个小商人可能会在当地银行借款建立同样类型的第二个商店。k 市镇的潜在竞争者被称为局中人 k。因此这一博弈有 21 个局中人：连锁店，即局中人 A 和它的 20 个潜在竞争者，即局中人 k，$k=1,\cdots,20$。除了这 20 个局中人以外，连锁店没有任何其他竞争者，现在没有，将来也没有。

现在 20 个小商人中无人具有足够自有资本能够从当地银行得到足够的信用贷款，然而随着时间的推移，他们会一个一个地储蓄足够多的钱将他的自有资本提高到所需要的数量。这首先会发生在局中人 1 身上，而后是局中人 2，如此类推。一旦对于局中人 k 来说这一时间到了，他必须决定：是在他的市镇中建立第二个商店，还是希望以其他方式来使用他的自有资本。如果他选择了后一种可能性，他就不再是局中人 A 的潜在竞争者。

如果第二个商店在市镇 k 建立起来，则局中人 A 必须在对市镇 k 的两种价格策略中进行选择。他的反应可以是“合作”或者“攻击”。合作反应会导致在市镇 k 的更高利润，对局中人 A 和 k 均是如此，但如果局中人 k 不建立第二个商店，则局中人 A 在市镇 k 的利润会更高。在攻击反应中，局中人 k 的利润会使得对他而言，如果局中人 A 如此反应，则他不建立第二个商店会更好。

通过对这一虚拟市场环境的描述，就使连锁店博弈有了便

利的经济解释，为消除可能带来的误解，需要提供更抽象、更精确的规则描述。在本节中考察连锁店博弈的第一种版本。出于某种考虑，引入与此博弈有某种不同的第二种博弈版本更为便利，这将在以后部分中进行。在两种情况中都要假设存在 m 个潜在竞争者，其中 m 为任意正整数。不过将注意力集中在 $m=20$ 之上比较方便，原因是博弈在 m 太小的时候会改变特征。具有 m 个潜在竞争者的第一种版本的扩展型将被标记为 Γ_m^1。

Γ_m^1 的规则，连锁店博弈的第一种版本

这一博弈有 $m+1$ 个局中人，局中人 A 和局中人 $1,\cdots,m$。博弈在 m 个连贯阶段序列 $1,\cdots,m$ 之上进行。在阶段 k 开始时，局中人 k 必须在"进入"和"退出"之间进行选择（决策"进入"意味着局中人 k 建立起第二个商店）。局中人 2 的决策会马上为所有局中人知晓。如果局中人 k 的决策是"退出"，则在阶段 k 中不再进行决策。如果他的选择是"进入"，则局中人 A 必须在"合作"和"攻击"之间进行选择（这两个词代表着局中人 A 在市镇 k 相应的价格政策）。这一决策也会马上为所有局中人知晓。因此对于 $k=1,\cdots,m-1$，阶段 $k+1$ 根据同样规则开始和进行。博弈在阶段 m 后结束。

局中人 A 的支付是对应于阶段 $1,\cdots,m$ 的 m 个局部支付的总和。局中人 A 的局部支付和局中人 $1,\cdots,m$ 的支付在表 2.1 中给出。

表 2.1　局中人 A 的局部支付和局中人 k 的支付

局中人 k 的决策	局中人 A 在阶段 k 的决策	局中人 k 的支付	局中人 A 在阶段 k 的局部支付
进入	合作	2	2
进入	攻击	0	0
退出	-	1	5

博弈以非合作的方式进行。局中人不对承诺或者威胁负责，没有具有约束力的契约，不允许进行旁支付，在博弈过程中局中人不允许进行磋商。[1]

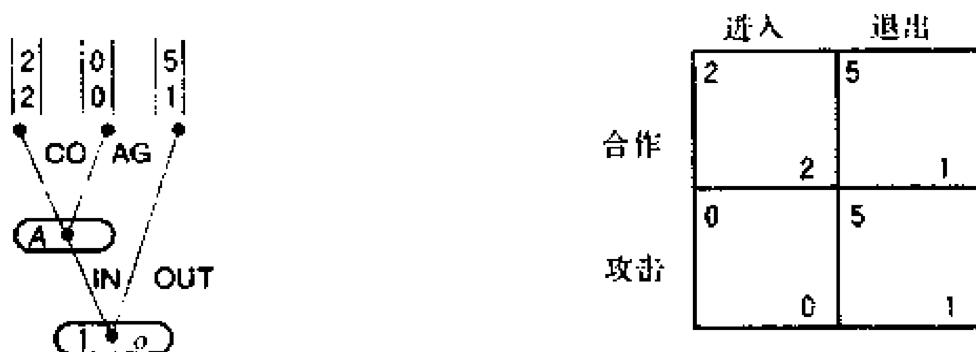


图 2.1 扩展型 Γ_1^1 和标准型 Γ_1^1

局中人 A 的支付在上，局中人 1 的支付在下。"CO"和"AG"分别表示"合作"和"攻击"。博弈在原点 o 处开始。信息集由围绕属于同一个信息集的所有节点的圈表示。在给定信息集需要进行选择的局中人由合适的符号表示。在标准型表述中，局中人 A 的支付在左上角给出，局中人 1 的支付在右下角给出

2.2 对悖论的首次考察

在这一节中，连锁店悖论将不使用博弈论的规范工具而以一种直观的方式引入。

① 图 2.1 和以下图中的"IN"与"OUT"分别表示局中人 k 可以使用的两种策略："进入"和"退出"。——译者注

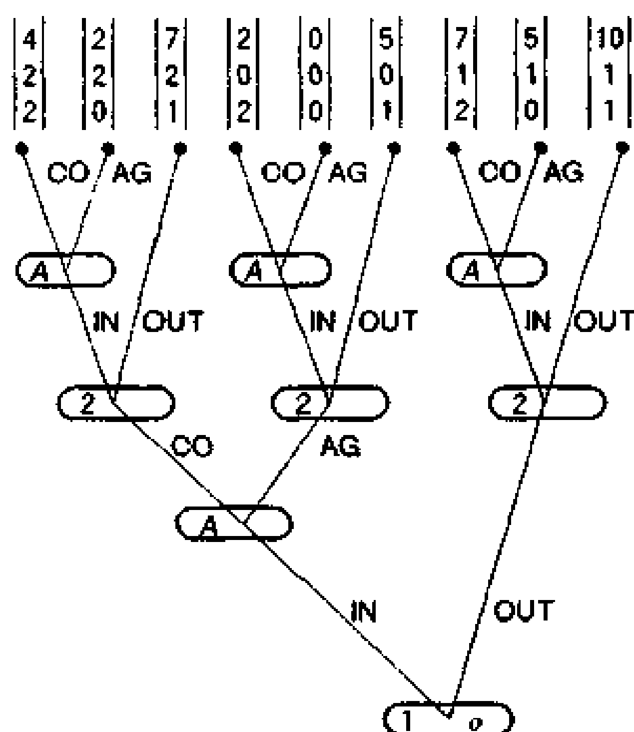


图 2.2 扩展型 Γ_2^1

在终点上的支付向量的元素按从上到下顺序分别指局中人 A、1, 2 的支付（关于图形表述的进一步解释参见图示 2.1）

让我们集中注意力在 $m=20$ 的情形之上。考察局中人 1,…,20 中的一个所面临的局势。他应该选择"进入"还是"退出"呢？选择"退出"，总会得到支付为 1；选择"进入"，在局中人 A 的反应是"合作"时会使他得到支付为 2，但如果反应为"攻击"，则相应支付为 0。

考察局中人 A 面临的局势。他应该如何对其他局中人的"进入"选择作出反应呢？"合作"反应会导致 2 单位的局部支付，而"攻击"反应会导致局部支付为 0。从短期来看，"合作"反应更好；但是从长期来说，它可能会花代价来选择"攻击"反应，以便阻止"进入"选择。

关于这一博弈中的适当行为有两种不同理论，一种将被称为“归纳理论”，另一种将被称为“威慑理论”。

归纳理论

如果在阶段20中局中人20选择了“进入”，则局中人 A 的最优选择是“合作”反应。“合作”反应会带来更高的支付。长远考虑在其中不起作用，因为在阶段20之后博弈结束。这说明，对于局中人20来说最好是选择“进入”。显然，阶段20中的策略形势和局中人在阶段 $1,\cdots,19$ 中的决策无关。

现在考察阶段19，阶段19中的决策对阶段20中的策略形势没有影响。如果局中人19选择“进入”，则“合作”反应对局中人 A 来说是最优的。“攻击”反应将不会阻止局中人20。

显然可以由此归纳得到结论，每个局中人 k 应选择“进入”，而每次局中人 A 应使用“合作”反应。博弈剩余部分的策略形势与是否知道阶段 k 前的决策无关。如果已经知道在 $k+1,\cdots,20$阶段的局中人 $k+1,\cdots,20$ 会选择“进入”，而局中人 A 会总是选择“合作”选项，则会得到在阶段 k 中选择“进入”也将导致“合作”反应。

归纳理论得到的结论是：每个局中人 $1,\cdots,20$ 均应选择“进入”，而局中人 A 总是对“进入”选择采取“合作”反应。如果这一博弈以这种方法进行，则局中人 $1,\cdots,20$ 各自得到的支付为2，而局中人 A 得到的总和支付为40。

威慑理论

局中人 A 不应该遵循归纳理论的推理，他可以得到大于40的支付。归纳理论的推理在博弈的最后阶段中确实很有说服力，因此局中人 A 不能完全不考虑这些推理结论。他应该根据其直觉决定在最后多少阶段接受推理结论。假设他决定在最后3个阶段18，19和20中接受该观点，在阶段 $1,\cdots,17$ 中则不

接受。那么,在这一决定的基础上,他应该根据以下策略行动:在阶段 1,…,17 中,对"进入"选择的反应是"攻击";在阶段 18,19 和 20 中,对"进入"选择的反应是"合作"。

假设局中人 1,…,20 认为局中人 A 会根据这一策略行动。因此,对于局中人 1,…,17 来说,最佳选择是"退出";而对于局中人 18,19,20 来说,则应选择"进入"。如果博弈以这种方式进行,局中人 1,…,17 将得到的支付为 1,局中人 18,19 和 20 将得到的支付为 2,局中人 A 将得到的支付为 91。

即便局中人 1,…,20 中的一些人对于归纳推理的效力具有不同观点,局中人 A 仍然会得到比归纳理论所建议的更好的结局。假设不仅 3 个局中人 18,19 和 20 选择"进入",而且局中人 1,…,17 中有 10 个人也选择了"进入",其他人选择"退出"。在这种情况下,局中人 A 的支付会是 41,仍然大于 40。

假设在博弈的早期阶段中局中人 1,…,17 中有 2 个或 3 个选择了"进入",如果他们受到了局中人 A 的"攻击"反应的惩罚,则绝大多数其他人就会得到教训。当然有可能局中人 17 认为归纳推理也应该适用于他,同样局中人 16 也可能会这样认为。然而总的来说,看上去局中人 1,…,17 中很可能不会有超过 5 个人选择"进入",这意味着很可能局中人 A 得到至少为 66 的支付。

也有可能尽管局中人 A 并没有计划对局中人 18,19 和 20 的"进入"选择作出"攻击"反应,但是局中人 18 甚至局中人 19 也会被这一威胁所阻止。

由于局中人 1,…,20 可预期到局中人 A 会采用威慑理论,所以他们应据此而行动。如果直到阶段 $k-1$,局中人 1,…,$k-1$ 中没有多少选择"进入",而局中人 A 的反应总是"攻击",则局中人 k 应该选择"退出",除非他觉得阶段 k 足够接近于博

弈的结束从而使得局中人 A 可能会在阶段 k 接受归纳推理。

由于某些细节依赖于局中人的直觉而无法估量，所以威慑理论并没有得出精确的行为规则。不过这并没有损害这一理论在实践中的适用性。

两种理论的比较

如我们将在 2.8 节中看到的，只有归纳理论在博弈理论中才是正确的。从逻辑上，归纳推理不能仅局限在博弈的最后阶段上，而是无可避免地适用于博弈的各个阶段。不过威慑理论说服力强得多。如果我以局中人 A 的角色进行这一博弈，我将遵从威慑理论，如果它失效我会非常惊讶。在我和朋友及同事们的讨论中，我得到的印象是，绝大多数人和我有同样的倾向。事实上，直到现在我没有遇到过声称会根据归纳理论行动的人。我的经验表明，受过数学训练的人会认识到归纳理论的逻辑正确性，然而他们却并不以此来指导实际行为。

看来这种推测比较合适，即虽然所有局中人均知道别人都完全理解归纳推理，局中人 A 也会采用一种威慑政策，而且其他局中人也认为他会这么做。

归纳理论在逻辑上的严密合理并没有影响威慑理论的实用性，对此现象值得冠之以悖论之名，我们称之为“连锁店悖论”。

2.3 连锁店博弈的第二种版本

考察与 2.1 节中的描述相似的一种虚拟市场形势。连锁店，即局中人 A，仍然在 20 个市镇具有 20 家分店，在每个市镇 k 有一个潜在的竞争者——局中人 k。不过现在我们假设在博弈开始时每个潜在的竞争者已经有了足够的自有资本，但是如

果他们希望建立第二个商店的话;他们均只能向同一家银行申请贷款。只要存在多个申请者,则在每个阶段中银行随机地选择其中一个给予贷款。因此在每个阶段中,局中人 1,…,20 中正好有一个建立第二个商店,直至没有申请人的阶段。如果达到这种阶段,则博弈终止。在这一博弈结束之前,尚没有建立第二个商店的局中人 k 可能会也可能不会在每个阶段中均申请贷款;也有可能在下一阶段中改变自己前一阶段的决定。为了避免误解,下面给出更为规范的一系列规则。具有 m 个竞争者,第二种版本的博弈扩展型将被标记为 Γ_m^2。

第二种版本连锁店博弈 Γ_m^2 的规则

博弈具有 $m+1$ 个局中人,即局中人 A 和局中人 $1,\cdots,m$。博弈在阶段序列 $t=1,\cdots,T$ 上进行,其中 T 由局中人的决策决定。在每个阶段 t 中,局中人 $1,\cdots,m$ 中的一些人被称为"在外",而其他人被称为"在内"①。在开始的阶段 1 中,他们均在外。令 M_t 为阶段 t 中在外的局中人的集合。

在每个阶段 t 中,M_t 中的每个局中人必须决定是"进入"还是"退出"。这些决定秘密作出。令 I_t 为 M_t 中所有在阶段 t 选择了"进入"的局中人的集合。一种随机机制选择一个局中人 $j_t \in I_t$。I_t 中的每个局中人具有相同的概率而成为被选中的局中人 j_t。在阶段 $t+1$ 中,局中人 j_t 成为在内的局中人。M_{t+1} 为集合 $M_t-\{j_t\}$。

M_t 中的局中人必须在不知道 M_t 中其他局中人在阶段 t 的选择的情况下在阶段 t 进行决策。这些决策在进行之后,立刻会为所有局中人所知。

---

① 意指在阶段 t 中,除局中人 A 之外的其他博弈局中人集合;"在外"则相反,指阶段 t 中,尚未作投资决策的潜在竞争者。——译者注

如果在阶段 t 中 I_t 为空，则阶段 t 达到最后的阶段 T，局中人 A 在这一阶段中不必进行决策。这并非是达到博弈结局的惟一方式。有可能 M_{t+1} 为空，则 t 是最后阶段 T（这时我们必然有 $T=m$）。

如果 I_t 非空，则局中人 A 在阶段 t 中必须在"合作"和"攻击"反应之间进行选择。其相应决定将立刻为所有局中人知晓，局中人 A 在进行选择时完全知道以往曾作出的所有决定。

如果局中人 A 在阶段 t 中的选择是"合作"，则局中人 j_t 获得的支付为 2；如果局中人 A 在阶段 t 中的选择为"攻击"，则局中人 j_t 获得的支付为 0。令 m_c 为局中人 A 的决定是"合作"时的阶段数目，则局中人 A 的支付为 $2m_c+5(m+1-T)$。

第二种版本博弈中的悖论

在博弈理论中，归纳理论也适用于此博弈的第二种版本。如果所有局中人 $1,\cdots,m$ 中除了一个以外其他均已选择了"进入"，则这最后一个也只能这样做，原因是局中人 A 对此的最优反应是"合作"。因此如果在 M_t 中还剩余两个人，则他们均应选择"进入"，如此等等。

关于威慑理论的讨论，让我们将注意力集中在 $m=20$ 情形上。这里威慑理论甚至比在此博弈的第一种版本中更具有说服力。很容易发生如下情况：在第一个阶段，局中人 $1,\cdots,20$ 中就没有一个敢于选择"进入"。在这种情况下，局中人 A 的支付为 100。

如果在阶段 1 中，一些局中人选择了"进入"而局中人采取了"攻击"反应，则在阶段 2 中 M_2 中的局中人将具有相当充分的理由害怕同样的事情会再次发生。即便如此，如果仍然有一些局中人在阶段 2 中选择了"进入"而局中人 A 再次采取了"攻击"反应，则在阶段 3 中非常有可能没有任何人敢于选择"进入"。

看上去几乎不可能发生局中人 A 不得不采取多于 2 次或 3 次“攻击”反应的情况，因此他非常有可能将得到至少为 85 的支付，这比他遵从归纳理论所应得到的支付 40 高得多。

局中人 A 不必担心如果博弈达到阶段 18，19 或 20 会发生什么问题，因为这几乎是不可能的。在这一方面，局中人 A 在此博弈的第二种版本中面对的决策问题更容易一些。如果 m 足够大，则他不必在意归纳推理。只有在考察所有 Γ_m^2 博弈时他是否应接受归纳推理才是问题，那么 m 小到何种程度 Γ_m^2 博弈才会接受归纳理论的指导呢？

2.4 对囚徒困境博弈的有限超博弈的考察

如果同一种标准型博弈由相同局中人集合重复进行有限次或者无限次，则会形成原始标准型博弈的超博弈。原始博弈的第 k 次重复也就成为超博弈的阶段 k。以下我们将只考虑一类超博弈，即在博弈的每次重复后，将所有局中人的策略选择公布给所有局中人。因此，在每个阶段开始时，每个局中人对超博弈的以往历史完全了解。进而，我们将只考虑有限次重复的有限超博弈。假设在超博弈开始时所有局中人均知晓重复次数。一个局中人的超博弈支付为所有重复的支付之和。在一个给定超博弈中被重复的原始博弈也被称为这一超博弈的“源博弈”。

区分超博弈和它的源博弈很重要。超博弈可能会具有在源博弈分析中并不明显的博弈理论特性。

囚徒困境是一种经多次讨论的对称双人标准型博弈，其中

图 2.3 扩展型 Γ_2^2

参见图 2.1 和图 2.2 下的解释。符号 0 指以概率 1/2 选择局中人 1 或局中人 2 的随机局中人

每个局中人具有两种策略。基于分析的目的，将注意力集中在这种类型中的一种局势，即由图 2.4 表示的标准型上更为便利。

1 \ 2	A	B
A	3, 3	0, 4
B	4, 0	1, 1

图 2.4 特定囚徒困境博弈

在表示策略组合的区域中，局中人 1 的支付在左上角给出，局中人 2 的支付在右下角给出

令 Γ_m^3 为图 2.4 中的标准型经 m 次重复形成的超博弈的扩展型，Γ_2^3 的图示在图 2.5 中给出。

众所周知，对于足够大的 m，如 $m=200$，Γ_m^3 的分析得到的结论和连锁店悖论很相似[2]。与连锁店博弈情形中一样，我们面临着两种理论的冲突，即"归纳理论"和"合作理论"(合作理论对应于威慑理论)。归纳理论在博弈理论上正确，而合作理论似乎是对实际行为的更好指导。

这里两种理论之间的冲突不如连锁店博弈中严重。对于支付为现金支付的实验室局势可以以第三种理论推理为基础给出实际操作建议。对局中人采用效用支付和采用现金支付的结果会有所不同，这种假设是可信的。下面将给出的"善意理论"就是这样一种理论[3]。这一理论和合作理论的实证结论相似，但是与合作理论相反的是，善意理论并没有任何逻辑上的困难。既然归纳推理在其中不适用，所以善意理论与之并无冲突[4]。

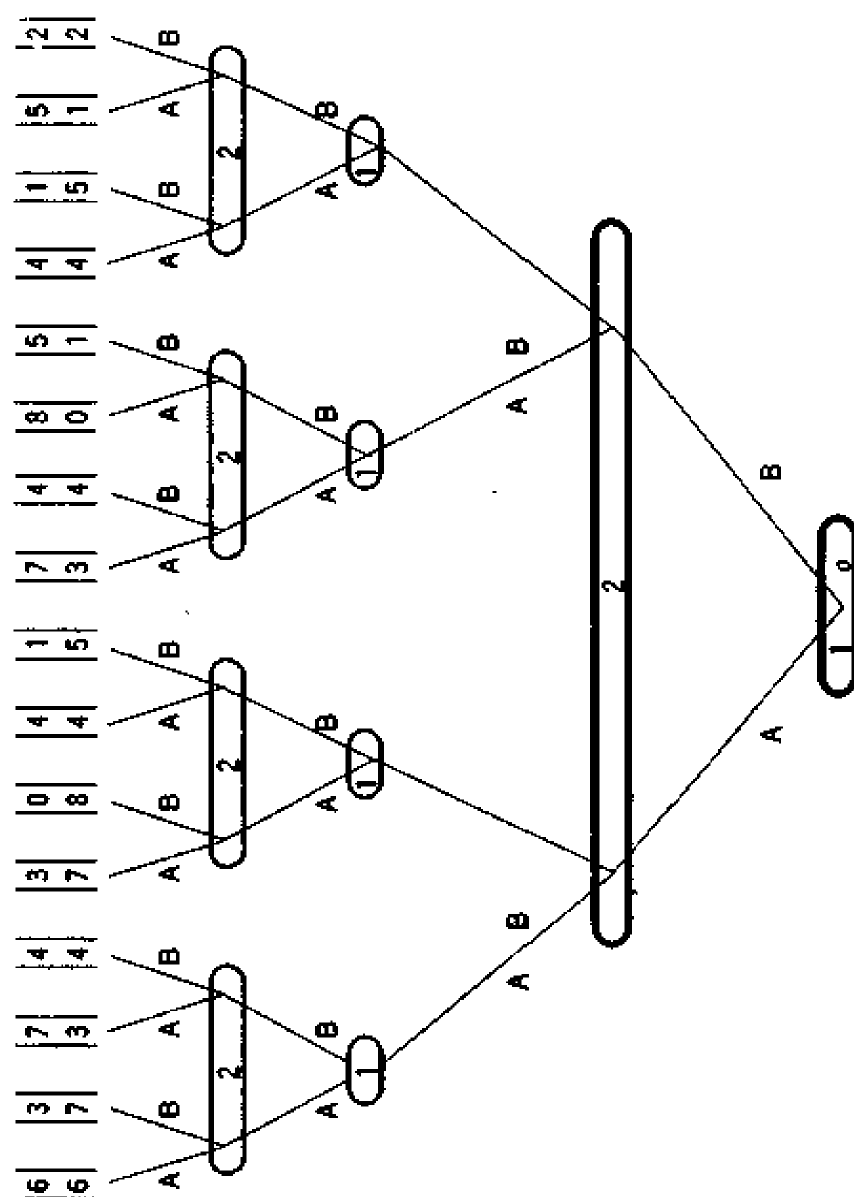


图 2.5 图 2.4 中特定囚徒困境博弈的 2 次重复形成的超博弈 Γ_2^3

以下我们将刻画 Γ_m^3 的 3 种理论，我们将集中注意力在 $m=100$ 的情形之上。

归纳理论

显然，在博弈最后一次重复中，无论对方如何行动，选择 B 更好。这决定了 Γ_{100}^3 的最后一个阶段，两个局中人均选择 B。因此在倒数第二个阶段中的局势和最后一个阶段并无不同，同样，显然双方均应选择 B。如果已经明了在最后 k 个阶段中局中人双方均总是选择 B，那么可以得到在倒数第$(k+1)$个阶段中他们也应该选择 B。如果双方均采取理性行为，则他们会总是选择 B。

合作理论

归纳理论的推理在超博弈的最后一些阶段中非常具有说服力。局中人必须基于其直觉决定在超博弈结束前的多少个阶段中他应该遵循这种推理。假设这一阶段数为 r，则在最后 r 个阶段中他应该总是选择 B，而不管超博弈以往的历史如何。但是对于前 $100-r$ 个阶段，他应该采取不同的行为方式。以下我们假设 $r=3$。

直到阶段 97，超博弈策略的确切性质并不很重要，这一策略应该使得另一个局中人愿意在尽可能多的阶段中选择 A。下面我们将描述这类策略中的一种，不过还存在一些其他策略也能达到同样的目的。相应地，描述采取了对局中人 1 建议的形式，不过同样建议也适用于局中人 2。

对阶段 $k=1,\cdots,97$ 的建议如下：局中人 1 应该在阶段 1 中选择 A；对阶段 $k=2,\cdots,97$，他应该在阶段 k 中选择 A，除非在阶段 $k-1$ 中，局中人 1 选择了 A，而局中人 2 选择了 B，则局中人 1 在阶段 k 中的选择应为 B。

对这种行为解释如下：除了最后 3 个阶段外，局中人 1 只要

观察到局中人 2 已选择了 A，他就愿意一直使用 A。如果局中人 2 改变到 B，则局中人 1 通过在下一个阶段中选择 B 来惩罚这种改变，但随后他马上回到 A，期望局中人 2 也会回到 A。如果这种期望落空，则将继之以新的惩罚，每次惩罚仅持续一个阶段。

假设局中人 2 知道局中人 1 会如此行动，则其最优反应是什么呢？显然，对局中人 2 来说，在最初 96 个阶段中选择 A 而在最后 4 个阶段中选择 B 是最优的。

我们首先考察一种对所提出的最优反应的特殊偏离。在一个局中人双方均选择 A 的阶段 k 之后，局中人 2 在持续 s 个阶段中选择 B 而后回到 A。这里我们假设 $k+s<97$。图 2.6 和图 2.7 描述了两种此类偏离的结果。在两种情况中，偏离均没有好处。显然，这对于所有此类偏离来说均成立。这一偏离带来的支付至多是每偏离阶段 5/2 单位的支付，而选择 A 会带来每阶段 3 单位的支付。

很容易看出，其他类型的偏离也没有好处。可以集中注意力在 s 个连续阶段 $k+1, \cdots, k+s$ 的偏离之上，这种偏离使得在那些阶段中局中人双方不会同时选择 A，而在阶段 k 和 $k+s+1$

阶段	k	$k+1$	$k+2$	$k+3$	$k+4$	$k+5$
局中人 1 的选择	A	A	B	A	B	A
局中人 2 的选择	A	B	B	B	B	A
局中人 2 的局部支付	3	4	1	4	1	3

图 2.6　4 阶段偏离的结果①

① 图 2.6、图 2.7 按我国习惯应排序为表，为读者阅读原文方便，出版者未加以更改。

阶段	k	$k+1$	$k+2$	$k+3$	$k+4$	$k+5$
局中人1的选择	A	A	B	A	B	A
局中人2的选择	A	B	B	B	A	A
局中人2的局部支付	3	4	1	4	0	3

图 2.7　3阶段偏离的结果

中双方均选择 A。$k=0$ 或 $k+s+1=97$ 的情况本质上也属于这一类。这类偏离结束之后，局中人 1 会像没有发生过偏离一般行动。当局中人 1 在阶段 $k+1,\cdots,k+s$ 中选择 A，而局中人 2 选择 B 时，局中人 1 在这些阶段中的选项会是 A，B 交替出现。在这些条件下，局中人 2 在每个偏离阶段所能得到的最优支付为 5/2。在局中人 1 选择 A 的阶段中，局中人 2 最多可以获得 4；而在局中人 1 选择 B 的阶段中，局中人 2 最多可获得 1。而且，s 必然是一个偶数，因为局中人 1 在阶段 $k+1$ 中的选择是 A，只要博弈没有返回双方均选择 A 的形式，则 A 之后总是 B。

假设局中人双方听从合作理论的建议，每个局中人 i 选择超博弈最后的 r_i 个阶段，在其中总使用 B，而在之前的阶段中采取上述的一阶段惩罚模式。假设我们有 $r_1=3$ 和 $r_2=4$，如同我们已经看到的，在这种情况下局中人 2 采用了对局中人 1 的策略的最优反应。更一般地，我们可以说，如果 $r_i=r_j+1$，则局中人 i 使用了对局中人 j 的策略的最优反应。不可能出现这种情况：局中人双方各自选择的 r_i 形成博弈理论均衡，使每个局中人的策略都是对另一方策略的最优反应。不过可能会出现一个局中人使用对另一个局中人行为的最优反应的情况。因此合作理论没有建议具体数值 r_i。每个局中人 i 必须基于其直觉决定所希望选择的 r_i。为了做到这一点，他可能会试图根据自

己对另一个局中人的主观期望而作出最优选择。有一点是正确的，即至少其中一个人必然会作出错误的主观期望，当然双方会试图尽力做好。

假设局中人 1 选择 $r_1=3$，而局中人 2 成功地"猜透"了他，选择 $r_2=4$，则局中人 1 收到支付 291，局中人 2 收到 295。如果两个局中人均如归纳理论所建议的，总是选择 B，则每个人均获得 100。显然，在合作理论中只要 r_i 足够小，那么即使它被猜中，其结果也大大优于使用归纳理论中的最优反应。

善意理论

严格说来，这一理论并非针对 Γ_{100}^{3} 的理论。它是一种针对实验室局势的理论，其中的支付为现金支付。效用支付被假设为两部分之和，一种是"初级"效用，线性依赖于现金支付；另一种为"次级"效用，取决于局中人对另一个局中人的社会关系的判断。该社会关系属性由超博弈以往历史和决策影响初级效用的方式而决定。根据初级效用，以往和未来的选择被解释为友好的或者不友好的行动。友好的气氛比不友好的气氛被更为偏好。

善意理论只是基于这些一般性思想而能构造的理论之一。不应该过分强调导致次级效用的心理机制，这种机制的确切特性在没有经验研究的情况下是无法澄清的。以下将作出的假设纯粹为推测性的，它们示范了对有限囚徒困境超博弈中的真实行为模式的一类解释。

假设次级效用反映了以下倾向：① 友好的气氛比不友好的气氛被更为偏好。② 局中人不希望被认为在他辜负另一个局中人信任的意义上是"自私的"。

对倾向①建模的最简单方式为假设局中人在双方均选择 A 时的每个阶段各得到次级效用 a。常数 a 反映了这种倾向的强

度。由于双方均选择 A 是图 2.4 博弈中明显的合作解，所以合理的假设是认为没有比其更能创造友好关系的选择组合存在了。

为了对倾向②产生的次级效用形成假设，必须使信任的概念更为精确。设想在阶段 $t-s-1$ 中，至少一个局中人选择了 B，但而后对于 s 个后续阶段直到阶段 $t-1$，双方均选择了 A。在这种情况下，一个局中人如在阶段 t 中选择了 A，则他表现出"信任"；如果他选择 B 而另一个选择了 A，则他"辜负"了另一个局中人的"信任"。如果双方均选择 B，则均没有辜负信任，因为根本就没有信任。

显然，在长的选择组合(A, A)序列之后，比在短的这种序列之后更有理由期望信任并延长信任(其中第一个符号表示局中人 1 的选择，第二个符号表示局中人 2 的选择)。因此，在一个长的此类序列之后与在短的此类序列之后相比，更不应辜负另一个局中人的信任。

根据这些考虑，我们假设一个局中人在阶段 t 中选择 B 而对方选择 A，则选 B 者会得到负次级效用 $-b_s$，其中 s 表示 t 阶段以前的最后一次非(A, A)组合的阶段 $k(k<t)$之后的(A, A)组合的出现次数(显然我们有 $s=t-1-k$)。假设 b_s 是 s 的增函数。

如果在初级效用之上加以次级效用，则原来的超博弈 Γ_m^3 转变为一个新的博弈，记为 Γ_m^4。局中人 i 在 Γ_m^4 中的支付是所有 m 个阶段中他的初级与次级效用之和。显然 Γ_m^4 并不具有超博弈的结构，因为 b_s 取决于博弈进行的以往历史。

设在 Γ_{100}^4 中局中人双方在 99 个阶段中均选择了 A，则在无关的加成常数 $99(3+a)$ 基础之上，最后一个阶段的支付由图 2.9 中的双矩阵给出。对于 $a+b_{99}\geq 1$，图 2.9 中的双矩阵有两

个纯策略均衡点(A, A)和(B, B)。善意理论只有在这种情况下才会给出与归纳理论不同的结论，因此在以下的讨论中我们将总是假设 $a + b_{99} \geq 1$。

1 \ 2	A	B
A	a, a	0, $-b_s$
B	$-b_s$, 0	0, 0

图 2.8 次级效用的双矩阵

	A	B
A	$3+a$, $3+a$	0, $4-b_{99}$
B	$4-b_{99}$, 0	1, 1

图 2.9 在 99 个选择 (A, A) 的阶段之后最后阶段的支付

如我们将看到的，在这种假设下博弈 Γ_{100}^4 具有均衡点，使得局中人双方总是选择 A 作为他们的均衡策略。以下简单的行为规则提供了这样一个例子：如果在阶段 1, …, $t-1$ 中双方均选择了 A，则在阶段 t 中选择 A，否则选择 B。

如果另一个局中人也遵守这一规则，则在至少一个局中人没有选择 B 的以往阶段中偏离该规则而变到 B 是没有好处的。对于 $t<100$，初级效用的总和已为这类偏离所减少，而次级效用使得这样做更不好。对于 $t=100$，因为 $a + b_{99} \geq 1$，所以这类

偏离并没有好处，局势如图 2.9 所示。

令 $\bar{s}$ 为使 $a+b_{\bar{s}}\geqslant 1$ 成立的最小整数。如果 $\bar{s}$ 足够小，则正如在合作理论中所讨论的一样，规则趋向于实施一阶段惩罚，而后返回 A，这样就不破坏策略对的均衡特征。这里将不讨论这种可能性，只需说明当次级效用的影响足够大时归纳理论不适用于 Γ_m^4 也就足够了。

显然，对于 $\bar{s}<99$，如果局中人均应用这一规则，则他们在 Γ_{100}^4 中使用了一种均衡策略对。在均衡博弈中，双方均选择 A 直到阶段 99，但在阶段 100 中，发生"终止效应"，双方均选择了 B，我们可以说在阶段 100 中相互信任被打破了。

注意，双方在任何情况下均选择 B 也是 Γ_{100}^4 的一种均衡策略对。善意理论允许在局中人之间建立信任，但不排除没有建立信任的可能性。

三种理论的比较

如果没有引入次级效用而完全进行 Γ_m^3，则归纳理论的逻辑结论是不可避免的。不过合作理论的建议更为可信。这并不一定意味着归纳推理在操作上没有说服力。不同策略性建议的实际用处，在没有考虑到一种具体局势，例如支付为现金支付的实验室实验的时候，可能不能形成一种合理的直观判断。因此，可能无法避免一个人的直觉受到次级效用影响。一旦次级效用出现，善意理论之类的理论会提供为什么不接受归纳推理的理性理由。直觉判断和博弈论分析达成了一致。遗憾的是，对连锁店悖论来说，这种解决归纳推理造成的问题的简单办法不像它在有限囚徒困境超博弈中那么有说服力。

对囚徒困境实验中得到的证据的评论

一些实验研究曾基于囚徒困境超博弈，可惜在绝大多数情况下局中人在博弈开始时并不知道重复次数。如果阶段的数目

未知，则该实验局势更像一个无限超博弈。无限超博弈具有纯策略均衡点，其中均衡行为是局中人总是采取合作选择(在我们的例子中为A)。假设图2.4中的博弈重复无限次，长期平均支付，或更为精确地说，平均支付的极限下界被当做超博弈支付(普通的极限可能会不存在)。很容易看到，如果局中人总是如合作理论对最初 $100-r$ 阶段所建议的那样行动，则可获得博弈 Γ^3_∞的一个均衡点。

还有一些实例，其实验室局势对应于具有现金支付的有限超博弈(有关例子可参见Lave 1962;Lave 1965;Morehous 1973;Rapoport and Dale 1973)。其结果并没有显示出与合作理论或者善意理论有明显的不一致，至少在愿意针对相当一部分受验人并没有很好理解策略局势可能性而进行调整时是如此。在许多案例中，局中人双方在长阶段序列上会采取合作选择的意义上达成了合作。常见的是合作在最后阶段破裂，这种终止效应合作理论有所预期，善意理论也没有排除其可能性。

该博弈被描述给局中人的方式强烈影响着受验人的行为(Evans and Crumbaugh 1966;Pruitt 1967, 1970;Guyer, Fox 和 Hamburger 1973)。根据这些实验，可以预期 Γ^3_m 是由图2.4描述还是如图2.10中所示描述会造成不同。这里局中人具有同一种支付表，每个局中人在一个阶段中收到的支付为他"拿给自己"和其他局中人"给他"的总和。博弈的这种表述似乎影响了对其他局中人按其意图所做选择的解释。在图2.10中，选择A看上去比图2.4中更为"合作"。观察图2.4，一个受验人可能会想："他选择A是因为他希望得到支付3;"而图2.10则意味着另一种解释："他给我以3，而自己没有得到什么，目的是为了表现他的善意。"这一类表达效应指明了次级效用。善意理论可能并没有根据次级效用理论提供对此的最佳解释，但某些心理

效应确实得到了引入。

	我拿给自己	我给他
A	0	3
B	1	0

图 2.10 图 2.4 博弈的另一种描述

与连锁店悖论的比较

由于次级效用似乎对囚徒困境超博弈很重要，这可能会使人想到将同类推理应用到连锁店悖论中。关于次级效用能够作出何种假设以避免连锁店悖论呢?

可以假设人类具有某种"内部承诺力量"，一旦某人制定了一种计划，则对计划的任何改变将会产生负效用。这一思路与认知不协调理论是一致的(Festinger, 1957)。

假设在连锁店博弈的第一种版本中，局中人 A 制定了一种内部计划，计划直到阶段 17 对"进入"选择的反应将总是"攻击"。假设计划改变的负效用为 -3，则他具有足够理由固守其计划，原因是在前 17 阶段[①]中采用"攻击"反应更好(和以上讨论一样，初级和次级效用被设为以相加的方式结合)。

如果局中人 A 具有这种内部承诺力量，则制定这样一种内部承诺，即直到博弈的最后一个阶段均采取"攻击"反应，其结果会更好，也同样可行。当然这不太可信。因此"内部承诺理论"尽管也适用于有限囚徒困境，却不像是关于连锁店博弈的合理理论。

引入次级效用的另一种可能方式如下所述：如果局中人 A 采取威慑理论所建议的行为，但局中人 1，…，20 中的许多人仍然选择了"进入"，则局中人 A 会非常愤怒。作为一个愤怒的

---

① 原文为"在 17 阶段"，有误。——译者注

人，他会从攻击行为中得到正的次级效用。这和挫折－攻击假设（Dollard, Doob, Miller, Mowres 和 Sears, 1939）是一致的。“愤怒理论”具有和“内部承诺理论”相似的意义。局中人 A 应有能力阻止所有局中人 1，…，20。阻止行为将不会对某些最后局中人终止。因此，愤怒理论和内部承诺理论一样不可信。

博弈 Γ_{100}^{3}是一种 2 人博弈，局中人双方相互作用了相当多个阶段，可以认为会产生某种人际关系。与之相反，连锁店悖论 Γ_{20}^{1}是一种 21 人博弈，局中人 A 和局中人 1，…，20 中的每一个最多相互作用一次，其中没有机会发展人际关系。这是两个博弈之间的重要差异，也是造成对于连锁店博弈更难构造次级效用理论的部分原因。

基于这些考察，有理由得到以下结论：理性局中人拒绝接受归纳理论的结论作为对实际行为的指导，以次级效用为基础的理论并没有对此提供令人满意的解释，因此需要寻找不同的解释。

2.5 三层次决策理论概要

在本节中，笔者将尝试建立关于人类决策过程中某些方面的非正规模型。其一般方法是基于以下思路：一种决策可以在习惯层次、想像层次和推理层次等 3 种不同层次上形成。这一理论是猜想性的而非基于无旁证的经验事实。

当然，假设正好具有 3 个决策层次，且层次之间区别明确是过分简化了。无疑，决策过程比我们将描绘的简化图形要复杂得多。三层次理论只能说是对有限理性问题进行考察的一种启发性工具。

习惯层次

习惯层次可以视为一种简单的数理学习模型，在有 k 个选项 $1,\cdots,k$ 的决策问题中，某选项中选的概率取决于对以往同类问题的经验[5]。在习惯层次上，决策的作出并没有经过有意识的努力。对决策形势之间相似性的内在判断标准是粗糙的，有时并不充分。

想像层次

在想像层次上，决策者试图想像不同替代性选择会如何影响未来事件的可能过程。这种想像过程的目的在于选择其中看上去比其他选择更好的选项。决策者不知道为什么自己想像这种情景而不是另一种。想像过程由一系列在习惯层次上进行的过程性决策主导。我们可以说想像层次采用了习惯层次的决策。想像过程和计算机仿真相似，这种仿真的内容由习惯层次决定。

推理层次

推理层次的特征是在明确假定基础上，有意识地以理性方式分析形势，这些假定的正确性由过去经验和逻辑思考判定。推理过程的结果是选择最优替代性选项。推理层次需要更低层次的想像和习惯层次的帮助。一般性的逻辑分析基于某种简化模型，其假设是想像的产物。更进一步，想像过程的结果被当做引导推理过程的启示。

预决策

假设一个决策者面对着一种决策问题，他需要在 k 种替代性选项 $1,\cdots,k$ 中进行选择。这种形势会激发 3 种层次中的哪一种？由于高层次决策需要低层次的帮助，所以只有 3 种可能性：①只有习惯层次被激发，我们可以说决策者并没有停下来想一想；② 习惯层次和想像层次被激发，决策者想像不同选择的

后果，但他没有超出想像层次；③ 所有3种层次都被激发，以理性方式进行有意识的分析。

显然，必须作出一种决策以决定3种可能性，即①，②和③中哪一种被选用，这一决策被称为"预决策"。预决策在习惯层次上进行。

最终决策

预决策进行之后，被激发的那些层次会开始运作。一般来说，每个单一层次都会产生一种选择，它将被称为"层次决策"。我们假设习惯层次总是达成一种层次决策，但不排除想像过程或者推理过程没有达到任何结论的可能性，因为决策时间可能太短，或者决策问题可能太难。

假设达成多种层次决策，一般来说这些层次决策会彼此不同。显然需要进行一种决策以决定选择层次决策中的哪一个，这一决策被称为"最终决策"。最终决策决定实际行为，这一决定在习惯层次上进行。

注意，我们并没有假定高层次的决策会自动代替低层次决策，否则就不需要最终决策。三层次理论的一个重要特征就是已经找到理性行为方式的决策者的最终决策可能是采取别的行动。

以往经验对预决策和最终决策的影响

预决策和最终决策是在习惯层次上运作的学习过程的结果。在这两种情形中，相应决策内容均是层次选择问题。选择一种层次而不是另一种会受到以往类似决策的后果的影响。

首先考察最终决策。如果最终决策倾向于某一层次，例如推理层次，而结果是相应决策形势中该行为得到成功，则这将会增强未来类似决策形势中以此层次为最终决策的倾向，而失败经历则会削弱这种倾向。

作某特定预决策的倾向也会受到以往类似决策形势中所遇到的成功和失败的影响。如果一种倾向特定层次的最终决策得到成功，则预决策激发这一层次及更低层次的概率就会增加，失败经历则会使这一概率降低。

可能会发生在决策作出之后，而结果是采取另一种层次决策作为最终决策会更好的情况。这也会影响选择一种层次而不是另一种的倾向。

成功和失败的短期特征

学习过程运作的方式取决于决定什么是构成成功或失败的标准。如果没有反馈，则这一过程不会良好运作，成功和失败必须经历足够多次。因此，成功和失败的定义必须基于短期标准：在决策制定后合理的短期内，应该能够确定决策的后果是受欢迎的还是不受欢迎的。

成功和失败的短期特征并没有排除对长期目标的追求。长期目标也许可以通过对短期成功的量度实现，正确方向上的每一个进步都被视为成功经历。

没有理由相信，短期成功量度作为长期目标追求的替代物，其运作方式会与现代决策理论意义上的长期最优相同。因此，不能期望学习过程会趋向于产生近似于长期效用最大化的行为方式。

决策投入经济

决策时间和决策投入为稀缺物品，在对这些物品的使用上，想像过程比习惯过程成本要高，而推理过程比想像过程成本还高。预决策起到了以合理方式分配决策时间和努力的作用。

基于这些考虑，可能会有人问这样一个问题，为什么最终决策有时并不选择被激发的最高层次产生的层次决策，因为反正决策投入已经做了。

回答相当简单，更高层次并非总是提供了更好的决策。推理过程不是永远正确的，它存在逻辑和计算错误。想像过程也有自己的缺点。哪一种层次产生成功决策的机会最大将取决于决策问题的特性。因此，对于不同层次决策的比较价值需要积累经验。为此，在最终决策具有很高概率会选择一种低层次决策的形势中，进行高层次决策可能也是有用的。低层次决策被选中并不意味着高层次上的决策投入被浪费了。

为什么理性行为不能完全掌握?

设一个决策者重复面临同一种不确定决策问题，假设在推理层次上他能够找到这类问题的理性解。为了在头脑中有明确的印象，我们可考虑一种序贯投资决策形势。其中，一定数目的资金可以以几种不同方式投资，目标是使利润最大化。

由于决策在不确定状态下进行，现代决策理论下的理性解将会涉及到期望效用的最大化，所以在这一特例中可以假设期望效用由期望利润代表。

如果决策具有长期后果，则效用最大化是长期的。在我们的特例中，需要最大化的期望利润将为期望未来利润流或者其他类似的目标的折现和。根据我们对成功和失败短期特征的讨论，显然在这种情况下，长期学习过程不太可能导致接近理性解的决策行为。在以下讨论中我们假设不存在这种问题。决策形势被假设为使短期期望利润最大化是理性行为。正如我们将看到的，即便在这种情况中长期学习也可能无法接近理性解。

决定最终决策选择一种层次决策或者另一种的概率的学习过程在习惯层次上运作。由于期望利润无法观察到，实际利润的经验将提供成功和失败的标准，这一标准引导着学习过程。由于决策形势的不确定性，无法避免有时推理层次上产生的理性决策看上去是一种失败的情况，而习惯过程或想像过程可能

看上去更为成功，这会削弱采取理性选择的动力。即便理性选择比其他层次上产生的决策具有更高的成功比率，失败也会以某种概率发生，而决策者将不总是完全信任自己的推理过程，他不时会不采取其理性选择。

在我们的特例中考察这样一种形势，即决策者在特定种类的投资上曾经有过很糟糕的经历，例如普通股票上的投资。在推理层次上他得到的结论是：当时投资失败是因为在其作决策时有一些很小概率的未预见事件发生，而在当前情况下普通股票上的投资最为有利。然而，他会不自禁地对糟糕经历留有深刻印象，会感觉自己的推理过程不那么可信。在更低层次的分析上，普通股票上的投资并不合适。在习惯层次上，他形成了对重复糟糕经历的恐惧。在想像层次上，他生动地想像到使股价下跌的未预见事件的再次出现，尽管在推理层次上他知道现在这种事件比以往更不可能发生。最终他作出了选择另一种投资可能的最终决策。

2.6 三层次决策理论下的归纳问题

为简便起见，我们使用术语"归纳问题"来表示两种版本的连锁店博弈和有限囚徒困境超博弈中归纳理论带来的难题。在以下讨论中，2.5 节中的思想将会应用到这一问题上来。

为什么策略决策可能来自于想像层次？

人类生活中所发生的绝大多数策略决策问题相当复杂，一般来说不容易得到理性解，即便在相对简单的日常游戏性博弈中，也很少有可能计算出最优策略。商业和战争的策略决策问题则具有另一种困难，这些局势中非结构性的特征使得对它们

很难加以严格分析。

在这些情况下，假设想像层次最有机会产生成功决策是比较可信的。一般来说，对不同选择可能后果的想像能揭示策略局势在习惯层次上不易识别的重要结构性细节，因此想像层次倾向于产生比习惯层次更好的决策。在博弈局势中有一点很重要，即将自己置于其他局中人的地位思考，以形成其对自身行为的期望。这可以在想像层次上完成。一个局中人如果不假思索地在习惯层次上作出决策，则他很可能会犯一些错误，这些错误本可以简单地通过想像自己处于其他局中人的地位就能避免。

如果一个局中人试图对博弈局势进行严格分析，他常常会发现推理层次并不能导致任何明确的结论，这将减弱他在以后同类形势中激发推理层次的倾向。也有可能会出现推理层次导致一种不当决策的情况，而这是对该局势的一种过分简化模型进行严格思考的结果。决策局势本身常常并没有足够良好的结构允许直接使用严格分析，严格分析只能用于该局势的一种模型。推理层次需要想像层次的帮助以构造模型，想像过程作为对局形势的产生者比它作为局势模型假设的产生者更为可靠并非是不可能的。

在这些考虑的基础上，可以看到最终决策表现了对想像层次的强烈倾向，即便在局势具有良好结构而且严格思考并不太难时也是如此。

对归纳问题的应用

显然归纳理论是在推理层次上完成的抽象思考的结果。在想像层次上对两个、三个或者四个阶段的序列——具体的数目并不重要——进行明晰而详尽的想像是可能的，而对 20 个阶段的序列进行明晰而详尽的想像则是不可能的。对于阶段数少的

情况，归纳理论的结论可以通过对形势的想像而获得。对于阶段数多的情况，想像或者被限制到几个阶段中，例如博弈的最后阶段，或者想像将是模糊的，其中单个阶段的细节没有被考虑。一个局中人可能想像一些事情"在开始"而不是"结束时"会发生，而对这些模糊定义的博弈部分的长度没有明确概念。

在想像层次上，不可能发现威慑理论在两种版本的连锁店博弈中和合作理论在有限囚徒困境超博弈中有什么不对。相反，支持这些理论的想像看来非常具有说服力。

借助于三层次理论很容易理解为什么最后阶段显得与更早期阶段不同。基于次级效用的理论没有排除终止效应，但没有对它们作出真正的解释(参见我们在 2.4 节中对善意理论的讨论)。三层次理论看上去是考察归纳问题的非常自然的方式。

2.7 完美均衡点

下面将引入一些博弈理论概念，以便使归纳理论更为精确。为了本节的目的，博弈均总是指 n 人完美回忆扩展型博弈[6]。完美回忆博弈可以利用行为策略进行分析，并且不需要考察其他类型的策略[7]。

定义[8]

令 $\mathcal{U}_i$ 为博弈 Γ 的局中人 i 的所有信息集组成的集合，博弈 Γ 的局中人 i 的一种行为策略

$$q_i = \{q_U\}_{U\in\mathcal{U}_i} \tag{2.1}$$

对局中人 i 的任意信息集在 U 的选择上赋予概率分布 q_U。如果 γ 是 U 处的一种选择，则 $q_U(\gamma)$ 为 γ 被 q_i 选中的概率。

令 Q_i 为博弈 Γ 中局中人 i 的所有行为策略 q_i 组成的集合。n 元集 $q=(q_1,\cdots,q_n)$, $q_i\in Q_i$, 被称为 Γ 的策略组合。Γ 的所有策略组合的集合记为 Q。

由于不考虑其他类型的策略，以下讨论中行为策略常被简称为策略。对于任意策略组合 $q\in Q$，期望支付向量 $\boldsymbol{H}(q)=(H_1(q),\cdots,H_n(q))$按照通常的方式定义。$H_i(q)$是指在 q 中的策略为局中人所用的条件下，局中人 i 的期望支付。

如果 q 是一种策略组合，而 q'_i 是局中人 i 的策略，则符号 q/q'_i 被用来表示策略组合$(q_1,\cdots,q'_i,\cdots,q_n)$，它是 q 中局中人 i 的策略 q_i 被 q'_i 替代而 q 中其他策略保持不变的结果。

如果我们有：

$$H_i(q/\tilde{q}_i)=\max_{q'_i\in Q_i}H_i(q/q'_i) \tag{2.2}$$

一种策略 $\tilde{q}_i$ 被称为对策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$的最优反应。

均衡点是一种策略组合 $q^*=(q_1^*,\cdots,q_n^*)$，其中对于 $i=1,\cdots,n$，策略 q_i^* 是对 q^* 的最优反应。

子博弈

令 x 为博弈 Γ 的树 K 的一个节点，令 K_x 为包含 x 和 K 中 x 之后所有部分(指到达 x 后，博弈可达到的部分)的子树。K_x 是一个子博弈 Γ_x 的树，当且仅当 K_x 具有以下性质：如果一个信息集 U 包含 K_x 的至少一个节点，则 U 中的任意节点均属于 K_x。子博弈 Γ_x 通过将 Γ 的规则限制在 K_x 上而从 Γ 中得到：在 K_x 上，信息集、局中人的选择和随机选择的概率及支付均与 Γ 中相同。

在 Γ 的子博弈 Γ_x 中，局中人 i 的策略 q_{xi}被称为由 Γ 的策略 q_i 生成，是指 Γ_x 上策略 q_{xi}和 q_i 均表示同样行为。Γ_x 的策略组合 $q_x=(q_{x1},\cdots,q_{xn})$被称为由策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$生

成，是指对于 $i=1,\cdots,n$，q_{xi} 由 q_i 生成。

完美均衡点

博弈 Γ 的完美均衡点 $q^*=(q_1^*,\cdots,q_n^*)$ 是 Γ 的一个均衡点，它在 Γ 的任意子博弈 Γ_x 之上生成一个均衡点 $q_x^*=(q_{x1}^*,\cdots,q_{xn}^*)$。

有的观点认为，扩展型博弈的严格非合作解必须是完美均衡点[9]。对博弈 Γ 中所有局中人设定完备策略建议的理性理论所指示的必须是 Γ 的完美均衡点。这种理论所指示的首先必须是均衡点，原因是：如不然，则至少一个局中人在其他局中人如所指示的方式行为时可以通过偏离理论建议而提高其支付。此类形势不仅应该在作为一个整体的博弈中排除，而且也应该在该博弈的子博弈中排除。但这对于任意均衡点来说并不自动成立，原因是：整体博弈的均衡点可能会在该整体博弈均衡点被采用时不会达到的一个子博弈上生成一种非均衡的策略。显而易见，理性理论应该在博弈的任何部分上指示理性行为，即便是在博弈理性进行时不会达到的那些部分上也应如此。

完美均衡点和不完美均衡点之间的差异可以借助于图 2.1 中的博弈 Γ_1^1 表现。正如我们从双矩阵中可以看到的，这一博弈具有两个纯策略均衡点：均衡点“合作”/“进入”是完美的，而均衡点“攻击”/“退出”是不完美的。在局中人 1 选择“进入”后，一个子博弈开始了。这一子博弈只有一个均衡点，即局中人 A 的“合作”反应。由此即可以得到 Γ_1^1 有且仅有一个完美均衡点，即策略组合“合作”/“进入”。

对不完美均衡点“攻击”/“退出”有一种有趣的解释：局中人 A 威胁对“进入”选择采用“攻击”反应。如果局中人 1 相信这种威胁，则对他来说最好选择“退出”；如果局中人 1 选择“退

出”，则局中人 A 不需要实行他的威胁。在“进入”选择后的子博弈不会被“攻击”/“退出”所达到。

局中人 A 的威胁是不可信的，局中人 1 知道局中人 A 对“进入”选择采取“攻击”反应对其自身不利，因此对局中人 1 来说选择“进入”更好。不完美均衡点并不是对完美均衡点的理性替代，局中人 1 不会被阻止。

2.8 归纳理论的精确陈述

要对两种版本连锁店博弈和有限囚徒困境超博弈中的归纳理论作精确陈述，需要完美均衡点概念。两种版本连锁店博弈中的威慑理论与均衡点的思路并非不相容。正如我们在 2.7 节中所看到的，即使是在 Γ_1^1 中也存在一个不完美均衡点，即局中人 1 被阻止，不选择“进入”。威慑理论在博弈理论上不正确的原因是它和完美均衡点概念不相容。

众所周知，在有限囚徒困境超博弈中合作理论已和均衡点概念不相容[10]，不过应用完美均衡点概念更为合适。

有限囚徒困境超博弈是一种扩展型博弈。继而，自然的推理方式是从后开始，首先考察最后一个阶段，而后考察倒数第二个阶段，如此等等。这种方法和完美性的要求具有紧密联系。在有限囚徒困境超博弈的不完美均衡点中，有一些在某些未达到子博弈上指示应在最后阶段中采用合作选择 A。

以下定理包含了对归纳理论的精确陈述。

定理

对于 $m=1,2,\cdots$ 博弈 Γ_m^1，Γ_m^2 和 Γ_m^3 有且仅有一个完美均衡点。在两种版本连锁店博弈 Γ_m^1 和 Γ_m^2 中，惟一确定的完美

均衡点要求，一旦局中人 1，2，…，m 中的一个必须作出一种选择时，他就选择“进入”；而一旦局中人 A 必须作出一种选择时，他选择“合作”。在有限囚徒困境超博弈 Γ_m^3 的情形中，惟一确定的完美均衡点要求两个局中人在每个阶段、任何情况下均选择 B。

证明：

让我们首先考察两种版本的连锁店博弈。在 Γ_1^1 和 Γ_1^2 之间不存在差异，我们在 2.7 节的讨论中已经表明，就 Γ_1^1 而言，定理的论断是正确的。假设定理对 $\Gamma_1^1, \cdots, \Gamma_{m-1}^1$ 和 $\Gamma_1^2, \cdots, \Gamma_{m-1}^2$ 成立，对于局中人的数目和支付函数中与策略无关的一些常数来说，Γ_m^1 在阶段 2 开始的子博弈和 Γ_{m-1}^1 具有相同的结构。类似地，Γ_m^2 在阶段 2 开始的子博弈和 Γ_{m-1}^2 本质上具有相同结构。根据完美性要求的定义，显然完美均衡点在任意子博弈上生成完美均衡点。由归纳假设可以知道，在阶段 2 开始的子博弈均正好各有一个完美均衡点。整体博弈的完美均衡点必须生成符合定理要求行为的这些均衡点。由于在子博弈中的行为并不依赖于阶段 1 的结局，所以只有一种方式才能将这种行为补充完全，以便通过加入对阶段 1 的指示而构造整体博弈的完美均衡点。

在 Γ_m^1 中，局中人 1 必须选择“进入”，而局中人 A 必须采取“合作”反应。在 Γ_m^2 中，局中人 1，2，…，m 必须选择“进入”，而局中人 A 必须采取“合作”反应。显然局中人 A 只能如此行动，他无法影响以后阶段中其他局中人的行为。如果他能够采取不同的行动，完美均衡点将不能在以阶段 1 局中人 A 的反应开始后的子博弈中生成一个均衡点。因此，在阶段 1 中，Γ_m^1 的局中人 1 和 Γ_m^2 中的局中人 1，2，…，m 选择“进入”更好。这表

明定理对于 Γ_m^1 和 Γ_m^2 均成立。

现在让我们来考察 Γ_m^3，定理的论断对于 Γ_1^3 成立。

这一博弈只有一个均衡点，即(B, B)。假设定理对 $\Gamma_1^3, \cdots, \Gamma_{m-1}^3$ 成立，对于支付函数中与策略无关的加性常数来说，Γ_m^3 在阶段 2 开始的子博弈具有和 Γ_{m-1}^3 相同的结构。因此这些子博弈均正好有一个完美均衡点，指示任何情况下均选择 B。Γ_m^3 的完美均衡点必须对阶段 2, …, m 指示同样的行为。

如果希望构造整体博弈的均衡点，则只有一种方式能够将这一行为通过指示阶段 1 的选择而补充完全，局中人双方必须在阶段 1 中选择 B。给定子博弈中的行为，在阶段 1 中选择 B 会导致比选择 A 更好的支付，这和其他局中人在阶段 1 中的选择无关。

该定理证明完成。

注 释

1 不过这一情节具有产业组织方面的特征并不是完全出自偶然，我是在关于进入阻止价格理论的一次讨论中意识到这一问题的。我要对 Frankfurt am Main 大学的A. Gutowsky 教授表示感谢，我正是和他进行了这一次非常有趣的思想交流。

2 Luce 和 Raiffa 的著作《Games and Decisions》包括对有限囚徒困境超博弈的全面讨论(Luce-Raiffa, 1957, pp. 97～102)。

3 Luce 和 Raiffa 意识到这种理论的可能性，但是他们的观点属于合作理论。我认为他们低估了他们建议的相悖性(Luce-Raiffa, 1957, pp. 97～102)。

4 Luce 和 Raiffa 认为，这不是该问题的解，原因是可以想像一种实验室形势，其中心理效应被适当的现金支付所补偿(Luce-Raiffa 1957, p. 98)。这种观点并非没

有争论余地。很难想像这样一种实验室形势，使得能够认为如果局中人面临这样一种形势时会倾向于依据归纳理论行动。

5 在 Bush 和 Mosteller 的经典性工作（Bush 和 Mosteller, 1955）出现之后，一些这种类型的学习模型在有关文献中得到考察（参见 Bestle 和 Greeno, 1970）。

6 参见 Kuhn, 1953 和 Aumann, 1964。

7 Kuhn 曾经证明在完美回忆博弈中可以为每种普通的混合策略找到一种支付等价的行为策略（Kuhn, 1953, p.213）。

8 这里假设读者熟悉扩展型博弈的概念（参见 Kuhn, 1953 或者 Selten, 1969 和 Selten, 1964）。

9 参见 Selten 1965, 1968 或 1973。这里没有使用 1975 年进一步精炼的概念。

10 参见 Luce-Raiffa, 1957, pp.99～100。

参考文献

Aumann R J. Mixed and Behavior Strategies in Infinite Extensive Games. In: Dresher M, Shapley L S, Tucker A W eds. Advances in Game Theory. Annals of Mathematics Studies Princeton, 1964, 52: 627～650

Bush R R, Mosteller F. Stochastic Models for Learning, New York, 1955

Dollard J L, Miller D N, Mowres O, et al. Frustration and Agression, New Haven, 1939

Evans G W, Crumbaugh C M. Effects of Prisoner's Dilemma Format on Cooperative Behavior. Journal of Personality and Social Psychology, 1966, 6: 486～488

Festinger L. A Theory of Cognitive Dissonance. Evanston Ⅲ, 1957

Guyer Melvin, John Fox, Henry Hamburger. Format Effects in the Prisoner's Dilemma Game. Journal of Conflict Resolution, 1973, 17: 719～743

Kuhn H W. Extensive Games, the Problem of Information. In: Kuhn H W, Tucker A W eds. Contributions to the Theory of Games, Vol. Ⅱ. Annals of Mathematics Studies, Princeton, 1953, 28: 193～216

Lave, Lester B. An Empirical Approach to the Prisoner's Dilemma. Quarterly Journal of Economics, 1962, 76:424～436

Lave, Lester B. Factors Affecting Cooperation in the Prisoner's Dilemma. Behavioral Science, 1965, 10:26～38

Luce, Duncan R, Howard Raiffa. Games and Decisions. New York-London-Sidney, 1957

Morehous L G. One-play, Two-play, Five-play and Ten-play Runs of Prisoner's Dilemma. Journal of Conflict Resolution, 1967, 11:354～362

Neumann J V, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, 1944

Pruitt D G. Reward Structure and Cooperation: the Decomposed Prisoner's Dilemma Game. Journal of Personality and Social Psychology, 1967, 7:21～27

Pruitt D G. Motivational Processes in the Decomposed Prisoner's Dilemma Game. Journal of Personality and Social Psychology, 1970, 14:227～238

Rapoport, Anatol, Dale P S. The "End" and "Start" Effects in the Iterated Prisoner's Dilemma. Journal of Conflict Resolution, 1967, 11:354～462

Restle Frank, Greeno J G. Introduction to Mathematical Psychology. Addison Wesley Publishing Company, 1970

Selten R. Bewertung Strategischer Spiels, Zeitschrift für die gesamte Staatwissenschaft. 1960, 221～282

Selten R. Valuation of n-Person Games. In: Advances in Game Theory. Annals of Mathematics Studies, Princeton N.J., 1964, 52:565～578

Selten R. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodelss mit Nachfrageträgheit. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1965, 121, Teil Ⅰ:301～324, Teil Ⅱ: 667～689

Selten R. An Oligopoly Model with Demand Inertia. Working Paper No. 250. Center for Research in Management Science. Berkeley: University of California, 1968

Selten R. A Simple Model of Imperfect Competition, Where 4 are Few and 6 are Many. International journal of Game Theory, 1973, 2:141～201

Selten R. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 4:25～55

3. 论不对称动物争斗中的演进稳定策略

本文考察一种不对称动物争斗博弈模型，其中对手分别担任不同的角色，如"主人"和"侵入者"。文中表明，如果一种信息不对称存在，则演进稳定策略必然是纯策略。如果两个对手总是具有不同角色，则这一条件就会得到满足。关于对手角色的信息可能是不完全的。

3.1 导言

在梅纳德·史密斯(J. Maynard Smith)和普赖斯(G. R. Price)的一篇研究论文中，演进稳定策略的概念被引入，作为分析动物争斗的一种博弈理论工具(Maynard Smith & Price, 1973)。演进稳定策略概念和不对称均衡点概念之间具有紧密联系(Nash, 1951)。对偏离策略的附加稳定要求是博弈理论的重要革新(该偏离策略是演进稳定策略的替代最优反应)，该条件可以排除这种突变的扩散。

不对称动物争斗是指领地竞争中对手担任不同角色的一种

局势，如"主人"和"侵入者"(Maynard Smith & Parker, 1976)。角色可以通过多个变量，如所有权和规模的组合定义。信息可能是不完全的，即对对手的角色并非完全清楚[①]。

假设竞争中的两个对手不会处于同样的信息局势中。这一假设可以称为信息不对称。如果竞争中的两个对手总是具有不同于对方的角色，则信息不对称的充分条件得到满足。

本文的目的是表明在这里所考察的不对称动物争斗模型中，演进稳定策略必然是纯策略。值得指出的是，这一结果严格依赖于信息不对称假设。

对称均衡点中存在一些适当混合的策略，其不稳定性的直观原因来自于一个事实，即总是有可能发现一种替代性的最优反应，它只在一种信息形势中产生偏离。考察将要做此类替代最优反应的突变者，他的策略将和对两个局中人均相同的均衡策略同样成功。根据信息不对称，在那里信息局势偏离与否是无差异的，原因是无论他们是否发生突变，他总是会遇到行为和均衡策略所指示的相同的对手。因此没有什么事会防止通过基因变换而形成的突变扩散。

3.2 种群博弈

演进稳定策略的概念原本定义在标准型博弈之上。标准型的弱点是，在需要多种形势下进行选择的博弈中，标准型对在可

---

① 我要感谢 Bielefeld 大学生物系的 Peter Hammerstein，他在此类模型上的工作使我意识到这篇短文所回答的问题。

观测行为方面不可区分的混合策略进行了虚假的区分[①]。根据可以应用于本模型的库恩定理，这一点是显然的，因为它们可被视为完美回忆扩展型博弈(Kuhn, 1953; Selten, 1975)。

为了避免标准型的弱点，在此引入不同的博弈形式，称为“种群博弈”。种群博弈类似于其他地方所讨论过的代理人标准型(Selten, 1975)。在定义种群博弈之前将引入一些辅助概念的解释。

信息形势：种群博弈的定义明确表明必须在多种形势中进行选择的思路，这些形势随着选择者的信息而不同。因此我们谈论的是信息形势(信息形势对应于扩展型中的信息集)。种群博弈中的所有信息形式的集合标记为 U。集合 U 被假设为有限非空的。

选择：在每种信息形势 u 中，选择者具有非空有限的选择集合 C_u。赋予每个 $u \in U$ 其选择集 C_u 的函数 C 被称为选择集函数。

局部策略：信息集 u 处的局部策略 p_u 是 u 处选择集 C_u 上的概率分布。符号 $p_u(c)$ 用来表示由 p_u 赋予一个选择 $c \in C_u$ 的概率。u 处所有局部策略 p_u 的集合记为 P_u。

行为策略：行为策略 p 是一个函数，对每个 $u \in U$ 赋予局部策略 $p_u \in P_u$。这一定义紧密对应着扩展型中的行为策略概念(Kuhn, 1953; Selten, 1975)。所有行为策略的集合记为 P。

支付函数：种群博弈的支付函数 E 对 P 中任意行为策略对

---

① Koin 大学的 Heinz-Joachim Pohley 和 Bernhard Thomas 的一篇未发表的论文“On Evolutionary Stable Strategies in Populations with Subpopulations Having Isolated Strategy Repertoires”采用了能够避免这些弱点的一种标准型方法。他们对相关但范围更窄的一类模型证明了完全混合演进稳定策略的不存在性。他们的分析基于 Haigh 标准(Haigh, 1975)。在此使用的方法不同，得到了更强也更为一般的结论。

(p,q)赋予实值 $E(p,q)$。$E(p,q)$的函数形势取决于产生种群博弈的生物模型。

种群博弈：种群博弈 $G=(U,C,E)$由信息形势集合 U、选择集函数 C 和支付函数E 组成，U，C 和E 具有上述性质。

解释：博弈论在社会科学的应用中，一般来说确定局中人相对而言比较容易。生物学博弈在这方面更为困难一些，注意力将集中在策略上而不是局中人上。

可以将局中人视为一个随机选择的动物。支付 $E(p,q)$则是在模型所描述的争斗局势中，这一随机选择的动物在它按照 p 行动而其他动物按照q 行动时所获得的适应性增加的期望。

还有两种更详尽的解释。假设在种群中有 N 个动物。我们想像这一博弈是由 N 个局中人进行，他们按随机原则对应于这 N 个动物，各局中人有同等机会成为 N 个动物中的任意一个。我们将此称为"多局中人解释"(N 是一个大数)。

在多局中人解释中，E 是一个对称博弈的一种部分确定的支付函数。一个局中人的支付只是针对所有其他局中人采用同样策略的情况而进行了定义。对于所有的其他情况，支付可以不加确定，原因是演进稳定策略以局中人对共同使用策略的偏离的形式进行定义。

另一种解释基于只有少数局中人的思路，例如数目为 n，其中 n 为参与模型所描述争斗的局中人的最大数目。在这里，考察的不对称动物竞争模型中，我们有 $n=2$，但这不是有实际意义的最一般的情形(例如，我们可能会考虑同胞之间的争斗)。我们想像从可能争斗的范围内以适当概率随机选择争斗，n 个局中人中随机选择 m 个并把他们随机赋予实际参与争斗的 m 个动物。各局中人具有同等机会成为这些动物中的任何一个。我们称之为"少局中人解释"。

在 $n=2$ 情形中，少局中人解释具有优势 $G=(U,C,E)$，成为一个对称双人博弈，其支付函数完全确定。对于这里所考察的模型，这种解释比较自然。

至于规范的定义和结果，我们就不需要在两种解释中选择一个。分析将总是集中在一个可能偏离也可能不偏离共同使用策略的局中人上。在某种意义上，局中人的数目并没有多大关系，因此不需要确定为种群博弈 $G=(U,C,E)$的一个参数。

阅读生物学文献的博弈论研究者可能会很容易被误导，从而相信所采用的博弈描述是一个种群和一种侵入突变之间的争斗。这并不是事实。突变－种群争斗是由解概念而不是由博弈结构描述，这在演进稳定策略的解释中很明确(Maynard Smith & Price)。

3.3 演进稳定策略

演进稳定策略的定义将通过强调它和对称均衡点概念之间紧密联系的方式进行表述(Nash, 1951)。

最优反应：令 q 和 r 为$G=(U,C,E)$的两种行为策略。如果下式成立：

$$E(r,q)=\max_{p\in P}E(p,q) \tag{3.1}$$

策略 r 被称为是对 q 的最优反应。

均衡策略：如果 p 是对 p 的最优反应，$G=(U,C,E)$的策略 p 被称为是G 的均衡策略。

替代最优反应：令 p 为一种均衡策略。如果对 p 的一种最优反应 r 不同于 p，则 r 称为对 p 的一种替代最优反应。

演进稳定策略：$G=(U,C,E)$的一种策略 p 被称为是一

种演进稳定策略，如果以下条件得到满足：

(i) 均衡条件。p 是 G 的一种均衡策略。

(ii) 稳定条件。对于 p 的任意替代最优反应 r，以下不等式成立：

$$E(p,r) > E(r,r) \tag{3.2}$$

均衡条件(i)要求 p 是 Nash 意义上对称均衡点中的均衡策略。稳定条件(ii)保证面对策略为对 p 的替代最优反应的突变时的稳定性。

3.4 不对称动物争斗模型

以下将描述一类不对称动物争斗模型和从中产生的种群博弈。在这些模型中每次争斗有两种动物参与。我们采用种群博弈的少局中人解释。

角色：一个局中人会发现自己处于一系列角色 $1,\cdots,I$ 中，可以想像领地竞争中的“弱小主人”和“强大侵入者”的例子。

知觉刺激：将注意力局限在完全知晓对手角色的模型中是不必要的，因此我们假设存在 S 种知觉刺激 $1,\cdots,S$，其概率取决于对手角色。一种刺激 s 可视为一个动物对其对手角色的不精确把握。

信息形势：一种角色 i 和一种刺激 s 一起构成了竞争者在竞争中选择其行动过程所基于的信息。因此信息集具有 (i,s) 对的形式，其中 $i=1,\cdots,I$；$s=1,\cdots,S$。信息形式集合 U 是所有这种对构成的集合的非空子集。U 中不包括那些从来不会成为信息形势的 (i,s) 对。

竞争形势：一种竞争形势 (u,v) 是一种对，其中 u 和 v 是

信息形势。$u \in U$ 和 $v \in U$ 的所有竞争形势(u, v)组成的集合记为 X。竞争形势描述了竞争开始时两个对手的信息。

基本分布：在少局中人解释中竞争是随机选择的，局中人 1 被随机赋予一个对手，而局中人 2 赋予另一个对手。在这种解释下，令 w_{uv}为局中人 1 处于信息形势 u，局中人 2 处于信息形势 v 的竞争形势(u, v)发生的概率。假设 w_{uv}和所使用的策略无关。

根据解释中所涉及到的对称性，我们必须要求以下对称条件：

$$w_{uv} = w_{vu} \qquad [\text{所有}(u, v) \in X] \tag{3.3}$$

这里所考察的模型具有信息不对称性质，两个对手将总不会发现两人处于同一信息形势：

$$w_{uu} = 0 \qquad (\text{任意 } u \in U) \tag{3.4}$$

可以不失一般性地假设，对于任意 $u \in U$，可以找到 $v \in U$，使 $w_{uv} > 0$（如果不是这样，则 U 可以缩小）。Y 标记使 $w_{uv} > 0$的所有(u, v)的集合。

选择：假设在一种信息形势 $u \in U$ 处的局中人有 B_u 种选择 $1, \cdots, B_u$，因此 $C_u = (1, \cdots, B_u)$是 u 处的选择集。选择可以解释为可能的行动过程，如“攻击”、“示威”和“逃跑”。

形势支付：如果局中人 1 在信息形势 u 处采取选择 b，而局中人 2 在信息形势 v 处采取选择 c，则 $h_{uv}(b, c)$是局中人 1 获得的支付（增加的适应性）。我们可以将 h_{uv}视为具有 B_u 行和 B_v 列的支付矩阵。假设对所有$(u, v) \in Y$ 有此矩阵。

如果局中人 1 和 2 分别采用局部策略 p_u 和q_v①，则局中人

① 原文为 p_v，有误。——译者注

1 得到以下形势支付：

$$H_{uv}(p_u, q_v) = \sum_{b \in C_u} \sum_{c \in C_v} p_u(b) q_v(c) h_{uv}(b, c) \quad (3.5)$$

局部支付：令 p_u 为局部策略并令 q 为行为策略。局中人 1 在 u 处对 (p_u, q) 的局部支付的定义如下：

$$H_u(p_u, q) = \sum_{v \in U} w_{uv} H_{uv}(p_u, q_v) \quad (3.6)$$

其中，q_v 是由 q 赋予 v 的局部策略。

总支付：令 p 和 q 为两种行为策略。支付 $E(p, q)$ 的定义如下：

$$E(p, q) = \sum_{u \in U} \sum_{v \in U} w_{uv} H_{uv}(p_u, q_v) \quad (3.7)$$

其中，p_u 和 q_v 是由 p 和 q 分别赋予 u 和 v 的局部策略。式 (3.7) 可以重新写为：

$$E(p, q) = \sum_{u \in U} H_u(p_u, q) \quad (3.8)$$

显然 $E(p, q)$ 是局中人 1 使用 p，局中人 2 使用 q 时，局中人 1 获得的期望支付。局中人 2 对这一策略对的期望支付为 $E(q, p)$。根据形势的对称性这显然成立。

模型：这里所考察的模型可以由以下五元集描述：

$$M = (I, S, U, w, h) \quad (3.9)$$

其中，I 为角色个数，S 是知觉刺激的数目，U 是信息形势的集合，C 是选择集函数，w 是基本分布，而 h 是支付矩阵函数，对 $w_{uv} > 0$ 的任意 (u, v) 赋予支付矩阵 h_{uv}（因为 h 和 w 包括了相关信息，所以其中不必包括 C 和 Y）。令 K 为所有具有上述性质的这类模型的类别。

模型的种群博弈：任意模型 $M \in K$ 表示了一种个群博弈 $G = (U, C, E)$，其中 U, C 和 E 的定义如上。这一博弈 G 被称为模型 M 的种群博弈。

3.5 结论

这一节中的定义和引理针对的是 K 类中的模型 $M=(I,S,U,w,h)$的博弈 $G=(U,C,E)$。

纯策略：局部策略 p_u 被称为纯的，是指 p_u 对一种选择 $b\in C_u$ 赋予概率 1，而对所有其他选择赋予概率 0。行为策略 p 被称为纯的，是指由 p 指示的所有局部策略 p_u 都是纯的。

恰当混合策略：一种局部策略或行为策略被称为恰当混合的，是指它并非纯策略。

符号约定：如果一种选择 $b\in C_u$ 被用做 H_{uv} 或 H_u 的自变量，则符号 b 表示对选择 b 赋予概率 1 的局部纯策略。

局部最佳选择：如果对于选项 $b\in C_u$，有

$$H_u(b,q)=\max_{c\in C_u}H_u(c,q) \tag{3.10}$$

则称 b 为针对 q 的最佳选择。

局部最优反应：如果下式成立：

$$H_u(r_u,q)=\max_{p_u\in P_u}H_u(p_u,q) \tag{3.11}$$

则 $r_u\in P_u$ 是对 $q\in P$ 的局部最优反应。

引理 1：

一种局部策略 r_u 是对 q 的局部最优反应，当且仅当满足 $r_u(b)>0$ 的任意选择 $b\in C_u$ 对 q 是局部最优的。

证明：

这一引理表述的是一项著名的基本博弈理论事实，只要利用关系式

$$H_u(r_u, q) = \sum_{b \in C_u} r_u(b) H_u(b, q) \qquad (3.12)$$

就可以很容易导出。

式(3.12)很容易从式(3.5)和式(3.6)中导出。我们可以说，如果可以找到一种策略 p_u 满足 $H_u(p_u, q) > H_u(r_u, q)$，则 r_u 可以改进。由式(3.12)可知，当且仅当对于至少一种非局部最优的 b，我们有 $r_u(b) > 0$ 时，r_u 才可改进。

引理 2：

行为策略 r 是对行为策略 q 的最优反应。当且仅当由 r 赋予信息形势 $u \in U$ 的任意局部策略 r_u 是对 q 的局部最优反应。

证明：

我们可以说，如果可以找到满足 $E(p, q) > E(r, q)$ 的行为策略 p，则 r 可改进。由式(3.8)可知，当且仅当至少一个 r 指示的局部策略 r_u 并非局部最优时，r 才可改进。

引理 3：

令 p 为恰当混合均衡策略，则 p 具有纯替代最优反应。

证明：

对于任意 $u \in U$，令 $b_u \in C_u$ 为针对 p 的局部最优选择中的一个。考虑纯策略 k，它的局部策略 k_u 以概率 1 选择这些 b_u。

根据引理 1，每个 k_u 是对 p 的局部最优反应。因此，由引理 2 可知，纯策略 k 是对 p 的替代最优反应。

引理 4：

令 p 为一种均衡策略，令 r 为对 p 的替代最优反应，则可以找到对 p 的一种替代最优反应 m，其局部策略 m_u 和 p 的局部策略只是在一种信息形势下不同。

证明：

令 v 为满足 $r_v \neq p_u$ 的一种信息形势。可以找到这样一种 v 是因为 r 不同于 p。令 m 为一种行为策略，其局部策略 m_u 如下：对于所有 $u \neq v$，$m_v = r_v$，$m_u = p_u$。由引理 2 可知，m 是对 p 的一种替代最优反应。

引理 5：

令 p 为一种演进稳定策略，则不存在对 p 的替代最优反应。

证明：

假设存在对 p 的替代最优反应，则根据引理 4，我们可以找到一种替代最优反应 m，它和 p 只是在一种信息形势 v 处不同。信息不对称性质(3.4)产生的后果为：

$$H_v(q_v, p) = H_v(q_v, m) \quad (\text{所有 } q_v \in p_v) \tag{3.13}$$

这来自于一个事实，对于处于信息形势 u 的一个局中人的对手的所有信息形势，p_u 和 m_u 相同。根据引理 2，由于 p_v 和 m_v 均是对 p 的局部最优反应，所以我们有：

$$H_v(m_v, p) = H_v(p_v, p) \tag{3.14}$$

根据式(3.13)，我们可以在式(3.14)中用 m 代替 p：

$$H_v(m_v, m) = H_v(p_v, m) \tag{3.15}$$

由于对 $u \neq v$ 有 p_u 和 m_u 相同，因此我们有：

$$H_u(m_u, m) = H_u(p_u, m) \quad (u \neq v) \tag{3.16}$$

式(3.15)和式(3.16)与式(3.8)一起可以导出：

$$E(m, m) = E(p, m) \tag{3.17}$$

由式(3.17)可知，m 是对 p 的一种替代最优反应，但不满足演进稳定策略定义中的不等式(3.2)，因此如果存在替代最优反应，这一定义中的条件式(3.11)无法满足。

定理：

令 $G = (U, C, E)$ 为模型 $M \in K$ 的博弈，令 p 为 G 的一种

演进稳定策略，则 p 为一种纯策略。进而不存在对 p 的替代最优反应。

证明：

替代最优反应的不存在由引理 5 得出。如果 p 是恰当混合的，则由引理 3 可知存在替代最优反应，因此 p 必然是纯策略。

参考文献

Dawkins R.(1976). The Selfish Gene. Oxford

Haigh J.(1975). Adv. Appl. Prob. **7**

Harsanyi J.(1967/8). Mngt. Sci. **14**, 159, 320, 486

Kuhn H W.(1953). In Contributions to the Theory of Games(Kuhn H W, Tucker A W eds.), vol. Ⅱ, pp. 193～216. Princeton

Maynard Smith J, Parker G A.(1976). Anim. Behav. **24**, 159

Maynard Smith J, Price G R.(1973). Nature **246**, 15

Nash J F.(1951). Ann. Math. **54**, 155

Neumann J V, Morgenstern O.(1944). Theory of Games and Economic Behavior. Princeton

Selten R.(1975). Int. J. Game Theory **4**, 25

第二部分　应用博弈理论

4. 绑架的简单博弈模型

绑架人质的局势，例如绑架富人以索取赎金，毫无疑问具有某种博弈论特征。下面建立了一种非常简单的博弈模型，它只不过是一种初步尝试，目的在于对绑架者——他将被称为局中人 K——和要付赎金的人质家庭——称为局中人 F——所面临的策略问题有所了解。

在 K 和 F 之间的双人博弈开始于局中人 K 对其计划执行与否的选择。这一选择由 0－1 决策变量 b 表述：

$$b=\begin{cases}0 & \text{不进行绑架}\\1 & \text{进行绑架}\end{cases} \tag{4.1}$$

如果 K 选择 $b=0$，则博弈结束。如果选择 $b=1$，则绑架人质，并将其隐藏于局中人 F 和警察所不知道的秘密地点，而后他宣布赎金要求 D。

此时如果 F 愿意支付但希望减少数量，则需要考察 K 和 F 之间的谈判。我们将这一谈判过程以尽可能简单的方式建模：局中人 F 还价 C，即他所愿意支付的数量，则局中人 K 决定接受 C 放掉人质，或者杀死人质。

这种非常简单的谈判过程不应按照字面意义理解，实际上其中可能存在某种讨价还价，涉及到最初要求的削减和最初还价的增加，但最终局中人 K 会坚决要求 D，而局中人 F 则作出

最终还价 C。

为什么局中人 K 会有可能实施其威胁杀掉人质呢？这样做没有任何好处，我们可以合理地假设他并不希望杀人。不过，他的威胁具有一定的可信程度。因为存在担心在情绪压力下绑架者可能会对令其不满意的还价作出暴力反应，尽管这并不符合他的长期利益。因此，设绑架者视还价 $C<D$ 为挑衅和挫折，并执行其威胁的概率为正值 α①。

可以合理地假设概率 α 取决于 C 相对于 D 有多高。对于 $C=0$，危险最大；而对于 $C=D$，则威胁实际上不存在。为了简化分析，我们假设 α 可以由 C/D 的线性函数而描述。

$$\alpha = a\left(1-\frac{C}{D}\right) \qquad (0\leqslant C\leqslant D) \tag{4.2}$$

其中，a 是一个常数，满足：

$$0 < a < 1 \tag{4.3}$$

如果非理性情绪压力不会导致威胁的实施，局中人 K 仍然可能会作出理性决策，实施其威胁。这种可能性由一个 0－1 变量 e 建模表述：

$$e = \begin{cases} 0 & \text{收到赎金 } C \text{ 后释放人质} \\ 1 & \text{实施威胁} \end{cases} \tag{4.4}$$

对这一模型的分析将证实我们的非正式论断，即对于局中人 K 来说，选择 $e=1$ 总不是理性的。

释放人质或实施威胁之后，警察将试图发现并逮捕绑架者。假设这种努力成功的概率为 q，且

---

① 这一假设和著名的挫折－攻击假设[2]一致。对于我们这里的分析而言，攻击是否是挫折的必然后果并不重要。

$$0 < q < 1 \tag{4.5}$$

可以认为败露的概率 q 取决于人质是否被杀，但这里不采用这种假设。

局中人必须对于博弈的可能结局赋予效用值，这些支付由图 4.1 描述。数值 w，x，y 和 z 为正常数。图 4.1 的表中蕴含着几种简化假设。

结局	支付 K	支付 F
绑架没有发生	0	0
收到赎金 C 后释放人质，绑架者没有被抓获	C	$-C$
释放人质后绑架者被抓获	$-x$	0
实施威胁后绑架者没有被抓获	$-y$	$-w$
实施威胁后绑架者被抓获	$-z$	$-w$

图 4.1　支付

首先，K 和 F 的效用被假设为是现金的线性函数。显然这不太可能严格成立，但在此非常简单的模型中，似乎没有必要采用更复杂的函数形式。

其次，可能会影响局中人效用的几种因素已被忽略，即局中人 K 准备绑架的成本、局中人 F 除了人质生命所导致的负效用之外其他非金钱的负效用。因此，局中人 F 对抓获绑架者没有赋予任何价值。

其三，我们假设在绑架者释放人质之后被抓获时赎金被收回并返还给 F。因此，这种情况下双方效用均与 C 无关。

绑架者被抓获的负效用可想而知在实施威胁时会增加，因此我们假设：

$$z \geqslant x \tag{4.6}$$

规范地说，这一模型是一种完美信息扩展型博弈。在博弈进行过程中的任意点处，局中人均完全知道以往历史。在下面的规则总结中对博弈作了简短描述，其中，决策以发生时间的先后次序排列。

4.1 规则

1. 局中人K在 $b=0$ 和 $b=1$ 之中进行选择。如果他选择 $b=0$，博弈结束，两个局中人均得到支付为0。

2. 如果局中人K选择 $b=1$，他需要提出要求 $D>0$。

3. 在局中人K宣布 D 后，局中人F必须提出还价 $0 \leqslant C \leqslant D$。

4. 在还价 C 作出后，由随机选择决定是否会发生局中人K非理性地实施威胁的情况。局中人K非理性地实施威胁的概率 α 由式(4.2)给出。

5. 如果非理性实施威胁的情况没有发生，局中人K在 $e=0$ 和 $e=1$ 之中进行选择。如果他选择 $e=0$，赎金 C 被支付而人质被释放；如果他选择 $e=1$，他会(理性地)实施其威胁。

6. 在释放人质或者实施威胁后，最终随机选择决定绑架者是否被抓获。抓获的概率是 q，在这一随机选择之后博弈结束，局中人得到图4.1中的支付。

4.2 解概念

博弈以非合作方式进行。借助于纯策略完美均衡点的概念分析这一博弈比较合理。为本章分析的目的，将完美均衡点以如下方式定义就足够了，即完美均衡点是一种策略组合，具有性质：无论在整体博弈还是在任意子博弈中，没有局中人在预期其他局中人会保持均衡策略不变时能够通过偏离均衡策略而增加其支付①。

正如我们将看到的，本篇文章中的博弈总体上具有惟一确定性完美均衡点，它可以通过用著名的动态规划方法自后分析博弈而获得。由完美均衡点所指示的选择将被称为"最优的"。

4.3 e 的最优选择

我们首先考察从局中人 K 选择 e 开始的子博弈。令 V_0 为他选择 $e=0$ 时的期望支付，而 V_1 是他选择 $e=1$ 时的期望支付。这些期望能计算如下：

$$V_0 = (1-q)C - qx \tag{4.7}$$

$$V_1 = -(1-q)y - qz \tag{4.8}$$

由于 $C \geqslant 0, y>0, z \geqslant x$ 和 $0<q<1$，我们总是有：

$$V_0 > V_1 \tag{4.9}$$

① 这是完美均衡点的原始定义，最初在参考文献[4]中提出，在参考文献[5]中推广到行为策略情形。这里没有考虑参考文献[6]中的精炼概念。

这说明 $e=0$ 是 e 的最优选择。局中人 K 将永远不会理性实施威胁。

4.4 C 的最优选择

在以局中人 F 对 C 的选择开始的子博弈中，局中人 F 知道局中人 K 将会选择 $e=0$，这种情况下他的效用的期望值如下：

$$U = -(1-\alpha)(1-q)C - \alpha w \tag{4.10}$$

借助于式(4.2)导出：

$$U = -a(1-q)\frac{C^2}{D} + \left[\frac{aw}{D} - (1-a)(1-q)\right]C - aw \tag{4.11}$$

式(4.11)表明 U 是关于 C 的严格的凹二次函数。为了决定 C 的最优值 $\bar{C}$，我们计算 $\partial U/\partial C$：

$$\frac{\partial U}{\partial C} = -2a(1-q)\frac{C}{D} + \frac{aw}{D} - (1-a)(1-q) \tag{4.12}$$

式(4.12)表明，如果 C 的取值范围为 $0\leqslant C\leqslant D$，则 U 在下式处有极值：

$$C = \frac{w}{2(1-q)} - \frac{1-a}{2a}D \tag{4.13}$$

这需要 D 在以下关键值 D_1 和 D_2 之间的闭区间内。

$$D_1 = \frac{a}{1+a}\cdot\frac{w}{1-q} \tag{4.14}$$

$$D_2 = \frac{a}{1-a}\cdot\frac{w}{1-q} \tag{4.15}$$

对于 $D<D_1$，偏导 $\partial U/\partial C$ 在整个区间 $0\leqslant C\leqslant D$ 上为正。类似地，对于 $D>D_2$，$\partial U/\partial C$ 在这一区间上总是为负。因此最

优还价 $\overline{C}$ 由下式给出：

$$\overline{C}=\begin{cases} D & (0<D\leqslant D_1) \\ \dfrac{w}{2(1-q)}-\dfrac{1-a}{2a}D & (D_1\leqslant D\leqslant D_2) \\ 0 & (D>D_2) \end{cases} \tag{4.16}$$

注意：在 D 增长时，最优还价 $\overline{C}$ 首先随之增长，直到 $D=D_1$，而后随之下降，直到变为 $D=D_2$ 时的 0。在区间 $0\leqslant D\leqslant D_1$ 内，局中人 F 通过答应局中人 K 的要求而消除了实施威胁的危险。在区间 $D_1\leqslant D\leqslant D_2$ 内，D 越大，C 之上追加的单位金额使得 α 下降的幅度越小。这说明此时最优还价 $\overline{C}$ 随着 D 的增加而下降。对于 $D\geqslant D_2$，由于 C 值对 α 的影响太小，所以任何还价均是无用的。

4.5 D 的最优选择

我们现在考察从局中人 K 对 D 的选择开始的子博弈。局中人 K 知道局中人 F 将采用最优还价选择，而后自己会选择 $e=0$。我们希望确定局中人 K 在这种情况下的期望支付 V。令 $\overline{\alpha}$ 和 $\overline{V}_0$ 分别是 α 和 V_0 在 $C=\overline{C}$ 时所取的值。我们有：

$$V=(1-\overline{\alpha})\overline{V}_0+\overline{\alpha}V_1 \tag{4.17}$$

V 为 D 的函数，为了找到 D 的最优值，必须考虑 D 值定在小于 D_1，介于 D_1 和 D_2 之间以及大于 D_2 的区域内的行为。对于 $C=D$ 我们有 $\overline{\alpha}=0$[①]，这导致：

① 原文为 $\overline{\alpha}=1$，有误。——译者注

$$V=(1-q)D-qx \qquad (0\leqslant D\leqslant D_1) \qquad (4.18)$$

这里 V 是 D 的增函数。我们现在考察区间 $D_1\leqslant D\leqslant D_2$。为了显示 V 在此是 D 的减函数，我们首先要看到如果 $\overline{V}_0$ 保持不变，则 V 是 $\overline{a}$ 的减函数，这是式(4.9)的推论。在区间 $D_1\leqslant D\leqslant D_2$ 中，D 的增加使 $\overline{C}$ 和 $\overline{C}/D$ 降低，因此使得 $\overline{V}_0$ 降低，$\overline{a}$ 增加。D 增加对 V 的影响可以用一种方法来得到：首先仅调整 $\overline{a}$ 而保持 $\overline{V}_0$ 不变，因此 V 降低，而后调整 $\overline{V}_0$，从而 V 进一步降低。

对于 $D\geqslant D_2$，变量 $\overline{C}$，$\overline{a}$ 和 $\overline{V}_0$ 恒定，从而 V 为常数。

我们已经看到，V 作为 D 的函数首先增加，直到 $D=D_1$，而后减少，直到 $D=D_2$，最后变为常数。因此 D 的最优值 $\overline{D}$ 在 D_1 处获得：

$$\overline{D}=\frac{a}{1+a}\cdot\frac{w}{1-q} \qquad (4.19)$$

局中人 K 的最优要价 $\overline{D}$ 是使局中人 F 的最优还价与其要价相同的最高要价。如果博弈按照最优方式进行，则非理性实施威胁的概率消失。

4.6 b 的最优选择

令 $\overline{V}$ 为 V 在 D 的最优值 $\overline{D}$ 处的值，式(4.18)和式(4.19)导致：

$$\overline{V}=\frac{a}{1+a}w-qx \qquad (4.20)$$

显然，b 的最优选择 $\overline{b}$ 是：$\overline{V}<0$ 时，$\overline{b}=0$；而 $\overline{V}>0$ 时，$\overline{b}=1$。

$$\bar{b}=\begin{cases}0 & (\frac{a}{1+a}w<qx)\\ 1 & (\frac{a}{1+a}w>qx)\end{cases} \tag{4.21}$$

在边界点 $\overline{V}=0$ 时，$b=0$ 和 $b=1$ 均为最优选择。这是博弈不具有惟一确定性完美均衡点的惟一情况。

$\overline{V}$ 是局中人 K 从事绑架行动的动力。注意，$\overline{V}$ 的公式中没有包含 y 和 z。这是因为在博弈最优进行方法中，局中人 K 总是不实施他的威胁。不过，y 是正的且式(4.6)成立对于推导结果很重要。

4.7 结论

除了 $\overline{V}=0$ 的临界情况外，这一博弈总是具有惟一确定的完美均衡点。b，D 和 C 的最优选择分别由式(4.21)、式(4.19)和式(4.16)给出。e 的最优选择为 $e=0$。式(4.16)表明最优还价 $\overline{C}$ 作为要价 D 的函数应如何确定。直到临界值 D_1，最优还价等于 D，然后它是 D 的减函数直到另一个临界值 D_2。对于 $D>D_2$，最优还价为 0。最优要价 $\overline{D}$ 是使最优还价等于要价的最大要价，$\overline{D}$ 为临界值 D_1。如果所有的选择是最优的，则局中人 K 将不会实施其威胁。

4.8 政策结论

如有绑架罪行，公共政策的目的在于降低从事绑架行动的

动力。式(4.20)表明 $\overline{V}$ 随着 a 或 w 的降低而降低，且随着 q 或 x 的增加而降低。

参数 w 可以解释为从局中人 F 的角度来看人质生命的价值，似乎是在公共政策的影响范围之外。

绑架者在释放人质后被抓获的负效用 x 显然取决于绑架者面临的惩罚。这里政策制定者可能会面对一个问题，即绑架罪监禁时间的显著增加可能不会对 x 有多大影响。这一情况是否属实是一个经验问题，这里无法回答。

抓获概率 q 可以通过加强警力资源而增加。这种降低 $\overline{V}$ 的方式受到资源的限制。可以肯定，要保证抓获绑架者，警务预算会高得令人无法承受。有趣的是，增加 q 的政策不像人们可能会以为的那样有效，因为这也增加了局中人 F 收回赎金的机会，从而增加了他的支付意愿。q 的增加使得临界值 D_1 和 D_2 向右移动，使得最优要价 $\overline{D}$ 增加。

在 $aw/(1+a)$ 大于 x 的极端情况下，不可能通过增加 q 来实现 $\overline{V}$ 为负的目标。在此情况下，该模型对于高的 q 值而言不现实，此后我们将表明，模型的这一弱点可以通过引入局中人 F 支付能力的上限 M 来消除。

参数 a 没有完全处在公共当局影响范围之外。当局建议局中人 F 处理绑架事件的方式可能有助于减小这一心理参数。看似不重要的细节可能对绑架者的情绪状态产生重要影响，即改变参数 a。必须尽可能使绑架者以理性方式看待自己的处境，为此，和绑架者以非攻击性的方式交流从而不增强其恐惧并减小其情绪压力是很重要的。

4.9 局中人 F 支付能力限制的引入

引入局中人 F 支付能力的上限 M 会改变基本模型。在修正模型中，规则 3 被替换为下述的规则 3a，其他规则不变：

3a. 在局中人 K 宣布 D 之后，局中人 F 必须作出一种还价 $0 \leqslant C \leqslant \min(D, M)$。

显然，$e=0$ 在修正模型中仍然是最优的，最优还价 $\overline{\overline{C}}$ 由下式确定：

$$\overline{\overline{C}} = \min(\overline{C}, M) \tag{4.22}$$

这来自于 U 的严格凹性。根据式(4.22)显然修正模型的最优要价 $\overline{\overline{D}}$ 如下：

$$\overline{\overline{D}} = \min(\overline{D}, M) \tag{4.23}$$

最后，从事绑架行动的动力 $\overline{V}$ 被修正的动力 $\overline{\overline{V}}$ 代替：

$$\overline{\overline{V}} = \min[\overline{V}, (1-q)M - qx] \tag{4.24}$$

在修正模型中，b 的最优选择是：对 $\overline{\overline{V}}<0$，有 $b=0$；对 $\overline{\overline{V}}>0$ 有 $b=1$。

式(4.24)说明，对于

$$q > \frac{M}{M+x} \tag{4.25}$$

不管假设 a 和 w 取值如何，$\overline{\overline{V}}$ 的值总是负的。

只要最优要价 $\overline{\overline{D}}$ 小于 M，微小的参数变动产生的影响和没有修正的模型中是一样的。

4.10 模型的扩展

基本模型将绑架视为绑架者和人质家庭之间的双人博弈。实际上，存在多个潜在的绑架者和多个潜在的牺牲品。通过建立明确包含所有这些潜在参与者的扩展模型，可以获得进一步的启示。

令 k 为潜在绑架者 1 到 k 的数目，令 m 为潜在人质 1 到 m 的数目。每个潜在绑架者有彼此不同的支付参数 x_i，y_i 和 z_i，每个潜在人质有彼此不同的 w_j，这些参数使得基本模型的假设成立。假设所有可能的绑架案件的参数 a，q 均相同。

根据基本模型，绑架者 i 绑架人质 j 的动力由下式给出：

$$\overline{V}_{ij} = \frac{a}{1+a}w_j - qx_i \qquad (4.26)$$

为了排除出现最优行为不惟一的临界情况的可能，我们假设参数 w_j 和 x_i 使得下式成立：

$$\overline{V}_{ij} \neq 0 \qquad (i = 1, \cdots, k; j = 1, \cdots, m) \qquad (4.27)$$

定义：

$$h_{ij} = \begin{cases} 0 & \overline{V}_{ij} < 0 \\ 1 & \overline{V}_{ij} > 0 \end{cases} \qquad (4.28)$$

如果潜在绑架者 i 策划绑架潜在人质 j，h_{ij} 的值将决定他是否会将其计划付诸实施。对 $h_{ij}=1$，绑架会发生；对 $h_{ij}=0$，绑架则不会发生。

我们并非断言具有 $\overline{V}_{ij}>0$，即预期会有利可图的绑架必然会发生。潜在绑架者 i 在发现其绑架人质 j 的动力 $\overline{V}_{ij}$ 是正的还是负的之前，首先必须将注意力转向其成功捉住人质 j 的机

会上。一般来说，具有获利可能的一些违法和非违法机会将会分散他的注意力，他将有限的计划和决策努力全花在其中一个上的概率比较小。

令 p_t 为在给定时间段 t 上潜在绑架者 i 策划绑架潜在人质 j 的概率。为简明起见，我们假设这一概率对于所有可能的 i, j 对是相同的。时间被视为一系列连续的离散时间段 $t=1,2\cdots$ 令 n_t 为阶段 t 中发生的绑架案件数目。我们假设在阶段 $t-1$ 策划的有利可图的绑架机会会在阶段 t 实现。定义：

$$H = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} h_{ij} \tag{4.29}$$

变量 H 是有利可图的绑架机会的数目。如果 k 和 m 比较大，p_t 比较小，则 n_t 将非常接近它的期望值。其值可近似为：

$$n_t = p_{t-1}H \tag{4.30}$$

这里，我们假设在每个阶段 t 每个潜在绑架者最多考虑一种绑架机会，也忽略两个潜在绑架者考虑同一个潜在人质的可能（太小）。

需要强调的是注意力集中过程被视为一种理性思考之外的心理机制。在这一点上，我们在理论考察中引入了一种重要的有限理性因素①，只是在注意力集中之后，理性计算才开始决定行为。

可以假设 p_t 是 n_t 的函数，如果媒体发现并报导了较多的绑架案件，潜在绑架者会更明白他的机会。他将更有可能思考出可行的计划并考虑其后果，因此我们作出以下假设：

① 有限理性的概念最初是由 H. A. Simon[7]引入的。这一概念相对来说很少用于经济理论中，例如，参考文献[1]、[3]和[9]。已有的微观经济理论几乎都是建立在将经济人视为一个最优决策者的新古典观点上。

$$p_t = f(n_t) \tag{4.31}$$

其中，p_t 是单调递增的可微函数。式(4.30)和式(4.31)一起可导出关于 n_t 的一阶差分方程：

$$n_t = Hf(n_{t-1}) \tag{4.32}$$

由于 p_t 是一种概率，所以函数 f 有上限和下限，这就使得 $n \to \infty$ 时 $f(n)$ 的极限存在。定义：

$$\underline{p} = f(0) \tag{4.33}$$

$$\overline{p} = \lim_{n \to \infty} f(n) \tag{4.34}$$

比较合理的一种假设是：

$$0 < \underline{p} < \overline{p} < 1 \tag{4.35}$$

且函数 f 的图型类似于一种逻辑曲线。这一形势由图 4.2 表现。曲线和 45°线的交点对应稳态解：

$$n_t = n^{(i)} \tag{4.36}$$

图 4.2 的例子中可发现 3 种这样的稳态解。我们的假设保证至少一个稳态解存在。

如果过程开始于初值 n_0，使 $n_1 = Hf(n_0)$ 高于 45°线，则这一过程将收敛于高于 n_0 的稳态解中最低的一个。类似地，如果 $n_1 = Hf(n_0)$ 低于 45°线，这一过程将收敛于低于 n_0 的稳态解中最高的一个。这表明只有这些稳态解是局部稳定的，对应于交点附近函数值从高于 45°线变到低于 45°线的交点。在图 4.2 的情形中，交点 $n^{(1)}$ 和 $n^{(3)}$ 是稳态解。稳态解 $n^{(2)}$ 是不稳定的，任何非始于该点的过程都不会到达该处。

4.11 政策结论

H 的增长会导致曲线 Hf 的向上移动。如果这一移动足够

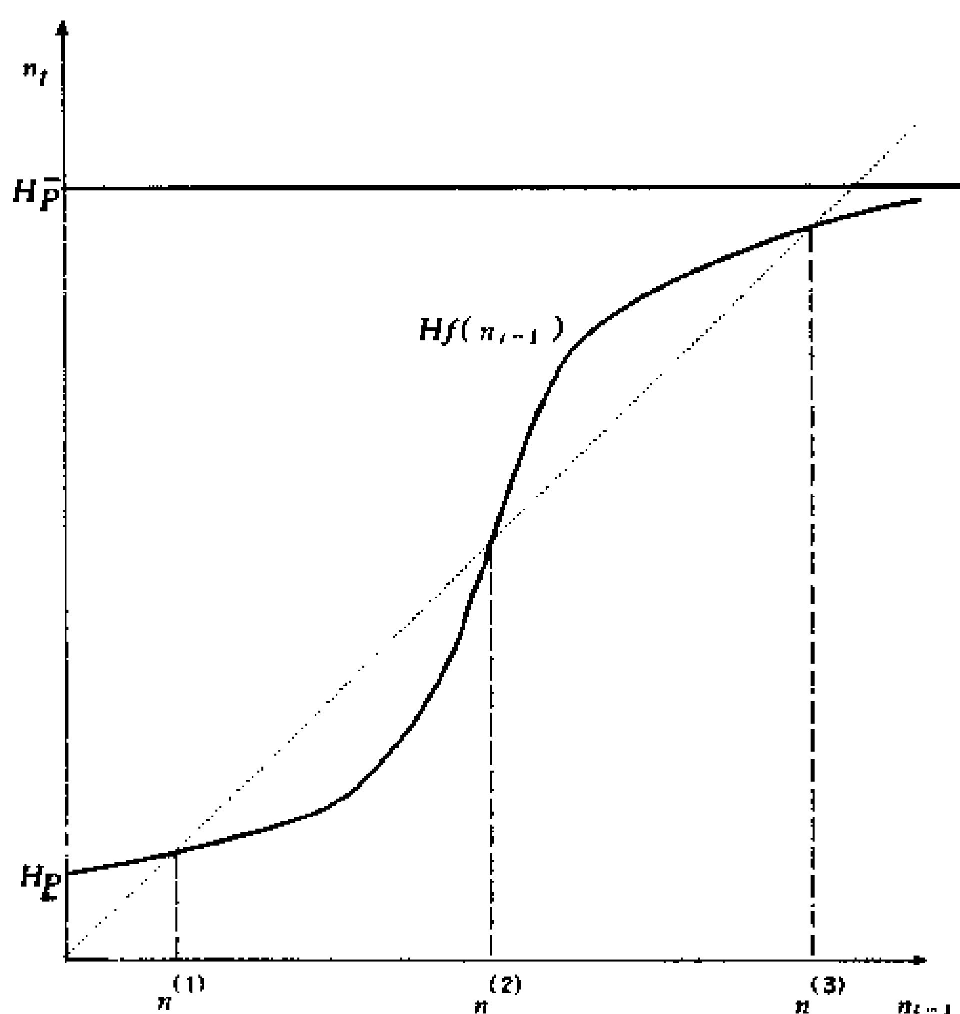


图 4.2 差分方程式(4.32)的图示

小，则交点将向右移动，稳态解会增加。无疑，有利可图机会数目 H 的增加具有增加案发数目的长期效应并不奇怪，对下一阶段案发数目的短期影响也是如此，但长期效应总是比短期效应更强。

如果 H 增长的后果是一个交点消失了，则会产生一种特殊的形势。例如，如果图 4.2 中，过程收敛于 $n^{(1)}$，而且从现在起 H 会出现开始非常缓慢地增长的情况。为了在思考中有所凭借，我们假想警务资源缺乏情况的加深导致败露概率 q 的减

少，从而增加了有利可图机会 H 的数目。随着 H 增长且 Hf 向上移动，$n^{(1)}$和 $n^{(2)}$相互接近，直到两者重合并最终消失。一旦这种情况发生，一个以往一直趋向于缓慢移动的 $n^{(1)}$的过程从现在起戏剧性地改变了特征，变得趋向于高得多的稳态解 $n^{(3)}$。这说明了为什么没有任何明显的原因，曾经缓慢增长过一段时间的案件数目会突然开始以惊人的速度增长①。

假设采用特殊的政策手段使 H 降低到原来的水平。如果这种措施的采用不够迅速的话，可能会无法将过程重新带回 $n^{(1)}$，尽管 H 回到了和以往相同的值上，但过程可能会收敛于 $n^{(3)}$。

只有一种方法才能将案发数目从 $n^{(3)}$移动到更理想的均衡 $n^{(1)}$：暂时性地将 H 值降低到使 $n^{(2)}$和 $n^{(3)}$消失的水平。这一低水平必须持续足够长的时间，以使过程足够接近 $n^{(1)}$。之后政策施行可以放松，而且 H 可能会回到其原来的水平。

使 $\overline{V}$ 增加或减少的参数变化会使有利可图机会数目 H 发生同向变化。在这种意义上，从基本模型中得到的政策结论可以应用到扩展模型中。

扩展模型可能具有超出绑架话题的意义。以涉及到机会识别概率和有利可图机会的动态模型对案发数目进行的解释，可能可以应用到其他犯罪活动的分析中去。

参考文献

1 Cyert R, March J A. Behavioral Theory of the Firm. Englewood Clifs, N.J.: Prentice

① 这种现象可称为 Thom[8]意义上的一种突变。由于我们模型的简单性质，我们没有明确使用突变理论。

Hall, 1963

2 Dollard J, Doob L, Miller N, et al. Frustration and Aggression. New Haven, 1939

3 Sauermann H, Selten R. Anspruchsanpassungstheorie der Unternehmung. Zeitschrift für die gesamte Staatswis-senschaft, 1962, 577～597

4 Selten R. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopol－modells mit Nachfrageträgheit, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1965, 301～324, 667～689

5 Selten R. A Simple Model of Imperfect Competition, where 4 are Few and 6 are Many. International Journal of Game Theory, 1973, 141～201

6 Selten R. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points of Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 25～55

7 Simon H A. Theories of Decision Making in Economics and Behavioral Science. American Economic Review, 1959, 253～283

8 Thom René. Structural Stability and Morphogenesis. W. A. Benjamin, Reading (Mass.), 1972

9 Winter S G. Satisficing, Selection and the Innovating Remnant. Quarterly Journal of Economics, 1971, 237～261

5.简单的不完全竞争模型,其中4个则少,6个就多

摘要:本文中提出的理论考察了竞争者数目和合作倾向之间的联系,其背景是具有线性成本和需求的对称古诺模型,其中补充了关于合作可能的特定制度性假设。合作形式的行为被建模为非合作博弈中的行动。供应者少则会最大化他们的联合利润,而供应者多则很可能以非合作的方式行动,这一命题作为理论的结论而非假设出现。对于本文中所分析的简单模型,可以给出对问题——"小群"竞争者止于何处,"大群"竞争者始于何处? 确定的回答:5是"少"和"多"之间的分界线。

一种广泛接受的观念认为,在不完全市场中,合作倾向取决于竞争者的数目。张伯伦(Cham Berlin)在小群和大群之间的区别就基于这种假设(Cham Berlin, 1933)。合作形式的行为,如联合利润最大化被假设为典型地存在于竞争者数目不大的市场中,而如果供应者的数目足够大则期望会出现非合作均衡。

本文中提出的理论考察了一种简单模型中竞争者数目和合作倾向之间的联系。供应者少则他们会最大化他们的联合利润,而供应者多则很可能以非合作方式行动,这一命题并非作为

假设而是作为理论结论出现。

这种考察基于具有线性成本和线性需求的对称古诺模型，并加入了关于合作可能的特定制度性假设。合作形式的行为被建模为非合作博弈中的行动，使用了博弈理论推理，以找到这一博弈的惟一解。

小群和大群之间的区分在“小”和“大”，只是模糊定义时总是不令人满意。何处小群结束而何处大群开始呢？在本文的简单模型中，对此问题给予了确定的回答：5 是少和多之间的分界线。

本模型的重要部分是对合作可能性的规范描述。假设企业能自由地组成具有强制力的配额卡特尔，但在此之前，每个企业必须决定是否愿意参与卡特尔谈判。这些决定必须在不知道其他企业相应决策的情况下作出。决定参与的企业可能随后形成一种配额卡特尔。配额是一个企业供应的上限。配额卡特尔协定是对于所有卡特尔成员的一套配额系统。模型假设参与卡特尔谈判的每个企业都只提出一种卡特尔协定[①]，如果一组企业的每个企业提出了相同的配额系统建议，则该配额系统成为对该组企业具有约束力的协定。

在供给决策作出之前，谈判的结果为市场上所有企业所知晓。如果协定达成，则卡特尔成员将不能超过其各自的配额。

这是卡特尔谈判的一种极端简化的情形，但至少把握了实际的不完全市场的某些相关特征。要注意，没有人是被迫走到谈判桌前的。卡特尔可能包括也可能不包括市场中的所有企

① 可以将这一建议视为经过大量非正式讨论之后正式提出的最终建议。谈判者在谈判的最后过程同时提出建议的想法可能比它初看上去更为现实。Stevens 关于集体谈判（Stevens，1963）的著作给人的印象是：协定往往是在一段明显停滞的谈判过程后，由实质上是同时作出的最后关头的让步而达成的。

业。一旦达成了协定，该协定将不允许破坏。这意味着协定实施问题被排除在分析之外，所允许的惟一协定类型是配额系统。

在此制度假设的框架内，形成卡特尔是有利的，但是如果竞争者的数目足够大，则游离在其他人组成的卡特尔之外可能更为有利。相对而言，随着竞争者数目的增加，旁观者地位会更有吸引力，这一事实是本文结论的基本直观原因。

只有在更广泛的框架内，才能为本文中的模型寻找惟一解。需要为一类博弈建立一种解概念，本模型是此类博弈的一种特例。只有通过这种方法才能适当描述模型中所提出解的理想特性。

5.2 节、5.3 节和 5.4 节包含的一些博弈理论结论可能具有超越本文主要目的的意义。

5.1 模型

完整的模型采用的是非合作扩展型 n 人博弈的形式，其中局中人为 n 个企业，编号为 $1,\cdots,n$。对于本文的有限目的来说，可不必对扩展型博弈[3]进行规范定义①，但必须对将要使用的"扩展型"一词作一些说明。

5.1.1 扩展型

本文所用的扩展型博弈定义比一般教科书定义略为广义。允许在个体局中人(这里不包含随机局中人)的某些或全部信息

① 参见 Kuhn(1953)和 Luce 与 Raiffa(1957)，这里假设读者熟悉扩展型博弈概念以及其他的博弈论基本概念。

集处存在无限多选择。在一个个体局中人的一个信息集处，所有选择的集合拓扑等价于欧氏空间中有限个凸子集的并集。除此之外，有限博弈树的特性尽可能保留。随机局中人在信息集处的所有选择的集合是有限的，这里仅允许进行博弈长度具有有限上限的博弈。另一个和通常定义略为不同的地方和支付有关，局中人的支付是一个实数或 $-\infty$。

本文中考察的博弈将总是完美回忆博弈，其中每个局中人总是知道其所有以往的选择[①]。因此为便利起见，可以排除所有不具有这种扩展型定义特性的博弈。为本文的目的，扩展型博弈将总是一种具有上述性质的（可能是无限的）完美回忆博弈，有时扩展型博弈能简单地称为“扩展型”或者“博弈”，只要不会产生混淆。

用扩展型博弈的术语来描述模型会相当冗长沉闷，因此改用公式描述一些规则，其中包含了构造扩展型所需要的所有信息。除了非本质的细节（如同时选择的决策在博弈树中表现的次序），模型的扩展型表现完全以相应的描述用明显的方式表现出来，因此可以借此将模型的某些特征和规范扩展型结构联系在一起。这将在对规则的描述完成之后进行。

5.1.2 模型结构

只要方便，企业 i 就被称为局中人 i。n 个正整数的集合 $N=\{1,\cdots,n\}$ 表示所有局中人的集合。N 的子集称为联盟。

为方便起见，将博弈视为以下3个连续阶段序列：①参与决策阶段，企业决定他们是否参与卡特尔谈判；②卡特尔谈判阶

---

① 完美回忆博弈的规范定义可参见 Kuhn(1953)。对于无限完美回忆博弈参见 Aumann(1964)。

段，提出建议，可能会也可能不会导致卡特尔协定；③供给决策阶段，每个企业选择一个供给数量。

在每个阶段中，局中人都知道前面阶段的结果，但他们不知道其他局中人在同一阶段或者其后阶段中的决策。

企业的动机是由古诺模型中成本和需求的关系决定的毛利润。假设企业希望最大化在概率论意义上的期望毛利润，服从负毛利润的概率为 0 的约束。这并非是不合理的假设，可以想像一种局势，其中非负毛利润对生存而言是必要的。

5.1.3 成本和需求

所有企业供给同样的同质产品。企业 i 的供应量标记为 x_i，数量 x_i 为非负实数。$x=(x_1,\cdots,x_n)$为供给向量。假设没有生产能力限制，每个企业具有相同的成本函数：

$$K_i = F + cx_i \quad (x_i > 0; i = 1,\cdots,n) \qquad (5.1)$$

F 和 c 为正参数，总供给为：

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (5.2)$$

设定价格 p 为：

$$p=\begin{cases}\beta-\alpha X & 0\leqslant X\leqslant\frac{\beta}{\alpha}\\ 0 & X>\frac{\beta}{\alpha}\end{cases} \qquad (5.3)$$

这里我们假设 $\alpha>0,\beta>c$。

总是可以选择货币和商品的度量单位，使得参数 α 和 β 取下列值：

$$\alpha = 1 \qquad (5.4)$$

$$\beta = 1 + c \qquad (5.5)$$

因此假设式(5.4)和式(5.5)总是成立，这简化了公式而同时又没有失去一般性。由式(5.4)和式(5.5)，在总供给 X 和边际利润：

$$g = p - c \tag{5.6}$$

之间有如下简单的关系：

$$g = \begin{cases} 1 - X & 0 \leqslant X \leqslant 1 + c \\ -c & X > 1 + c \end{cases} \tag{5.7}$$

定义：

$$P_i = x_i g, \quad i = 1, \cdots, N \tag{5.8}$$

变量 P_i 是企业 i 的毛利润，它是不考虑固定成本的利润的。可以想像固定成本“事前已支付”，而能否获得流动资金取决于毛利润。

对企业动力的假设可以通过冯·诺依曼－摩根斯顿效用函数表示：

$$u_i = \begin{cases} P_i & P_i \geqslant 0 \\ -\infty & P_i < 0 \end{cases} \quad i = 1, \cdots, n \tag{5.9}$$

u_i 是局中人 i 的效用，注意 u_i 与参数 c 无关①。

5.1.4 参与决策阶段

参与决策规范建模为对0－1变量 z_i 的选择。每个局中人 i 可以选择 $z_i = 0$，这意味着他不愿意参与；也可选择 $z_i = 1$，这意味着他希望参与。这一决策由所有局中人同时作出，每个局中人必须在不知道其他局中人参与决策结果的情况下选择其 z_i。参与决策的结果是一个参与决策向量 $z = (z_1, \cdots, z_n)$。选

① 若非式(5.9)数学上的优点，则更简单的假设 $u_i = P_i$ 更为可取。式(5.9)的主要优点是可用于证明5.4节中的引理6。

择了 $z_i=1$ 的局中人被称为参与者；其他局中人被称为未参与者。所有参与者的集合，或者换言之，具有 $z_i=1$ 的所有 i 组成的集合，记为 Z。

在参与决策阶段最后，所有局中人知晓向量 $z=(z_1,\cdots,z_n)$。在卡特尔谈判阶段和供给决策阶段，局中人可以将对 Z 的了解作为决策的基础。

5.1.5 卡特尔谈判阶段

在卡特尔谈判阶段，每个参与者 $i\in Z$ 必须针对其所在联盟 C 提出一种配额系统提议。

$$Y_i=(y_{ij})_{j\in C}\quad(i\in C\subseteq Z;\quad y_{ij}\geqslant 0)\qquad(5.10)$$

Y_i 被称为参与者 i 的提议。符号 $(y_{ij})_{j\in C}$ 表示 Y_i 包含每个参与者 $j\in C$ 的配额 y_{ij}。未参与者不用提出提议，也没有提议针对未参与者作出。配额 y_{ij} 可以是任意非负实数或者 ∞。在限制 $i\in C\subseteq Z$ 范围内，参与者 i 可自由选择对所希望的任意联盟 C 提出一个配额系统。i 是 C 的惟一成员的特例并没有被排除，这种提议对应于单方面承诺①。

参与者必须同时提出提议，每个参与者在提出提议 Y_i 时知道参与决策向量 $z=(z_1,\cdots,z_n)$，但是不知道其他参与者的提议。

对联盟 $C\subseteq Z$ 的一种配额系统成为有约束力的协定，当且仅当下式成立：

$$Y_C=(y_j)_{j\in C}=Y_i\qquad(\text{所有 } i\in C)\qquad(5.11)$$

这意味着 C 的所有成员对 C 提出了同样的配额。成员的一致

---

① 如果排除单方面承诺的情况，分析的结果也不会改变。读者将很容易看出这一点。

对于卡特尔协定来说是必要的。

提议系统

$$Y = (y_i)_{i \in Z} \tag{5.12}$$

决定了何种有约束力协定会达成。在式(5.12)中应用了与式(5.10)和式(5.11)中同样的符号约定：$i \in Z$ 表示对于每个参与者 $i \in Z$，Y 正好包含他所提出的一个提议。

如果 Y_C 是有约束力的协定，则 Y_C 赋予参与者 $i \in C$ 的配额 y_i 被称为"有约束力配额"。为便利起见，定义"有约束力配额向量"$y = (y_1, \cdots, y_n)$，其中包含对每个局中人 $i \in N$ 的有约束力配额 y_i，对于那些联盟之外，不受有约束力协定限制的局中人 i 则赋予了"有约束力配额"$y_i = \infty$。

在卡特尔谈判阶段结束时，提议系统 Y 让所有局中人知晓。提议系统惟一决定了配额向量 $y = (y_1, \cdots, y_n)$。要注意：提议系统 Y 包含了对直到卡特尔谈判阶段结束的博弈过程的完全描述，原因是知道 Y 就意味着知道 Z。

5.1.6 供给决策阶段

在供给决策阶段中每个局中人 i 选择一种供给数量 x_i，它服从限制：

$$0 \leqslant x_i \leqslant y_i \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{5.13}$$

局中人必须同时作出选择。每个局中人在选择其数量 x_i 时知道 Z，Y 和 y，但不知道其他局中人的供给决策。

在供给决策阶段结束时，每个局中人 i 得到 u_i 作为其支付，u_i 根据式(5.2)、式(5.7)、式(5.8)和式(5.9)计算。

5.1.7 模型的扩展型表示的某些特征

尽管并不需要这一模型的扩展型表示的详尽规范描述，

但指出它的一些特征仍然是有帮助的。让我们将模型的扩展型表示为 Γ^1(符号 Γ 将用来表示扩展型博弈)。决策在 Γ^1 的博弈树里的表示和阶段的次序相同,同时决策的次序由局中人编号给出,编号小的先出现。对同时决策作此带有随意性的约定是必要的,原因是扩展型的树结构要求顺序表示同时选择。

对于信息分割,参与阶段由 n 个信息集表示,每一个对应一个局中人;局中人 i 在卡特尔谈判阶段开始时的决策形势对应于 2^{n-1} 个信息集,每一个对应于一个具有 $i\in Z$ 性质的 Z;供给决策阶段由无限个信息集表示,每个局中人对于每个提议系统 Y 具有一个信息集。博弈的一种进行方法对应于一个三元集 (z, Y, x),其中 $z=(z_1, \cdots, z_n)$ 为参与决策向量,$Y=(Y_i)_{i\in Z}$ 为提议系统,$x=(x_1, \cdots, x_n)$ 为供给向量。

Γ^1 具有子博弈对于对扩展型表示 Γ^1 进行博弈理论分析很重要。显然,在参与决策的作出而参与者集合 Z 为所有局中人所知以后,博弈的剩余部分是一个子博弈,这一子博弈记为 Γ^1_Z。存在 2^n 个这种子博弈,我们称这些子博弈为卡特尔谈判子博弈。卡特尔谈判子博弈不包含参与决策阶段,但仍然存在另外两个阶段。在提出了提议系统 Y 之后,另一种子博弈出现,记为 Γ^1_Y。在这些子博弈中只进行供给决策,称为供给决策子博弈。存在无限多个供给决策子博弈,每一个对应一种 Y。显然,对于 $Y=(Y_i)_{i\in Z}$,供给决策子博弈 Γ^1_Y 是卡特尔谈判子博弈 Γ^1_Z 的子博弈。

包含至少一个信息集而且并非整体博弈本身的子博弈被称为恰当子博弈(该信息集可能是随机局中人的一种信息集)。扩展型博弈如果没有任何恰当子博弈,则被称为不可分解的;否则,博弈被称为可分解的。显然,供给决策子博弈 Γ^1_Y 是不可分

解的，卡特尔子博弈 Γ^1_Z 是可分解的。

5.2 完美均衡集

要对局中人在特定非合作博弈中应如何行动这一问题给出完整回答的任何标准理论必然会采用均衡点的形式。建议采取非均衡行为的理论都是自毁性的指导，因为至少对于一个局中人来说，如果他期望其他局中人会根据该理论而行动的话，他才有动力偏离。因此，如果希望为一个非合作博弈找到理性解，则必须寻找均衡点。

对于扩展型博弈，在完美和不完美均衡点之间进行区分非常重要。完美均衡点概念将在5.2.3中引入，在那里将解释排除不完美均衡点的原因。

在本文中提出的解概念并非指示完美均衡点而是完美均衡集。完美均衡集可以视为这样一类完美均衡点，它使局中人在支付方面本质上是等价的。指示完美均衡集的解概念并没有对局中人在该博弈中应该如何行动这一问题给出完全的回答，不过这一回答除一些不重要的细节没有解决外，实质上也可以视为完全的，这些细节可以通过对非策略的要点考察来填补（参见Schelling, 1960）。

某些基本的博弈理论定义和符号在5.2.1和5.2.2中引入。

5.2.1 行为策略

术语"扩展型"在本文中的含义在5.11节中已经进行了解释。这里所考察的博弈总是完美信息的。库恩（Kuhn, 1953,

p.213)证明了关于有限完美回忆博弈的一个定理，其中显示将注意力限制在行为策略均衡点上不会有任何损失。奥曼(Aumann, 1964, 639)将这一定理一般化到某些或全部信息集处具有连续选择的扩展型博弈中。根据这些结果，博弈理论分析将针对行为策略进行。

令 $\mathscr{U}_i$ 为 n 人扩展型博弈 Γ 中局中人 i 的所有信息集 U 组成的集合。

行为策略 q_i 是一系列 U 处的选择 q_U 的概率分布，对每个 $U \in \mathscr{U}_i$ 包含一个分布。这由以下符号表示：

$$q_i = \{q_U\}_{U \in \mathscr{U}_i} \tag{5.14}$$

有限行为策略是一种行为策略，具有性质：分布 q_U 对 U 处的有限种选择赋予正概率，而对所有其他选择赋予 0 概率。这种分布被称为有限分布。

对于本文而言，仅考察有限行为策略就足够了。因此从现在起，策略将总是指有限行为策略。注意，纯策略作为一种特例包含在这种定义中，因为纯策略 π_i 可以被视为概率分布 q_U 对 U 处的某种选择赋予概率 1，而对所有其他选择赋予概率 0 的一种行为策略。

n 人扩展型博弈中，局中人 i 的所有策略 q_i 的集合记为 Q_i。Γ 的策略组合 $q=(q_1, \cdots, q_n)$ 是 n 元向量，其第 i 个元素为策略 $q_i \in Q_i$。局中人 i 的所有纯策略 π_i 组成的集合记为 Π_i。Γ 的纯策略组合为 $\pi=(\pi_i, \cdots, \pi_n)$，$\pi_i \in \Pi_i$。对于任意给定策略组合 $q=(q_1, \cdots, q_n)$，支付向量 $H(q)=(H_1(q), \cdots, H_n(q))$ 以通常方式决定。

在符号 Γ 上加各种上下标将表示扩展型博弈，同样的上下标将用于表示博弈及其信息集、策略、策略组合等等。通过这种

方式，为一般博弈引入的符号将可用以表示特定扩展型博弈。

5.2.2 均衡点

为更方便，引入以下符号。如果在策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$ 中第 i 个元素被策略 r_i 替代，因此而产生的新策略组合记为 q/r。考虑 Γ 的策略组合 $s=(s_1,\cdots,s_n)$，局中人 i 的策略 r_i 如果满足：

$$H_i(s/r_i)=\max_{q_i\in Q_i}H_i(s/q_i) \tag{5.15}$$

则被称为对策略组合 s 的最优反应。扩展型博弈 Γ 的（有限行为策略）均衡点是具有以下性质的策略组合 $s=(s_1,\cdots,s_n)$：

$$H_i(s)=\max_{q_i\in Q_i}H_i(s/q_i) \tag{5.16}$$

均衡点可以描述为一种策略组合，其元素是对这一组合的最优反应。

5.2.3 完美均衡点

在其他地方（参见 Selten, 1965 或 Selten, 1968），有的观点认为，被选择作为非合作博弈的解的均衡点理应满足的要求是具有完美性。为了描述这一特征，需要一些进一步的定义。

考察 n 人博弈 Γ 的扩展型，令 Γ' 为 Γ 的子博弈，$q=(q_1,\cdots,q_n)$ 是 Γ 的策略组合。q_i 赋予 Γ' 的局中人 i 的信息集的概率分布体系是 Γ' 的策略 q'_i，这一策略 q'_i 被称为由 q_i 在 Γ' 上生成，策略组合 $q'=(q'_1,\cdots,q'_n)$ 被称为由 q 在 Γ' 上生成。

n 人扩展型博弈 Γ 的完美均衡点 $s=(s_1,\cdots,s_n)$ 是在 Γ 的任意子博弈上生成均衡点的（有限行为策略）均衡点。并非完美的均衡点被称为是不完美的。

不完美均衡点可能在由于博弈早期部分中所指示行为的原

因而不会达到的子博弈上指示荒谬的行为模式。如果该子博弈由于错误而达到，某些局中人有动力从所指示的行为上偏离。要求解所指示的行为在每个子博弈上处于均衡中是比较自然的，而不管该子博弈是否达到。对扩展型非合作博弈的任何合理解概念应具有的性质是：它所指示的是完美均衡点。

5.2.4 剪枝

给定扩展型博弈 Γ 的子博弈的集合 M 被称为 Γ 的多重子博弈，如果 M 中没有子博弈是 M 中另一个子博弈的子博弈。Γ 的恰当多重子博弈是仅包含 Γ 的恰当子博弈的多重子博弈。

令 $s=(s_1,\cdots,s_n)$是 Γ 的策略组合。对于 Γ 的任意恰当多重子博弈 M，我们以如下方式构造一种新的博弈：每个子博弈 $\Gamma'\in M$ 被替换为支付向量 $\boldsymbol{H}'(s')$，该支付向量在 Γ'中对应于 s 在 Γ'上生成的策略组合 $s'=(s'_1,\cdots,s'_n)$。这意味着任意 $\Gamma'\in M$ 被删掉，从而 Γ'的起点成为新博弈的终点，在这一终点处的支付向量为均衡支付向量 $\boldsymbol{H}'(s')$。新博弈记为 $T(\Gamma,M,s)$，博弈 $T(\Gamma,M,s)$被称为 s 剪枝。

如果 q_i 是 Γ 的策略，则 q_i 在 $T(\Gamma,M,s)$上生成的策略以与子博弈上生成策略相同的方式定义。生成策略对信息集赋予和 q_i 相同的概率分布。$\overline{\Gamma}=T(\Gamma,M,s)$的策略组合 $\overline{q}$ 被称为由 Γ 的策略组合 q 生成，是指 $\overline{q}$ 的每个元素均是由 q 的相应元素所生成的。

引理 1：

令 M 为博弈 Γ 的恰当多重子博弈，s 为 Γ 的策略组合，则对应于 s 在 $\overline{\Gamma}=T(\Gamma,M,s)$上生成的策略组合 $\overline{s}$ 的支付向量 $\overline{\boldsymbol{H}}(\overline{s})$有：$\overline{\boldsymbol{H}}(\overline{s})=\boldsymbol{H}(s)$。

证明[①]:

考察 Γ 的一个终点 z,令 $\bar{z}(z)$ 为在到 z 的路径上 $\bar{\Gamma}$ 的终点。策略组合 s 在 Γ 的所有终点的集合上生成概率分布。支付向量 $\boldsymbol{H}(s)$ 是根据这一分布确定的终点处支付向量的期望值。s 在开始于 $\bar{\Gamma}$ 的一个终点 $\bar{z}$ 的 Γ 的子博弈 Γ' 上生成组合 s',相应的支付向量 $\boldsymbol{H}'(s')$ 是在 Γ 的一个具有性质 $\bar{z}=\bar{z}(z)$ 的终点 z 被达到的条件下 z 处的支付向量的条件期望。这与 Γ 及其支付函数 $\bar{H}$ 的定义一起表明引理成立。

引理 2:

令 M 为博弈 Γ 的恰当多重子博弈,s 为 Γ 的完美均衡点,则 s 在 $\bar{\Gamma}=T(\Gamma, M, s)$ 上生成的策略组合 $\bar{s}$ 是 $\bar{\Gamma}$ 的完美均衡点。

证明:

假设 $\bar{s}$ 并非完美均衡点,则必然存在 $\bar{\Gamma}$ 的子博弈 $\bar{\Gamma}'$,使此子博弈中至少有一个局中人,如局中人 j,具有针对 $\bar{\Gamma}'$ 的策略 $\bar{r}'_j$,使他在 $\bar{\Gamma}'$ 中的支付 $\bar{H}'_j(\bar{s}'/\bar{r}'_j)$ 大于其由 $\bar{s}$ 在 $\bar{\Gamma}'$ 上生成的组合 $\bar{s}'$ 的支付 $\bar{H}'_j(\bar{s}')$。子博弈 $\bar{\Gamma}'$ 是 Γ 的某种子博弈 Γ' 的 s' 剪枝 $T(\Gamma', M', s')$,其中 s' 是由 s 在 Γ' 上生成的均衡点,M' 是在 M 中 Γ' 的子博弈的集合。

令 r'_j 为 Γ' 中的一种策略,它与 $\bar{r}'_j$ 在 $\bar{\Gamma}'$ 中信息集处相吻合,在所有其他地方与 s' 中局中人 j 的均衡策略 s'_j 相吻合。由 $\bar{H}'_j(\bar{s}'/\bar{r}'_j)>\bar{H}_j(\bar{s}')$ 可知,由引理 1,对于这一策略 r'_j 而言,关于局中人 j 在 $\bar{\Gamma}'$ 中的支付,我们必然有 $\bar{H}'_j(s'/r'_j)>\bar{H}_j(s')$。而由于 s' 必须是一个均衡点,所以这是不可能的。

---

① 这里仅给出了证明的梗概,因为详细的证明需要对扩展型进行规范描述。详细证明可以类比于 Kuhn 的定理 2 的证明,参见 Kuhn(1953, p.206)。

5.2.5 组件

令 s 为博弈 Γ 的策略组合。Γ 的不可分解子博弈和 Γ 的 s 剪枝被称为 Γ 的 s 组件(其中包括不可分解剪枝的非恰当子博弈,而如果 Γ 不可分解则为博弈 Γ 本身)。显然,只有 s 组件的支付取决于策略组合 s。如果 Γ 是扩展型博弈,则 Γ 的博弈树和扩展型表述中除了支付函数以外的其他要素(信息集、选择、随机选择的概率等等)被称为 Γ 的无支付博弈。Γ 的无支付组件是 Γ 的 s 组件的无支付博弈。

针对 s 组件和无支付组件,生成策略和策略组合以与子博弈和剪枝相同的方式定义。

显然,扩展型 Γ 的无支付组件生成 Γ 所有信息集的集合之上的一种分割。Γ 中任意信息集仅是 Γ 的单一无支付组件。Γ 的策略组合 q 完全由 q 在 Γ 的无支付组件上生成的策略组合决定。

对于 Γ 的两个策略组合 r 和 s 而言,如果任意 r 组件和相应 s 组件相同,则它们被称为组件等价。Γ 策略组合集合 S 被称为组件产生集,是指两个策略组合 $r\in S$ 和 $s\in S$ 总是组件等价的。显然,组件产生集 S 中的任意 s 生成了同样的 s 组件系统。

5.2.6 博弈的分解秩

扩展型博弈 Γ 的最大恰当子博弈是 Γ 的一个恰当子博弈 Γ',它不是 Γ 的任意其他恰当子博弈的恰当子博弈。

扩展型博弈 Γ 的分解秩由以下两种性质递归定义:① 不可分解博弈具有分解秩 1;② 对于 $m=2,3,\cdots$ 博弈 Γ 具有分解秩 m 的条件是:Γ 的任意最大恰当子博弈最多具有分解秩 $m-1$,

而且至少有一个最大恰当子博弈的分解秩为 $m-1$。

显然，由于本文中限定博弈的进行长度具有上限，所以这一定义在本文内对任意扩展型博弈赋予了一种有限分解秩。

5.2.7 完美均衡点的分解特性

这一部分中证明了一个定理，表明完美均衡点具有一个重要特性，可称为"分解特性"，它将完美均衡点和在博弈组件上生成的均衡点联系起来。

令 M 为可分解博弈 Γ 中所有最大恰当子博弈组成的集合。对这一多重子博弈的 s 剪枝 $\bar{\Gamma}=T(\Gamma, M, s)$ 被称为 Γ 的不可分解 s 剪枝。符号 $T(\Gamma, s)$ 被用来标记不可分解 s 剪枝。

定理 1：

扩展型博弈 Γ 的策略组合 s 是 Γ 的完美均衡点，当且仅当 s 在 Γ 的任意 s 组件上均生成一个均衡点。

证明：

从完美均衡点的定义和引理 2 可知，一个完美均衡点 s 在 s 组件上生成均衡点。因此我们只需要表明：如果在 s 组件上生成了均衡点，则 s 是一个完美均衡点。为了证明这一点，将在分解秩上应用数学归纳法。

论断对分解秩 1 显然成立。假设它对分解秩 $1,\cdots,m$ 成立。令 s 为具有分解秩为 $m+1$ 的博弈 Γ 的策略组合，使得 s 在 Γ 的任意 s 组件上生成均衡点。由于论断对 $1,\cdots,m$ 成立，所以 s 在 Γ 的任意最大子博弈上生成了完美均衡点。

假设 s 不是 Γ 的完美均衡点。如果 s 是一个均衡点，则 s 将会是一个完美均衡点，因为在任意最大子博弈上生成完美均衡点，因此 s 不是一个均衡点。从而必然存在局中人 j，具有对 Γ 的策略 r_j，使得 $H_j(s/r_j)>H_j(s)$ 对他在 Γ 中的支付成立。

考察不可分解 s 剪枝 $\overline{\Gamma}=T(\Gamma,s)$，这一博弈 $\overline{\Gamma}$ 是 Γ 的 s 组件。令 $\overline{s}$ 为 s 在 $\overline{\Gamma}$ 上生成的策略组合，$\overline{r}_j$ 为 r_j 在 $\overline{\Gamma}$ 上生成的策略。

在博弈 $\overline{\Gamma}'=T(\overline{\Gamma},s/r_j)$ 的任意终点处，局中人 j 的支付最多和他在 $\overline{\Gamma}$ 中同一终点处的支付一样高，这是因为 s 在 Γ 的最大恰当子博弈上生成均衡点。因此，$\overline{H}'_j(s'/r'_j)>\overline{H}_j(s')$ 对 $\overline{\Gamma}$ 中局中人 j 的支付必然成立，否则 $H_j(s/r_j)>H_j(s)$ 不可能成立。这和假设 s 在 s 组件上生成均衡点相矛盾。

以下推论是定理和以下事实的直接后果，即 s 在 Γ 的子博弈 Γ' 或者其 s 剪枝之一上生成的策略组合 s' 生成与相应 Γ 的 s 组件相吻合的 Γ' 的 s 组件。

推论[1]：

令 $\overline{\Gamma}=T(\Gamma,M,s)$ 为扩展型博弈 Γ 的 s 剪枝，则策略组合 s 是 Γ 的完美均衡点，当且仅当以下两种条件满足：①s 在 $\overline{\Gamma}$ 上生成的策略组合 $\overline{s}$ 是 $\overline{\Gamma}$ 的完美均衡点；② 对于任意 $\Gamma'\in M$，s 在 Γ' 上生成的策略组合 s' 是 Γ' 的完美均衡点。

5.2.8 完美均衡集

博弈 Γ 的两个均衡点 r 和 s 被称为是支付等价的，如果对于 r 和 s 的支付向量，我们有 $\boldsymbol{H}(r)=\boldsymbol{H}(s)$。$\Gamma$ 的均衡集 S 是 Γ 的支付等价均衡点 s 的非空集合，而且并非另一此类集合的真子集。显然 Γ 的任意均衡点 s 属于一个且仅属于一个 Γ 的均衡集，这一均衡集被称为 s 的均衡集。

Γ 的两个完美均衡点 r 和 s 被称为是子博弈支付等价的，条件是对于任意子博弈 Γ'（包括非恰当子博弈 Γ），r 和 s 在 Γ'

---

① 这一推论类似于 Kuhn(1953, p.208)的定理 3。

上生成的均衡点 r' 和 s' 是支付等价的。Γ 的完美均衡集 S 是 Γ 的子博弈支付等价完美均衡点 s 的非空集合，而且它并非另一此类集合的真子集。显然 Γ 的任意完美均衡点 s 属于一个且仅属于一个 Γ 的完美均衡集，这一完美均衡集被称为 s 的完美均衡集。

策略组合集合 R' 由集合 R 生成，是指任意元素 $r' \in R'$ 是由某种 $r \in R$ 生成。生成策略集的定义与之相似。

引理3：

扩展型博弈 Γ 的完美均衡集 S 在 Γ 的任意子博弈 Γ' 上生成完美均衡集 S'。

证明：

显然，S 在 Γ' 上生成的集合 S' 是子博弈支付等价完美均衡点的集合。令 r' 是 Γ' 的完美均衡点，它和完美均衡点 $s' \in S'$ 是子博弈支付等价。任意 $s \in S$ 可以通过将 s 在 Γ' 上指示的行为替换为 r' 指示的行为而改变，其结果是 Γ 的策略组合 q。令 M 为一个多重子博弈，Γ' 是其惟一元素。显然我们有 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, M, q) = T(\Gamma, M, s)$。由引理2和定理1的推论可知，$q$ 是 Γ 的完美均衡点。

仍然需要证明的是，q 与 S 的元素之间是子博弈支付等价的。如果这一点成立，则 r' 必然属于 S'。令 Γ'' 为 Γ 的子博弈，q'' 和 s'' 分别是 q 和 s 在 Γ'' 上生成的策略组合。如果 Γ'' 是 Γ' 的子博弈或者 Γ' 并非 Γ'' 的恰当子博弈，则由于 q 和 s 在 $\overline{\Gamma}$ 上相吻合，且 r' 在 Γ' 上吻合，所以有 $H''(q'') = H''(s'')$。令 Γ' 为 Γ'' 的恰当子博弈，令 S 在 Γ'' 上生成 S''，则 $\overline{\Gamma''} = T(\Gamma'', M, s'')$ 是 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, M, s)$ 的子博弈。从而由引理可知，对于由 s 和 q 在 Γ'' 上均生成的策略组合 $\bar{s}''$，有 $H''(\bar{s}'') = H''(S'') = H''(q'')$。引理得证。

令 S 为 Γ 的完美均衡集，显然对于 $r\in S$ 和 $s\in S$ 总有 $T(\Gamma,M,s)=T(\Gamma,M,r)$。因此，对于 $s\in S$，s 剪枝 $T(\Gamma,M,s)$ 记为 $T(\Gamma,M,S)$。博弈 $T(\Gamma、M,S)$ 被称为 S 剪枝。由于对于 $s\in S$，s 组件是 S 剪枝的不可分解子博弈，所以任意完美均衡集在 5.2.5 中定义的意义上是组件产生集。如果 S 是组件产生集，则对于 $s\in S$，s 组件也被称为 S 组件，$T(\Gamma,s)$ 也记为 $T(\Gamma,S)$。博弈 $T(\Gamma,S)$ 是 Γ 的不可分解 S 剪枝。

引理 4：

博弈 Γ 的完美均衡集 S 在任意 S 剪枝 $\overline{\Gamma}=T(\Gamma,M,S)$ 上生成完美均衡集 $\overline{S}$①。

证明：

由引理 2 可知，$\overline{S}$ 的元素是完美均衡点，因此只需要证明：① 任意两个均衡点 $\overline{r}\in\overline{S}$ 和 $\overline{s}\in\overline{S}$ 是博弈支付等价的；② 如果 $\overline{\Gamma}$ 的完美均衡点 $\overline{q}$ 和 $\overline{S}$ 的元素是子博弈支付等价的，则 $\overline{q}$ 是 $\overline{S}$ 的元素。

我们首先证明①。完美均衡点 $\overline{r}$ 和 $\overline{s}$ 分别由某种 $r\in S$ 和某种 $s\in S$ 生成。令 r 和 s 是这样的策略组合。令 $\overline{\Gamma}'$ 是 $\overline{\Gamma}$ 的子博弈，令 $\overline{r}'$ 和 $\overline{s}'$ 分别为 $\overline{r}$ 和 $\overline{s}$ 在 $\overline{\Gamma}'$ 上生成的策略组合。我们必须证明 $\overline{H}'(\overline{r}')=\overline{H}'(\overline{s}')$，这在 $\overline{\Gamma}'$ 是 Γ 的子博弈时显然成立。如果 $\overline{\Gamma}'$ 不是 Γ 的子博弈，则存在 Γ' 的子博弈，使得 $\overline{\Gamma}'$ 是 Γ' 的 S' 剪枝，其中 S' 是 S 在 Γ' 上生成的集合。令 r' 和 s' 分别是 r 和 s 在 Γ' 上生成的策略组合。由于 r 和 s 子博弈支付等价，所以有 $H'(r')=H'(s')$，再根据引理 1，则有 $\overline{H}'(\overline{r}')=H'(r')$ 和 $\overline{H}'(\overline{s}')=H'(s')$，这说明 $\overline{r}$ 和 $\overline{s}$ 是子博弈支付等价的。

考察 $\overline{\Gamma}$ 的一种完美均衡点 $\overline{q}$，它和 $\overline{S}$ 的元素子博弈支付等

① 原文为 S，有误。——译者注

价。我们需要证明 $\overline{q}$ 属于 $\overline{S}$。令 q 为 Γ 的一种策略组合，它和 $\overline{q}$ 在 $\overline{\Gamma}$ 上吻合，所有其他地方和某种 $s \in S$ 吻合。由引理 1 的推论可知，q 是 Γ 的完美均衡点。

假设 q 不属于 S，则必然存在 Γ 的子博弈 Γ'，使得对应于 q 在 Γ' 上生成的策略组合的支付向量 $H'(q')$ 和对应于 s 在 Γ' 上生成的策略组合的支付向量 $H'(s')$ 不一致。显然这一子博弈 Γ' 不会在 M 中。因此 Γ' 的某种 s 剪枝 $\overline{\Gamma}' = T(\Gamma', M', s)$ 必然是 $\overline{\Gamma}$ 的恰当子博弈。由引理 1，对应于 $\overline{q}$ 在 $\overline{\Gamma}'$ 上所生成策略组合 $\overline{q}'$ 的支付向量 $\overline{H}'(\overline{q}')$ 和支付向量 $H'(s')$ 相同。这一矛盾说明 q 属于 S，因此 $\overline{q}$ 属于 $\overline{S}$。这证明了此引理。

引理 5：

博弈 Γ 的完美均衡集 S 在 Γ 的任意 S 组件 Γ' 上生成均衡集 S'。

证明：

由于 S 组件是 S 剪枝的不可分解子博弈，由引理 3 和引理 4 可知这一论断成立。

5.2.9 完美均衡集的分解特性

以下将表明对完美均衡集可以获得类似于 5.2.7 中的结论。

定理 2：

令 S 为扩展型博弈 Γ 的完美均衡集，则 Γ 的策略组合 s 是 S 的元素，当且仅当对 Γ 的任意 S 组件 Γ'，s 在 Γ' 上生成的策略组合 s' 是 S 在 Γ' 上生成的均衡集 S' 的元素。

证明：

定理的必要性得证于生成策略组合集的定义，而充分性有待证明，这可通过对 Γ 的分解秩作数学归纳实现。这一论断显

然对分解秩为 1 的情况成立，假设它对分解秩 1，…，m 均成立。

考察一种策略组合 s，它在 Γ 的任意 S 组件 Γ' 上生成策略组合 $s' \in S'$。从归纳假设中可知，对于 Γ 的任意恰当子博弈 Γ''，s 在 Γ'' 上生成的策略组合 s'' 包含于 S 在 Γ'' 上生成的完美均衡集 S'' 中。在 Γ'' 的 S 组件和 Γ 的相应 S 组件之间没有差异。

令 $\overline{S}$ 为在不可分解 S 剪枝 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, S)$ 上生成的均衡集。s 在 S 组件 Γ 上生成的策略组合 $\bar{s}$ 属于 $\overline{S}$。由于完美均衡点 s'' 生成于 Γ 的最大恰当子博弈 Γ'' 上，所以 S 组件 $\overline{\Gamma}$ 也是一种 s 组件。由定理 1 可知，s 是一种完美均衡点，根据引理 1 我们必然有 $H(s) = \overline{H}(\bar{s})$。这说明 s 属于 S。

推论：

令 S 为扩展型博弈 Γ 的完美均衡集，并令 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, M, S)$ 为 Γ 的一种 S 剪枝，则 Γ 的一种策略组合 s 是 S 的元素，当且仅当以下两种条件得到满足：① 由 s 在 $\overline{\Gamma}$ 上生成的策略组合 $\bar{s}$ 在由 S 在 $\overline{\Gamma}$ 上生成的完美均衡集 $\overline{S}$ 之中；② 对于任意 $\Gamma' \in M$，s 在 Γ' 上生成的策略组合 s' 在由 S 在 Γ' 上生成的完美均衡集之中。

证明：

$\overline{S}$ 组件和 S' 组件各与相应 S 组件相吻合，因此对于 $s \in S$，生成策略组合 $\bar{s}$ 和 s' 分别在 $\overline{\Gamma}$ 和 Γ' 之中。另一方面，如果 s 满足①和②，则 s 在 S 组件上生成的策略组合在由 S 生成的均衡集之中。由定理可知此推论成立。

定理 3：

令 S 为扩展型博弈 Γ 的由策略组合构成的组件产生集，则 S 是完美均衡集，当且仅当以下两种条件得到满足：① 对于任意 S 组件 Γ'，S 在 Γ' 上生成的集合 S' 是 Γ' 的均衡集；② 如果 Γ 的策略组合 s 具有一种性质，即对于任意 S 组件 Γ'，s 在 Γ' 上

生成的策略组合 s' 在由 S 在 Γ' 上生成的集合 S' 之中，则 s 在 S 之中。

证明：

如果①和②得到满足，则由定理1可知，元素 $s\in S$ 是完美均衡点。选取任意 $r\in S$ 并令 R 为 r 完美均衡集。显然在相应 r 组件、R 组件和 S 组件之间不存在差异。由引理5可知，R 可在任意 r 组件 Γ' 上生成均衡集 R'。由于任意均衡点是在惟一确定的均衡集内，所以 R' 必然和 S 在 Γ' 上生成的集合 S' 相同，由定理2可知，R 和 S 是完全相同的集合。

如果 S 是完美均衡集，则由引理5可得①成立，由定理2可知②也成立。

5.2.10 解释

完美均衡集概念是完美均衡点概念的自然修订。由于给定完美均衡集中的所有完美均衡点 s 均是子博弈支付等价的，可以认为两者之间的差异并不重要。

定理1表明，完美均衡点 s 完全由在 s 组件上生成的均衡点决定。定理3表明，完美均衡集 S 完全由在 S 组件上生成的均衡集 S' 决定。要描述 S，只需描述这些均衡集 S' 就足够了。

5.3 解概念

这里所建立的博弈理论概念只是为了有限目的而服务，这一目的是建立一种理论，其所具有的一般性正好足以为分析5.1节中所描述的博弈 Γ^1 提供一个坚实的基础。本文的解概念并不能在超出具有特殊性质的特定类型博弈范围之外适用，也没

有尝试解决为任意非合作博弈选择惟一解这一困难任务[①]。

对于这种解概念定义所针对的一类博弈，这里所提出的解概念只是一类解概念中的一个，它具有4种理想性质，其中两种涉及到博弈的解和其子博弈与剪枝的解之间的关系；第三种特性是对称性；第四种性质基于这样的思路：只要和其他三种性质相兼容，局中人倾向于按照他们的共同利益行动。

5.3.1 解函数

一类扩展型博弈 K 的解函数定义为对 K 类的每个博弈 Γ 可赋予完美均衡集 $L(\Gamma)$ 的函数。均衡集 $L(\Gamma)$ 称为 L 解，或者在所考察的解函数 L 很明确时，简单地称为 Γ 的解。属于 $L(\Gamma)$ 的支付向量被称为 Γ 的 L 值。Γ 的 L 值记为 $V(\Gamma, L)=(V_1(\Gamma, L), \cdots, V_n(\Gamma, L))$。

解 $L(\Gamma)$ 有可能是只包含一个完美均衡点的完美均衡集，这种情况下 $L(\Gamma)$ 中的惟一完美均衡点在不会引起误解的地方也被称为 Γ 的解。

5.3.2 子博弈一致性

博弈集合 K 被称为是子博弈完全的，如果对于 $\Gamma\in K$，Γ 的任意子博弈也在 K 中。博弈集合 K 的解函数 L 被称为子博弈一致的，如果对于任意 $\Gamma\in K$，在 Γ 的任意恰当子博弈 Γ' 上 $(\Gamma'\in K)$ $L(\Gamma)$ 生成 Γ' 的 L 解 $L(\Gamma')$。

注意子博弈一致性不能由完美均衡集的定义导出。如果

---

① 作者和 John C. Hansanyi 正合作尝试构造一种这样的理论。这里所提出的一些思路来自于仍没有最后完成的这一一般性工作。参见 Hansanyi and selten (1971)。

$L(\Gamma)$是一个完美均衡集，则它必然在 Γ 的子博弈 Γ' 上生成某种完美均衡集，然而这并不是说对于 $\Gamma' \in K$，这一完美均衡集是 Γ'[①]的 L 解。

子博弈一致性意味着子博弈中的行为仅取决于这一子博弈本身。这是合理的，原因是对于局中人的策略形势而言，一旦该子博弈达到，则子博弈之外的博弈其他部分就变成了无关因素。

5.3.3 剪枝一致性

令 L 为子博弈完全集合 K 的解函数，对于博弈 $\Gamma \in K$ 的任意多重子博弈 M，可以形成 $L(\Gamma)$ 剪枝 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, M, L(\Gamma))$。为简明起见，这一博弈 $\overline{\Gamma}$ 记为 $T(\Gamma, M, L)$。博弈 $T(\Gamma, M, L)$被称为 Γ 的 L 剪枝。不可分解 L 剪枝被称为 L 组件。对于不可分解 $L(\Gamma)$剪枝 $T(\Gamma, L(\Gamma))$，采用符号 $T(\Gamma, L)$。$T(\Gamma, L)$是 Γ 的不可分解 L 剪枝。

扩展型博弈集合 K 被称为是 L 完全的，如果解函数 L 定义在 K 上且 K 是子博弈完全的，又具有附加性质：对于 $\Gamma \in K$，Γ 的任意 L 剪枝在 K 之中。

扩展型博弈集合 K 的一种解函数 L 被称为是剪枝一致的，如果对于任意 $\Gamma \in K$，L 解 $L(\Gamma)$在任意 $\Gamma \in K$ 的 L 剪枝 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, M, L)$ 上生成 L 解 $L(\overline{\Gamma})$。

直观上，显然一个合理的子博弈一致解函数 L 应该也是剪枝一致的。如果 $L(\Gamma')$是子博弈 $\Gamma' \in M$ 中期望会出现的行为，则 $\overline{\Gamma} = T(\Gamma, M, L)$中的策略形势本质上应该与 Γ 中对应于 $\overline{\Gamma}$ 的部分是相同的。

---

① 原文为 Γ，有误。——译者注

5.3.4 一致扩展

考察不可分解博弈集合 K_1 的解函数 L_1。以下将为任意此类 L_1 构造向更大集合 K 的扩展，将表明扩展解函数 L 是对 K 的惟一子博弈一致和剪枝一致解函数，使得 L 和 L_1 在 K_1 上相吻合。

令 L 是对扩展型博弈集合 K 的一种解函数，如果以下条件(A)和(B)得到满足，L 被称为对不可分解博弈集合 K_1 的解函数 L_1 的一致扩展。

(A) 区域。K 中所有不可分解博弈组成的集合为集合 K_1。对于 $m=2,3,\cdots$ 所有具有分解秩 m 的博弈 $\Gamma\in K$ 组成的集合 K_m 等于所有扩展型博弈 Γ 组成的集合。这使得 Γ 的最大恰当子博弈必在集合 $K_1,\cdots,K_{m-1}$ 中，且不可分解 L 剪枝 $T(\Gamma,L)$ 必在 K_1 中。

(B) 解。对于任意 $\Gamma\in K_1$，我们有 $L(\Gamma)=L_1(\Gamma)$。如果 Γ 是可分解博弈 $\Gamma\in K$，则 $L(\Gamma)$ 在 Γ 的任意最大恰当子博弈 Γ' 上生成 $L(\Gamma')$，并在 Γ 的不可分解 L 剪枝 $T(\Gamma,L)$ 上生成 $L(T(\Gamma,L))$。

以后将证明(A)和(B)蕴含着子博弈一致性和剪枝一致性，这验证了名称"一致扩展"之名。

定理 4：

对不可分解博弈集合 K_1 的任意解函数 L_1 具有惟一确定的一致扩展。

证明：

(A)和(B)提供了关于 L 和 K 的递归定义。如果集合 $K_1,\cdots,K_{m-1}$ 已知且 L 对于这些集合中的博弈已知，则 K_m 由(A)给出。仍需证明，对于任意 $\Gamma\in K_m$，惟一完美均衡集由条

件(B)确定。这可以通过在 M 上作数学归纳验证。论断对 $\Gamma\in K_1$ 显然成立。如果论断对 $K_1,\cdots,K_{m-1}$ 中的博弈成立，则由定理2的推论可知，对于 $\Gamma\in K_m$，集合 $L(\Gamma)$ 是 Γ 的完美均衡集。

定理5：

不可分解博弈集合 K_1 的解函数 L_1 的一致扩展 L 具有 L 完全的区域 K。一致扩展 L 是子博弈一致和剪枝一致的。对于任意 $\Gamma\in K$，$L(\Gamma)$ 在 Γ 的各 L 组件 $\hat{\Gamma}$ 上生成 L_1 解 $L_1(\hat{\Gamma})$。

证明：

令 $\overline{K_m}$ 为集合 $K_1,\cdots,K_m$ 的并集。令 L_m 为对 $\overline{K_m}$ 的解函数，它和 L 在 $\overline{K_m}$ 上吻合。如果对于 $m=1,2,3,\cdots$ 集合 $\overline{K_m}$ 是 L_m 完全的，且 L_m 是子博弈一致和剪枝一致的，则定理成立。对于 $m=1$，这一点显然成立。假设这一论断对 $\overline{K_m}$ 成立，则由(A)可知，$\overline{K_{m+1}}$ 是 L_{m+1} 完全的。由于 L_m 是子博弈一致的，同时 L_m 在 K_{m+1} 中的博弈的恰当子博弈上和 L_{m+1} 相吻合，所以根据(B)解函数 L_{m+1} 是子博弈一致的。

L_{m+1} 的剪枝一致性可由以下推理获知。考察博弈 $\Gamma\in K_{m+1}$ 的 L_{m+1} 剪枝 $\Gamma''=T(\Gamma,M,L_{m+1})$。需要证明的是 $L_{m+1}(\Gamma)$ 在 Γ'' 上生成 $L_{m+1}(\Gamma'')$。Γ'' 的最大恰当子博弈是 Γ 的最大恰当子博弈的 L_m 剪枝。Γ 的最大恰当子博弈在 K_m 之中。由于 L_m 是剪枝一致的，所以 $L_{m+1}(\Gamma)$ 在 Γ'' 的任意最大恰当子博弈 Γ' 上生成 $L_m(\Gamma')$。Γ 的不可分解 L_m 剪枝和 Γ'' 的不可分解 L_m 剪枝是同一博弈。从(B)可知，$L_{m+1}(\Gamma)$ 在 $T(\Gamma'',L_m)$ 上生成 $L_m(T(\Gamma'',L_m))$。这说明 $L_{m+1}(\Gamma'')$ 和 $L_{m+1}(\Gamma)$ 在 Γ'' 的最大恰当子博弈 Γ' 和 $T(\Gamma'',L_m)$ 上生成的完美均衡集相同。根据引理4，$L_{m+1}(\Gamma)$ 在 Γ'' 上生成完美均衡集。由定理

2的推论可知，这一完美均衡集必然和 $L_{m+1}(\Gamma')$ 相等。由 L 的剪枝一致性和子博弈一致性就可推出，$L(\Gamma)$ 在 Γ 的各 L 组件 $\hat{\Gamma}$ 上生成 $L_1(\hat{\Gamma})$。

定理 6：

不可分解扩展型博弈集合 K_1 的解函数 L_1 的一致扩展 L 是惟一子博弈一致和剪枝一致的解函数，它和 L_1 在 K_1 上吻合，并具有附加性质：L 及其区域 K 满足条件(A)。

证明：

其区域具有性质(A)的子博弈一致和剪枝一致的解函数必然具有性质(B)，因此定理 6 是定理 4 和定理 5 的直接推论。

5.3.5 同时博弈

一致扩展的构造可以将求 K 中的可分解博弈的解简化为求 K_1 中的不可分解博弈的解。为了给 5.1 节中的博弈 Γ^1 找到解，集合 K_1 必须大到足以产生包含 Γ^1 的集合 K。以下将确定一类非常简单的不可分解博弈，应用于 Γ^1 的解函数所对应的集合 K_1 将是此类“同时博弈”的子集。

同时博弈是一种 n 人扩展型博弈，其中每个局中人 $1, \cdots, n$ 最多有一个信息集，且这些信息集中的每一个和博弈的每种进行过程相交。同时博弈可以解释为这样一种博弈：其中，有信息集的局中人在对可能发生于其决策之前的任何随机选择都不了解的情况下同时作决策。

5.3.6 标准型

由于每个局中人具有最多一个信息集，则在同时博弈中行为策略和普通的混合策略之间不存在差异。因此，同时博弈可

以恰当地由其标准型描述[①]。

令 Γ 为 n 人扩展型博弈，Γ 的标准型是一种 $G=(\Pi,H)$ 对，其中 $\boldsymbol{\Pi}=(\Pi_1,\cdots,\Pi_n)$ 是策略集向量，其第 i 个分量 Π_i 是 Γ 中局中人 i 的所有纯策略 π_i 组成的集合；H 是支付函数，对 Γ 的任意纯策略组合 $\pi=(\pi_1,\cdots,\pi_n)$ 赋予相应支付向量 $\boldsymbol{H}(\pi)=(H_1(\pi),\cdots,H_n(\pi))$。标准型（并不参照于某扩展型）是一种结构 $G=(\Pi,H)$，具有和 π_i 可能为任意数学对象时该结构会具有的同样性质。

局中人 i 的有限混合策略是 Π_i 上的一种概率分布，它对有限数目的纯策略 $\pi_i\in\Pi_i$ 赋予正概率，对局中人 i 的所有其他纯策略赋予零概率。由于这里仅考虑有限的行为策略，本文中混合策略将总是有限混合策略。

两种 n 人标准型 $G=(\Pi,H)$ 和 $G'=(\Pi',H')$ 被称为是同构的，意指对于每个局中人 i 存在从 G 中他的纯策略集 Π_i 到他在 G' 中的纯策略集 Π'_i 的一一映射 f_i，使得两种标准型中相互对应的纯策略组合被赋予同样的支付向量。此类一一映射的体系 $f=(f_1,\cdots,f_n)$ 被称为从 G 到 G' 的一种同构。

从 G 到 G' 的同构 $f=(f_1,\cdots,f_n)$ 可以扩展到混合策略情形。对于 G 的任意混合策略 q_i，令 $f_i(q_i)$ 为 G' 的一种混合策略 q'_i[②]，它赋予纯策略 $f_i(\pi_i)$ 的概率和 q_i 赋予 π_i 的概率相同。通过这种方法，G 的任意混合策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$ 对应于 G' 的混合策略组合 $q'=(f_1(q_1),\cdots,f_n(q_n))$。

---

① 这对一般的扩展型博弈不成立。标准型不能察觉完美均衡点和不完美均衡点之间的差别。在同时博弈中所有均衡点均是完美的，任意标准型和某种同时博弈的标准型同构。

② 原文这里为 q_i，根据上下文有误，加以更正。——译者注

5.3.7 对称性

考察由标准型 G 通过对其局中人重新编号形成的标准型 G'。这种情况下，从 G 到 G' 的同构被称为 G 的一种对称。G 的对称可以描述为 G 的一种自我同构，即 G 对其自身的某种映射，其结构不变。

博弈 Γ 的对称保持均衡点 s 是一种均衡点，它在 Γ 的标准型的所有对称下不变。博弈 Γ 的对称保持均衡集 S 是一种均衡集，它在 Γ 的标准型的所有对称下不变。这意味着对于任意对称，任意 $r \in S$ 对应于某种 $s \in S$。注意，对称保持均衡集 S 中的均衡点 s 并不一定是对称保持的，集合 S 只是作为一个整体在博弈的标准型的对称下是不变的。

博弈的完美均衡点 s 被称为局部对称保持的，是指 s 在 Γ 的任意 s 组件 Γ' 上可生成对称保持均衡点 s'。博弈 Γ 的完美均衡集 S 被称为局部对称保持的，是指 S 在 Γ 的任意 S 组件 Γ' 上可生成对称保持均衡集 S'。要注意，局部对称保持完美均衡集的元素并不一定是局部对称保持的。

在这些定义中使用“局部”一词，是因为 s 组件或者 S 组件的标准型的对称性可能在博弈的其他部分并不存在。以下两个定理显示，局部对称保持兼容完美均衡点或完美均衡集的分解特性。

定理 7：

博弈 Γ 的完美均衡点 s 是局部对称保持的，当且仅当 s 在 Γ 的任意子博弈和任意 s 剪枝上生成局部对称保持完美均衡点。

定理 8：

博弈 Γ 的完美均衡集 S 是局部对称保持的，当且仅当 S 在

Γ 的任意子博弈和任意 S 剪枝上生成局部对称保持完美均衡集。

定理 7 和定理 8 的证明：

由于 s 组件和 S 组件分别是 s 剪枝和 S 剪枝的不可分解子博弈，定理的充分性直接来自"局部对称保持"的定义。s 在子博弈或 s 剪枝上生成的均衡点 s' 产生的 s' 组件和相应 s 组件相同。这与引理 1 和引理 2 一起表明，定理 7 成立。借助于引理 3 和引理 4，可以作出类似的推断，则定理 8 得证。

5.3.8 对称解函数

博弈集合 K 的解函数 L 被称为是对称的，如果 L 对任意博弈 $\Gamma \in K$ 赋予局部对称保持完美均衡集 $L(\Gamma)$。

如果一个局中人在博弈 $\Gamma \in K$ 的 L 组件 Γ' 的一种对称下对应于另一个局中人，则两个局中人在 Γ' 中的策略形势本质上是相同的。可以合理地认为，处于同样策略形势中的理性局中人的行为是相同的，因此很自然地要求解函数也应该是对称的。

如果 Γ 是不可分解博弈，则 Γ 的局部对称保持完美均衡集肯定是 Γ 的对称保持均衡集。因此不可分解博弈集合 K_1 的解函数 L_1 是对称的，当且仅当 L_1 对任意博弈 $\Gamma \in K_1$ 赋予了对称保持均衡集 $L(\Gamma)$。

定理 9：

对不可分解博弈类别 K_1 的解函数 L_1 的一致扩展 L 是对称的，当且仅当 L_1 是对称的。

证明：

由对称解函数的定义直接可得，只有 L_1 是对称时 L 才能是对称的。如果 L_1 是对称的，则由定理 5 可知，对于任意 $\Gamma \in K$，$L(\Gamma)$ 在 Γ 的任意 L 组件 $\hat{\Gamma}$ 上生成均衡集 $L_1(\hat{\Gamma})$。这说明

L_1 对称则 L 对称。

5.3.9 支付最优性

如果在 Γ 的标准型中，其他局中人的支付和局中人 i 的策略无关，则扩展型博弈 Γ 中的局中人 i 被称为非本质的。如果对于 Γ 的任意策略组合 π，有 $H_j(\pi)=H_j(\pi/\pi'_i)$ 对任意 $\pi'_i\in\Pi_i$ 和任意 $j\neq i$ 的局中人 j 成立，则上述定义成立。不是非本质局中人的局中人被称为本质的。显然，在同时博弈中没有信息集的局中人是非本质的。

如果 S 是博弈 Γ 的均衡集或者完美均衡集，则均衡点 $s\in S$ 的支付向量 $\boldsymbol{H}(s)$ 记为 $\boldsymbol{H}(S)=(H_1(S),\cdots,H_n(S))$。支付向量 $\boldsymbol{H}(S)$ 被称为 S 处的均衡支付向量。

令 R 和 S 为博弈 Γ 的两个均衡集或者完美均衡集。如果对于 Γ 中的任意本质局中人 i，我们有 $H_i(S)>H_i(R)$，则集合 S 被称为弱支付优于 R；如果在此之上，对于至少一个本质局中人 i，我们有 $H_i(S)\geqslant H_i(R)$，则 S 被称为强支付优于 R。如果对于 Γ 的任意子博弈 Γ'（包括 Γ 本身），S 在 Γ' 上生成的完美均衡集 S' 弱支付优于 R 在 Γ' 上生成的完美均衡集 R'，Γ 的完美均衡集 S 被称为弱子博弈支付优于 Γ 的另一个完美均衡集 R；如果 S 弱子博弈优于 R，且在此之上，对于至少一个 Γ 的子博弈 Γ'，S 在 Γ' 上生成的完美均衡集 S' 强支付优于 R 在 Γ' 上生成的完美均衡集 R'，则 Γ 的完美均衡集 S 被称为强子博弈支付优于 Γ 的另一个完美均衡集 R。

令 K 为一种 n 人扩展型博弈的类别，并令 Λ 为对 K 的解函数集合。如果对于任意 $L\in\Lambda$ 和 $\Gamma\in K$，L 解 $L(\Gamma)$ 不强子博

弈支付优于 L 解 $\overline{L}(\Gamma)$，则解函数 $\overline{L}\in\Lambda$ 被称为是 Λ 中支付最优的。

本文的解概念所基于的思路是：在一族子博弈一致和剪枝一致的对称解函数中，选择支付最优解函数是很自然的。如果 Γ 的完美均衡集 S 强子博弈支付优于另一个完美均衡集 R，则本质局中人将他们的期望协同在 S 而不是 R 上，在某些子博弈中更符合本质局中人的共同利益，而在其他子博弈中也不会对本质局中人的共同利益不利。支付最优的概念类似于熟悉的帕累托最优概念。如果认为在一种子博弈中的局中人 i 和另一种子博弈中的同一局中人 i 具有不同利益，并因此将他们视为不同的人处理，则这种类比更为清晰。

没有考虑同一局中人在博弈的不同部分中具有不同利益的可能性的定义，便不能对扩展型博弈的结构作出正确判断，因此需要考察所有可能子博弈中的支付。在这一方面，支付最优解函数的定义和完美均衡点的定义出自于同一思路。

5.3.10 突出均衡集

不可分解博弈 Γ 的突出均衡集 S 是 Γ 的一种对称保持均衡集，它具有以下附加性质：如果 R 是 Γ 的对称保持均衡集，且与 S 不同，则 S 强支付优于 R。

显然，不可分解博弈最多只能具有一个突出均衡集，而且不是每个不可分解博弈都具有突出均衡集。具有突出均衡集的不可分解博弈被称为是突出的。

此后，所有突出同时博弈的集合将具有特别的重要性，可以自然地认为突出同时博弈的突出均衡集是这一博弈的解。本质局中人协同他们的期望在这一集合中的均衡点上是符合他们的利益的。

在本文中，同样的直观推断没有应用到一般性的不可分解博弈上。对于具有复杂信息结构的不可分解博弈，目前还不清楚标准型的对称是否在所有可能情况中均对扩展型有意义。只是在同时博弈这一类中，采用基于标准型的定义是有理由的。

5.3.11 突出解函数

令 $\widetilde{K}_1$ 为所有突出同时博弈的集合，并令 $\widetilde{L}_1$ 为对 $\widetilde{K}_1$ 的一种解函数，它对任意 $\Gamma \in \widetilde{K}_1$ 赋予 Γ 的突出均衡集。突出解函数 $\widetilde{L}$ 是这一解函数 $\widetilde{L}_1$ 的一致扩展。

突出解函数是本文中的解概念。以下定理总结了这一解概念的理想性质。

定理 10：

令 $\widetilde{K}$ 为突出解函数 $\widetilde{L}$ 的区域，$\widetilde{K}$ 的所有子博弈一致和剪枝一致的对称解函数 L 组成的集合 Λ 包含一个且仅包含一个为 Λ 中支付最优的解函数，就是突出解函数 $\widetilde{L}$。

证明：

由定理 5 和定理 9 可知，$\widetilde{L}$ 在 Λ 中。由突出均衡集的定义可得，为 Λ 中支付最优的解函数 L 必然对 $\widetilde{K}$ 中每个突出同时博弈赋予突出均衡集。由定理 6 可知，一种解函数如果和 $\widetilde{L}$ 不同，则不可能是 Λ 中支付最优的。现在仅需要证明 $\widetilde{L}$ 是 Λ 中支付最优的。

假设 $\widetilde{L}$ 并非支付最优的，则必然存在一种解函数 $L \in \Lambda$ 和博弈 $\Gamma \in \widetilde{K}$，使得 $L(\Gamma)$ 强子博弈优于 $\widetilde{L}(\Gamma)$。为了表明这是不

可能的，有一点得到证明就足够了，即不存在博弈 $\Gamma\in\widetilde{K}$ 使得对其可以找到一种不同于 $\widetilde{L}(\Gamma)$，但弱子博弈支付优于 $\widetilde{L}(\Gamma)$ 的对称保持完美均衡集 R。令 $\widetilde{K}_m$ 为所有具有至多为 m 的分解秩的博弈 $\Gamma\in K$ 组成的集合，这一论断可通过在 m 上作数学归纳证明。

这一论断显然对 $\widetilde{K}_1$ 中的博弈成立。假设论断对 $\widetilde{K}_m$ 中的博弈成立，令 $\Gamma\in\widetilde{K}$ 为具有分解秩 $m+1$ 的博弈，假设 Γ 的对称保持完美均衡集 R 弱子博弈支付优于 $\widetilde{L}(\Gamma)$，由归纳假设可知，对于 Γ 的任意最大恰当子博弈 Γ'，R 在 Γ' 上生成的完美均衡集 R' 是 Γ' 的 $\widetilde{L}$ 解 $\widetilde{L}(\Gamma')$。因此，我们有 $T(\Gamma,R)=T(\Gamma,\widetilde{L})$。博弈 $T(\Gamma,\widetilde{L})$ 是一种突出同时博弈。由引理 1 可知，除非 R 在 $\bar{\Gamma}=T(\Gamma,\widetilde{L})$ 上生成的均衡集 $\bar{R}$ 是 $\bar{\Gamma}$ 的突出均衡集，否则 R 不可能弱子博弈支付优于 $\widetilde{L}(\Gamma)$。这说明 R 是 $\widetilde{L}$ 解 $\widetilde{L}(\Gamma)$。

备注：

定理 10 的证明显示，$\widetilde{L}$ 是 $\widetilde{K}$ 的所有对称解函数组成的集合中支付最优的。子博弈一致性和剪枝一致性只是用来证明，在 $\widetilde{K}$ 的所有子博弈一致和剪枝一致的对称解函数组成的集合中，不存在其他解函数是支付最优的。

5.3.12 数值示例

考察图 5.1 中所表现的博弈 Γ。如果局中人 1 选择他的左

选项 l，则局中人 2 和 3 会发现自身处于具有信息集 U_2 和 U_3 的子博弈 Γ' 中。如果局中人选择 r，则另一种子博弈 Γ''[①]开始。显然 Γ' 和 Γ'' 是同时博弈。两种子博弈具有一种对称性，表现为局中人 2 和 3 编号的交换。

Γ' 和 Γ'' 均具有突出均衡集。两种情况中，突出均衡集均正好包含一个均衡点，对局中人 2 和 3 指示左选项 l。局中人 1 在 Γ' 和 Γ'' 中是非本质的[②]。Γ' 和 Γ'' 的 $\tilde{L}$ 值为 $v(\Gamma',\tilde{L})=(4,4,4)$ 和 $v(\Gamma'',\tilde{L})=(3,6,6)$。

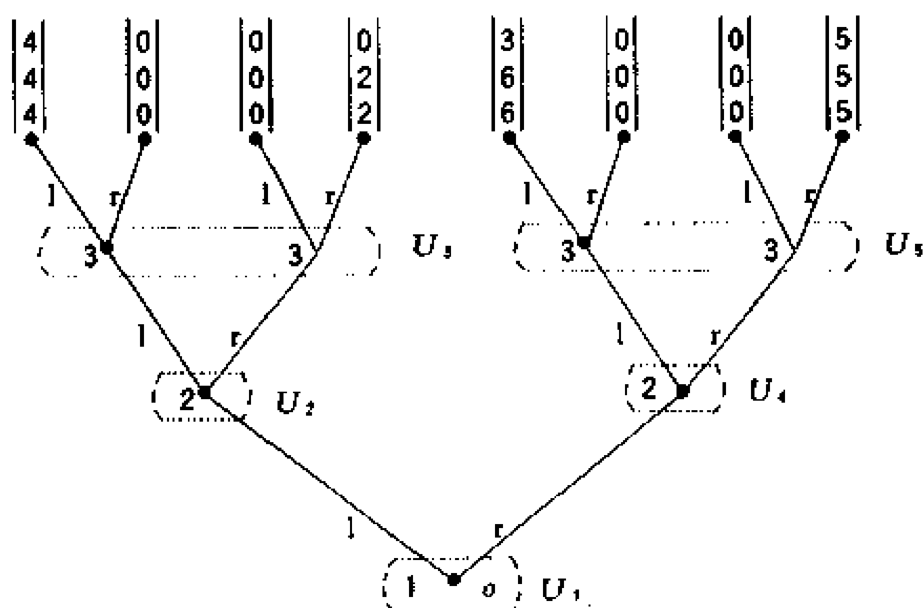


图 5.1 数值示例 Γ

信息集由虚线表示。可选项由 l 和 r 表示(分别指“左”和“右”)，支付向量由相应终点上的列向量表示

Γ 的不可分解 $\tilde{L}$ 剪枝 $\overline{\Gamma}=T(\Gamma,\tilde{L})$ 显示在图 5.2 中。在 $\overline{\Gamma}$ 中，局中人 1 是惟一的本质局中人。显然 $\overline{\Gamma}$ 具有一个突出均衡

① 原文为 Γ，有误。——译者注

② 原文为“本质的”，有误，根据上下文应为“非本质的”。——译者注

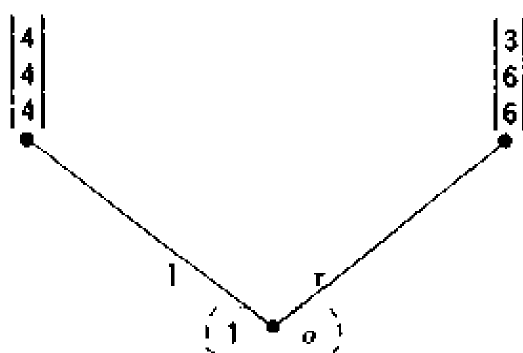


图 5.2 图 5.1 中表示的博弈 Γ 的不可分解 $\tilde{L}$ 剪枝 $\bar{\Gamma}=T(\tilde{\Gamma},L)$

集，其惟一的均衡点指示左选项。结果是 Γ 在 $\tilde{L}$ 的区域 $\tilde{K}$ 之中。$\tilde{L}$ 解 $\tilde{L}(\Gamma)$ 在任意信息集处指示左选项。

博弈 Γ 具有另一个完美均衡点，它在每个信息集处指示右选项 r。这一均衡点是完美均衡集 R 的惟一元素。显然，R 是局部对称保持的。Γ 的 $\tilde{L}$ 值为 $v(\Gamma,\tilde{L})=(4,4,4)$。$R$ 处的均衡支付向量为 $H(R)=(5,5,5)$。

这表明另一种局部对称保持完美均衡集能强支付优于博弈 $\tilde{K}$ 中的 $\tilde{L}$ 解。这给人的最初印象可能是，根据这种情况会对 $\tilde{L}$ 是否为合理的解函数存在疑问。借助于图 5.1 的示例，可以比较容易地理解为什么这不是一个针对突出解函数的有效反例。在图 5.1 中的博弈 Γ 开始时，所有局中人更倾向于 R 而非 $\tilde{L}(\Gamma)$，然而局中人 1 知道，在达到子博弈 Γ'' 后，局中人 2 和 3 将会将他们的期望协同于 $\tilde{L}(\Gamma'')$，这符合他们的共同利益，则整体博弈上 R 强支付优于 $\tilde{L}(\Gamma)$ 就失效了。

5.3.9 的最后已经指出，同一局中人在博弈的不同部分可能具有不同利益，因此支付最优概念定义之后隐含的效率思路必须应用到所有子博弈支付上而不是仅应用到整体博弈支付

上。图 5.1 的数值示例说明了这一点。

5.4 模型的解

下面在 5.3 节和 5.4 节中所建立的解概念将应用到 5.1 节中所描述的模型的扩展型 Γ^1 中。符号 Γ^1 上的上标 1 用来将此博弈和其他博弈区分开。由于在本文的剩余部分仅涉及与此博弈有关的博弈，我们去掉上标 1，用没有上标的符号 Γ 来标记 5.1 节中所描述模型的扩展型。相应地，符号 Γ_Z 用于表示供给决策子博弈，卡特尔谈判子博弈将记为 Γ_Y。另一种符号简化涉及到突出解函数 $\widetilde{L}$。这里我们将使用 L 而不是 $\widetilde{L}$，原因是在本文的剩余部分中将不会出现其他解函数。博弈的突出解函数将简单地称为该博弈的解。

模型扩展型 Γ 解的计算将采用"逆向剪枝过程"，从博弈最后阶段向前解不可分解子博弈并形成剪枝直到博弈开始。首先解决供给决策子博弈 Γ_Y，然后构建剪枝卡特尔谈判子博弈 $\overline{\Gamma}_Z$，它是卡特尔谈判子博弈的 L 剪枝。在这些博弈解出以后，将形成 Γ 的不可分解 L 剪枝 $\overline{\Gamma}$ 并相应求解。利用这种方法求解的博弈是 Γ 的 L 组件。

这一达到 Γ 解的过程并非最短的可能求解过程，迂回是为了展现模型及其解的某些有趣特征。

5.4.1 供给决策子博弈上的引理

显然，供给决策子博弈 Γ_Y 是同时博弈。Γ_Y 的策略 q_i 是区间 $0 \leqslant x_i \leqslant y_i$ 上的有限概率分布。以下引理将显示只有纯策略才重要。

引理6：

令 $s=(s_1,\cdots,s_n)$ 为供给决策子博弈 Γ_Y 的均衡点，则 s 是一种纯策略组合。

证明：

为了证明这一引理，只需要证明，对于任意策略组合 $q=(q_1,\cdots,q_n)$，每个局中人 i 正好具有一种最优反应 r_i 且其为纯策略。让我们区分两种情形讨论：情形1，不管其他局中人的混合策略 q_j 中的哪些纯策略会实现，供给 $x_i=0$ 是能够保证毛利润 P_i 非负的惟一纯策略；情形2，不管其他局中人的混合策略 q_j 中哪些纯策略会实现，局中人 i 可以选择一种供给量 $x_i>0$，这可以保证得到非负毛利润 P_i。由式(5.9)可知，在情形1中，供给 $x_i>0$ 是局中人 i 的惟一最优反应。

现在考察情形2，令 $\bar{x}_j$ 为被 q_j 赋予了正概率的最大供给量 x_j。

定义：

$$\overline{X}_i=\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}\bar{x}_j \tag{5.17}$$

显然，我们必然有 $\overline{X}_i<1$。为了肯定能够得到非负毛利润，局中人 i 必须在闭区间 $0\leqslant x_i\leqslant\hat{x}_i$ 内选择一种供给量 x_i，其中 $\hat{x}_i$ 是 y_i 和 $1-\overline{X}_i$ 中小的一个。由 $g=1-X$ 可知，在这一区间内局中人 i 的期望毛利润是严格凹二次函数。结果是局中人 i 正好具有一种最优反应，为供给 $\tilde{x}_i$，$0\leqslant\tilde{x}_i\leqslant\hat{x}_i$。

备注：

如果局中人具有效用函数 $u_i=P_i$ 而不是式(5.9)，类似的推断不能进行，因为在 $x_i\geqslant0$ 的整个区域上变量 P_i 并非为 x_i 的凹函数。

引理 1 说明我们可以将注意力集中在纯策略组合之上。以下 Γ_Y 的纯策略组合由相应供给决策向量 $\mathbf{x}=(x_1,\cdots,x_n)$ 表示。

在引理 7 中引入函数 $\varphi_i(X_i)$，它被称为局中人 i 的反应函数。这一函数实际上就是古诺垄断理论中常见的反应函数。在引理 8 的式(5.21)中，我们将定义一种相关函数 $\eta_i(X)$，它被称为嵌入函数①。这一函数的自变量为总供给 X 而不是 X_i，这使它成为分析古诺模型的一种有用工具。

引理 7：

令 $(x_1,\cdots,x_n)$ 为供给决策子博弈 Γ_Y 的纯策略组合。定义：

$$X_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} x_j \tag{5.18}$$

则：

$$\varphi_i(X_i) = \max\left[0, \min\left(\frac{1-X_i}{2}, y_i\right)\right] \tag{5.19}$$

是局中人 i 对 $(x_1,\cdots,x_n)$ 的最优反应。

证明：

首先考察 $X_i \geq 1$ 的情形。这种情形中，$x_i=0$ 是惟一能够使局中人 i 毛利润非负的供给量，而 $\varphi_i(X_i)=0$ 也就是对 $\mathbf{x}=(x_1,\cdots,x_n)$ 的最优反应。

在 $X_i<1$ 的情形中，局中人 i 的毛利润在区间 $0\leq x_i\leq 1-X_i$ 之外是负的，在此区间内，函数 $x_i(1-X_i-x_i)$ 在 $x_i=(1-X_i)/2$ 处达到极大值。这说明对于 $X_i<1$，对 $(x_1,\cdots,x_n)$

① 嵌入函数概念在 Selten(1970)中针对更广泛垄断模型而引入，德文名称为“Einpassungsfunktion”。

的最优反应由式(5.19)给出。

引理8：

令 Γ_Y 为具有有约束力配额向量 $y=(y_1,\cdots,y_n)$ 的供给决策子博弈。对 $i=1,\cdots,n$，定义：

$$\eta_i(X)=\max[0,\min(1-X,y_i)] \tag{5.20}$$

函数 $\eta_i(X)$ 被称为局中人 i 的嵌入函数。对于任意 $X\geqslant 0$ 和 $i=1,\cdots,n$，函数 $\eta_i(X)$ 满足条件：

$$\eta_i(X)=\varphi_i(X-\eta_i(X)) \tag{5.21}$$

而且对于任意固定 $X\geqslant 0$，方程式

$$x_i=\varphi_i(X-x_i) \tag{5.22}$$

的惟一解为 $x_i=\eta_i(X)$。

证明：

$\varphi_i(X_i)$ 是单调非增的，因此 $\varphi_i(X-x_i)-x_i$ 关于 x_i 是单调递减的。因而对于任意 $X\geqslant 0$，至多存在一个 x_i 满足式(5.22)，现在只需要证明式(5.21)成立。由式(5.19)可得：

$$\varphi_i(X-\eta_i(X))=\max\left[0,\min\left(\frac{1-X+\eta_i(X)}{2},y_i\right)\right] \tag{5.23}$$

为了证明式(5.21)，我们区分以下3种情形：式(5.24)、式(5.25)和式(5.26)。

$$1-X\leqslant 0 \tag{5.24}$$

$$0<1-X<y_i \tag{5.25}$$

$$y_i\leqslant 1-X \tag{5.26}$$

在式(5.24)的情形中，我们有 $\eta_i(X)=0$。代入式(5.23)的右边，可以看到由于式(5.24)，满足条件式(5.21)。现在考察式(5.25)的情形，这种情形中 $\eta_i(X)$ 等于 $1-X$。显然，由式(5.23)和式(5.25)可得，在这种情况中式(5.21)也成立。在式(5.26)的情形中，$\eta_i(X)$ 等于 y_i。不等式(5.26)意味着：

$$y_i \leqslant \frac{1 - X + y_i}{2} \tag{5.27}$$

这说明式(5.21)得到满足。

5.4.2 供给决策子博弈的解

下面将用5.3节的结果求供给决策子博弈的解。为此我们引入总和嵌入函数 $\eta(X)$：

$$\eta(X) = \sum_{i=1}^{n} \eta_i(X) = \sum_{i=1}^{n} \max[0, \min(1 - X, y_i)] \tag{5.28}$$

考察 Γ_Y 的纯策略均衡点 $(x_1, \cdots, x_n)$，令 X 为对应于 $x = (x_1, \cdots, x_n)$ 的总供给。由均衡点的定义和引理7，式(5.22)必然对 $i = 1, \cdots, n$ 成立。根据引理8，这意味着我们必然有 $x_i = \eta_i(X)$。因此我们也必然有：

$$X = \eta(X) \tag{5.29}$$

进一步显然由式(5.29)的解和式(5.21)可得出均衡点 $(x_1, \cdots, x_n)$。式(5.29)的解通过表现 $\eta(X)$ 和45°线的图表示比较方便，这样一种图可以称为嵌入图。图5.3中给出一个例子。在嵌入图中，式(5.29)的解由 $\eta(X)$ 和45°线的交点表示。由于 $\eta(X)$ 是一种连续非增函数，且有 $\eta(0) \geqslant 0$ 和 $\eta(1) = 0$，显然 $\eta(X)$ 和45°线只有一个交点，而 Γ_Y 也只有一个均衡点，其总供给 X 满足不等式：

$$0 \leqslant X < 1 \tag{5.30}$$

以上导出的结论可由以下定理总结。

定理11：

令 Γ_Y 为供给决策子博弈，则 Γ_Y 具有惟一均衡点。这一均衡点是一种纯策略均衡点 $(x_1, \cdots, x_n)$。对应 $(x_1, \cdots, x_n)$ 的总供给 X 是方程 $X = \eta(X)$ 的惟一解，并满足不等式 $0 \leqslant X < 1$。

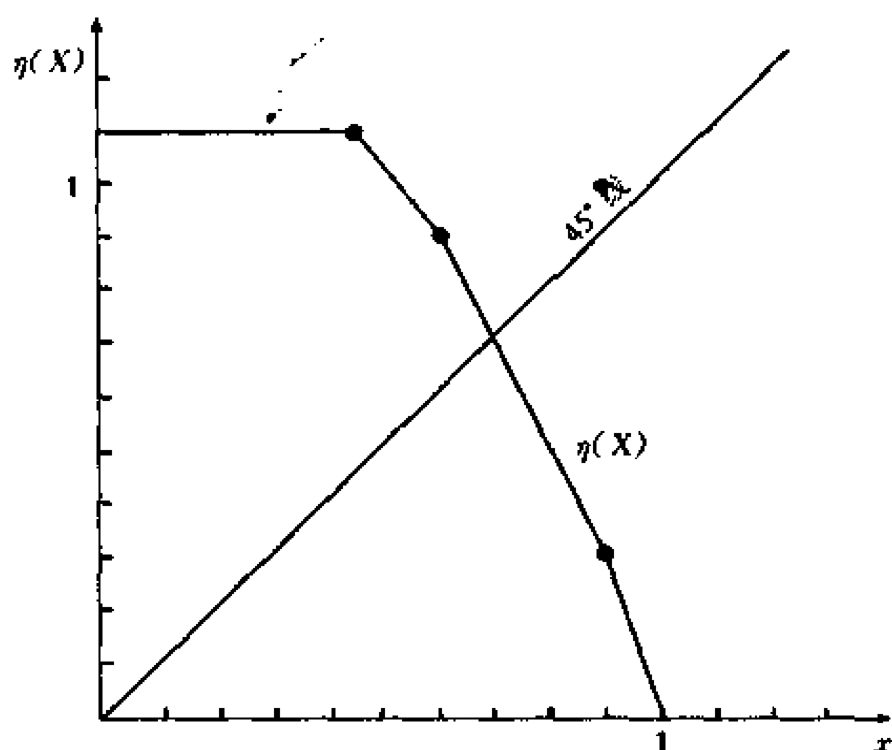


图 5.3 $n=3$，$y_1=0.6$，$y_2=0.4$，$y_3=0.1$ 时的嵌入图
$\eta(X)$ 和 45° 线的交点在 $X=0.7$ 处，均衡点为
$x_1=0.3$，$x_2=0.3$，$x_3=0.1$

更进一步，对于 $i=1,\cdots,n$，有 $x_i=\eta_i(X)$（这里 η 和 η_i 分别定义如式(5.28)和式(5.20)。

备注：

由于 Γ_Y 仅具有一个均衡点，解 $L(\Gamma_Y)$ 是以这一均衡点为其惟一元素的均衡集。显然 Γ_Y 是一种突出同时博弈。

5.4.3 供给决策均衡的特性

在这一节中，我们导出关于供给决策子博弈均衡点的一些结论，以便为卡特尔谈判子博弈 Γ_Z 解的确定做好准备。

我们首先考察一种特殊的供给决策子博弈 Γ_Y，其中有约束力配额向量 $(y_1,\cdots,y_n)$ 中，对 $i=1,\cdots,n$ 有 $y_i=\infty$，我们称之

为无限制情形。无限制情形是一种重要的极限情形。如果卡特尔协定不可能达成，则无限制情形的均衡点就是模型的非合作解。

引理 9：

令 Γ_Y 为供给决策子博弈，在其有约束力配额向量 $y=(y_1,\cdots,y_n)$ 中，有 $y_i=\infty$，则 Γ_Y 的均衡点 $(x_1,\cdots,x_n)$ 的元素由下式给出：

$$x_i=\frac{1}{n+1} \qquad (i=1,\cdots,n) \tag{5.31}$$

而局中人 i 在 $(x_1,\cdots,x_n)$ 中的利润 P_i 则为：

$$P_i \frac{1}{(n+1)^2} \qquad (i=1,\cdots,n) \tag{5.32}$$

证明：

根据式(5.28)、式(5.29)和式(5.30)，我们有：

$$X=n(1-X) \tag{5.33}$$

$$X=\frac{n}{n+1} \tag{5.34}$$

式(5.31)是式(5.34)和式(5.20)的推论，式(5.32)由式(5.7)和式(5.8)导出。

引理 10：

令 Γ_Y 为某种给定卡特尔谈判子博弈 Γ_Z 的供给决策子博弈。令 $(x_1,\cdots,x_n)$ 为 Γ_Y 的均衡点，并令 k 为未参与者的数目(在 $N-Z$ 中的局中人的数目)。

定义：

$$X_Z=\sum_{i\in Z}x_i \tag{5.35}$$

则下列各式成立：

$$x_i=\frac{1}{k+1}(1-X_Z) \qquad (i\in N-Z) \tag{5.36}$$

$$X_Z \leqslant \frac{n-k}{n+1} \tag{5.37}$$

证明：

由于对于未参与者没有确定配额，所以我们有：

$$y_i = \infty \qquad (i \in N-Z) \tag{5.38}$$

这和式(5.20)与式(5.30)一起导出：

$$x_i = 1 - X \qquad (i \in N-Z) \tag{5.39}$$

定义：

$$X_{N-Z} = \sum_{i \in N-Z} x_i \tag{5.40}$$

由式(5.39)可知：

$$X_{N-Z} = k(1 - X_Z - X_{N-Z}) \tag{5.41}$$

$$X_{N-Z} = \frac{k}{k+1}(1 - X_Z) \tag{5.42}$$

式(5.39)说明均衡供给 x_i 对于所有 $i \in N-Z$ 是相同的。这和式(5.42)一起证明了式(5.36)。

根据式(5.42)，我们有：

$$1 - X = 1 - X_Z - X_{N-Z} \tag{5.43}$$

$$1 - X = \frac{1}{k+1}(1 - X_Z) \tag{5.44}$$

不等式

$$x_i \leqslant 1 - X \quad (i \in Z) \tag{5.45}$$

是式(5.20)和式(5.30)的结论，这和式(5.44)一起导出：

$$X_Z \leqslant \frac{k}{k+1}(1 - X_Z) \tag{5.46}$$

式(5.46)和式(5.37)相互等价。

备注：

要注意，根据式(5.31)，在无限制情形中 X_Z 等于式(5.37)右边的上限。

引理 11：

在引理 10 的假设下，令 P_i 为局中人 i 在 Γ_Y 的均衡点 $(x_1,\cdots,x_n)$处的毛利润。

定义：

$$P_Z = \sum_{i\in Z} P_i \tag{5.47}$$

则下式成立：

$$P_Z = \frac{1}{k+1}X_Z(1-X_Z) \leqslant \frac{1}{4(K+1)} \tag{5.48}$$

证明：

根据式(5.30)，我们可得：

$$P_Z = X_Z(1-X) \tag{5.49}$$

这和式(5.44)一起导出：

$$P_Z = \frac{1}{k+1}X_Z(1-X_Z) \tag{5.50}$$

式(5.50)的右边在 $X_Z = 1/2$ 时达到极大值，式(5.48)得证。

5.4.4 剪枝卡特尔谈判子博弈的解

令 Γ_Z 为卡特尔谈判子博弈。Γ_Z 的不可分解 L 剪枝 $\overline{\Gamma}_Z = T(\Gamma, L)$被称为对 Z 的剪枝卡特尔谈判子博弈。在这一节中将显示 $\overline{\Gamma}_Z$ 具有突出均衡集。

考察剪枝卡特尔谈判子博弈 $\overline{\Gamma}_Z$ 的一种均衡点 $\bar{s}_Z$，它使得 $\bar{s}_Z$ 处的均衡支付为供给决策子博弈在无限制情形中所获得的毛利润为式(5.32)中的 P_i。规范而言，这样一种均衡点很可能

会涉及到我们将在引理 12 中看到的卡特尔协定形式，不过这样的卡特尔协定没有实际经济意义，因此将被称为非本质的。实现支付式(5.32)并不需要卡特尔协定。

$\overline{\Gamma}_Z$ 的解取决于 $N-Z$ 中的局中人的数目 k。如我们将看到的，$k \geqslant (n-1)/2$ 时和 $L(\overline{\Gamma}_Z)$ 中均衡点相联系的均衡支付为式(5.32)中的毛利润。在这种情况下，$L(\overline{\Gamma}_Z)$ 中的均衡点仅产生了非本质的卡特尔协定。$k<(n-1)/2$ 时，形势就不同了，此时 $L(\overline{\Gamma}_Z)$ 处的均衡支付大于无限制情形的供给决策子博弈的均衡支付。

一般来说，剪枝卡特尔谈判子博弈的解 $L(\overline{\Gamma}_Z)$ 包含多个均衡点，这出自于两种原因：不同的提议系统可能会导向同样的配额向量；不同的配额向量可能会导致供给决策子博弈中同样的均衡支付。

对我们的研究而言，并不需要详细描述 $L(\overline{\Gamma}_Z)$，只要展现 $L(\overline{\Gamma}_Z)$ 中的一个均衡点并将 $L(\overline{\Gamma}_Z)$ 描述为包含这一均衡点的均衡集就足够了。

引理 12：

令 $\overline{\Gamma}_Z$ 为剪枝卡特尔谈判子博弈，则以下提议系统 Y 是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的一种纯策略均衡点：

$$Y=(Y_i)_{i\in Z}$$

其中，对于任意 $i\in Z$，

$$Y_i=(y_{ij})_{j\in Z} \text{ 且 } y_{ij}=\infty \tag{5.51}$$

由这一均衡点产生的有约束力配额向量具有性质：对 $i=1,\cdots,n$，有 $y_i=\infty$。

证明：

规范而言，Y 产生了一个协定，然而这一协定是非本质的，

因为有约束力配额向量具有性质：对 $i=1,\cdots,n$，有 $y_i=\infty$。

我们需要说明，没有一个局中人 $j\in Z$ 能够通过策略偏离而改善其毛利润。惟一能改变有约束力配额向量的策略偏离是：改变为对包含 j 为其惟一元素的单人联盟 $\{j\}$ 的提议。令 y'_j 为局中人 j[①]为其自身提出的配额。新的有约束力配额向量中 y'_j 是其第 j 个元素，而对所有 $i\neq j$，有 $y_i=\infty$。

提议系统式(5.51)会使所有局中人获得式(5.32)的毛利润。显然从引理 4 的证明可知，新的有约束力配额只有在以下条件满足时才会产生不同结果：

$$x_j = \min(1-X, y'_j) = y'_j \tag{5.52}$$

由于对 $i\neq j$，

$$x_i = 1-X \tag{5.53}$$

我们必然有：

$$X = y'_j + (n-1)(1-X) \tag{5.54}$$

$$X = \frac{n-1}{n} + \frac{y'_j}{n} \tag{5.55}$$

$$1 - X = \frac{1-y'_j}{n} \tag{5.56}$$

这和式(5.52)一起导出：

$$y'_j \leqslant \frac{1-y'_j}{n} \tag{5.57}$$

$$y'_j \leqslant \frac{1}{n+1} \tag{5.58}$$

根据式(5.7)、式(5.8)和式(5.56)，局中人 j 策略偏离之后的毛利润 P'_j 可以写为：

---

① 原文为“i”，有误，予以更正。——译者注

$$P'_j = \frac{1}{n} y'_j (1 - y'_j) \tag{5.59}$$

在区间 $0 \leqslant y'_j \leqslant 1/(n+1)$ 中，利润 P'_j 是 y'_j 的增函数，因此，我们必然有：

$$P'_j \leqslant^{①} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{1}{(n+1)^2} \tag{5.60}$$

这说明，策略偏离到 y'_j 并不能改善局中人 j 的毛利润使其获得高出式(5.32)的均衡值。因此式(5.51)是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的一个均衡点。

定理 12：

令 $\overline{\Gamma}_Z$ 为剪枝卡特尔谈判子博弈，其中未参与者的数目 k 满足以下不等式：

$$k \geqslant \frac{n-1}{2} \tag{5.61}$$

则 $\overline{\Gamma}_Z$ 是一种突出同时博弈，且突出均衡集 $\overline{S}_Z$ 包含引理 12 中的纯策略均衡点式(5.51)，$\overline{S}_Z$ 处的均衡支付根据引理 9 为式(5.32)中的毛利润。

证明：

$\overline{\Gamma}_Z$ 的对称对应于 N 的那些使 Z 和 $N-Z$ 不变的排列组合，由于在均衡点式(5.51) 处 Z 中的局中人具有同样的支付而 $N-Z$中的局中人也具有同样的支付，这一均衡点的均衡集 $\overline{s}_z$ 是对称保持的。

我们需要说明 $\overline{\Gamma}_Z$ 是一种突出同时博弈，而 $\overline{S}_Z$ 是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的突出均衡集。由于 $N-Z$ 中的局中人是非本质的，且由于任意对称保持均衡集必然向 Z 中的所有局中人赋予同样的支付，所以

① 原文为"$P'_j =$"，有误，予以更正。——译者注

只需要证明，在 $\bar{\Gamma}_Z$ 的任意其他均衡点处，Z 中局中人的总和毛利润不可能超过式(5.51)Z 中局中人的总和毛利润 P_Z。

对于任意供给决策子博弈 Γ_Z，Z 中局中人的总和均衡供给 X_Z 受到式(5.37)右边的限制。如果把式(5.61)中对 k 的下限加入式(5.37)的右边，则我们得到：

$$X_Z \leqslant \frac{1}{2} \tag{5.62}$$

由式(5.50)可知，在区间 $0 \leqslant X_Z \leqslant \frac{1}{2}$ 中，Z 中局中人的总和毛利润 P_Z 是 X_Z 的单调递增函数。因此，P_Z 不可能大于由式(5.31)确定的供给所取得的式(5.37)中 X_Z 的上限对应的利润。这说明均衡集 $\overline{S}_Z$①是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的突出均衡点，$\overline{S}_Z$ 处的均衡支付为式(5.32)中的毛利润。显然 $\overline{\Gamma}_Z^1$ 是一种突出同时博弈。

引理 13：

令 $\overline{\Gamma}_Z$ 为一种剪枝卡特尔谈判子博弈，其中未参与者的数目 k 满足不等式：

$$k \leqslant \frac{n-1}{2} \tag{5.63}$$

则以下提议系统 Y 是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的纯策略均衡点。

$$\left.\begin{aligned} & Y = (Y_i)_{i \in Z} \\ & Y_i = (y_{ij})_{i \in Z} \qquad (\text{对于任意 } i \in Z) \\ & y_{ij} = \frac{1}{2(n-k)} \qquad (\text{对于任意 } j \in Z) \end{aligned}\right\} \tag{5.64}$$

这一均衡点处的均衡支付为以下毛利润：

$$P_i = \frac{1}{4(n-k)(k+1)} \quad (i \in Z) \tag{5.65}$$

---

① 原文为 S_Z，有误。——译者注

$$P_i = \frac{1}{4(k+1)^2} \quad (i \in N - Z) \tag{5.66}$$

证明:

令 Γ_Y 为由式(5.64)产生的供给决策子博弈,并令具有总供给 X 的$(x_1, \cdots, x_n)$是 Γ_Y 的均衡点。显然,Γ_Y 的有约束力配额向量$(y_1, \cdots, y_n)$如下所示:

$$y_i = \frac{1}{2(n-k)} \quad (i \in Z) \tag{5.67}$$

$$y_i = \infty \quad (i \in N - Z) \tag{5.68}$$

根据式(5.28)、式(5.29)和式(5.30),总供给 X 满足以下条件:

$$X = k(1-X) + (n-k)\min\left[1-X, \frac{1}{2(n-k)}\right] \tag{5.69}$$

以下将显示我们必然有:

$$\min\left[1-X, \frac{1}{2(n-k)}\right] = \frac{1}{2(n-k)} \tag{5.70}$$

如果式(5.70)错误,则式(5.69)将采取以下形式:

$$X = n(1-X) \tag{5.71}$$

这导出:

$$X = \frac{n}{n+1} \tag{5.72}$$

因此,只有在下式成立时式(5.70)才不成立:

$$\frac{1}{n+1} < \frac{1}{2(n-k)} \tag{5.73}$$

由式(5.63)直接可知,我们有:

$$2(n-k) \geqslant 2\left(n - \frac{n-1}{2}\right) = n+1 \tag{5.74}$$

这与式(5.73)相矛盾。因此,式(5.70)正确。根据定理11,我

们有 $x_i=\eta_i(X)$。借助于式(5.20)可导出：

$$x_i=\frac{1}{2(n-k)}\quad(i\in Z)\tag{5.75}$$

$i\in N-Z$ 的均衡供给可以由式(5.75)和式(5.36)计算而得：

$$x_i=\frac{1}{2k+1}\quad(i\in N-Z)\tag{5.76}$$

$(x_1,\cdots,x_n)$处的利润由下式给出：

$$g=\frac{1}{2(k+1)}\tag{5.77}$$

由此可知，$(x_1,\cdots,x_n)$处的毛利润为式(5.65)和式(5.66)中的毛利润 P_i。

现在只需要证明提议系统式(5.64)是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的均衡点。$N-Z$ 中的非本质局中人不需要考虑。考察局中人 $j\in Z$，局中人 j 有两类策略偏离方式。一些偏离的结果是产生新的有约束力配额向量，对包括 j 在内的所有局中人赋予配额∞。正如我们可以从引理 9 中看到的，如果这种情况发生，局中人 j 在策略偏离后的支付等于 $1/(n+1)^2$。下面我们将说明式(5.63)意味着：

$$\frac{1}{4(n-k)(k+1)}\geqslant\frac{1}{(n+1)^2}\tag{5.78}$$

这一不等式和式(5.65)一起可以推断出以上考察的此类偏离是无利可图的。$j\in Z$ 策略偏离的另一种可能性是改变为针对单人联盟$\{j\}$ 的一种提议，这对局中人 j 会产生某种有约束力配额 y_j，对所有其他局中人 i 产生有约束力配额 $y_i=\infty$。

根据引理 12，提议系统式(5.51)是一种均衡点。根据引理 9，每个局中人可从中得到 $1/(n+1)^2$ 作为其均衡支付，由此我们可以得到结论：此类策略偏离并不比对所有局中人 i 赋予有约束力配额向量 $y_i=\infty$ 的提议系统更为有利。

为了证明式(5.63)隐含着式(5.78)，我们可看到 $4(n-k)(k+1)$ 对 k 的偏导是 $4(n-1-2k)$，显然在 k 满足 $0\leqslant k\leqslant(n-1)/2$ 时它是正的。因此在区间 $0\leqslant k\leqslant(n-1)/2$ 内，式(5.65)中的毛利润 P_i 是 k 的单调递减函数。在 $k=(n-1)/2$ 处，毛利润 P_i 取值 $1/(n+1)^2$。这说明式(5.78)对 $k<(n-1)/2$ 成立。

备注：

在引理 13 的证明过程中，已说明了在 $k\leqslant(n-1)/2$ 时参与者的毛利润式(5.65)中的 P_i 受到式(5.78)的限制。下限 $1/(n+1)^2$ 是无限制情形的供给决策均衡支付。如果 k 等于 $(n-1)/2$，则根据定理 12 有，系统式(5.64)是均衡集 $\overline{S}_Z$ 中的一个均衡点。在这种情况下，系统式(5.64)产生的卡特尔协定是非本质的。注意，如果未参与者的数目 k 在区间 $0\leqslant k\leqslant(n-1)/2$ 内增长，则对于 $i\in Z$ 和 $i\in N-Z$ 来说，均衡支付均会变小。

定理 13：

令 $\overline{\Gamma}_Z$ 为一种剪枝卡特尔谈判子博弈，其中，未参与者数目 k 满足不等式：

$$k<\frac{n-1}{2} \tag{5.79}$$

则 $\overline{\Gamma}_Z$ 是一种突出同时博弈，且 $\overline{\Gamma}_Z$ 的突出均衡集 $\overline{S}_Z$ 包含纯策略均衡点式(5.64)。根据引理 13，$\overline{S}_Z$ 处均衡支付为式(5.65)和式(5.66)中的毛利润。

证明：

令 $\overline{S}_Z$ 为均衡点(5.64)的均衡集，通过与定理 12 的证明中相同的方法，我们可以看到，$\overline{S}_Z$ 是对称保持的。

为了证明 $\overline{\Gamma}_Z$ 是突出同时博弈而 $\overline{S}_Z$ 是 $\overline{\Gamma}_Z$ 的突出均衡集，只

需要表明，Z 中局中人的总和均衡支付不会低于 Z 中局中人在 $\overline{\Gamma}_Z$ 的任意其他均衡点处的总和毛利润。由式(5.65)可知，Z 中局中人的总和均衡支付等于式(5.48)中的上限。这一上限不会被 Z 中局中人在 Γ_Z 的任意供给决策子博弈中的总和毛利润 P_Z 超过。

备注：

一般来说，$\overline{S}_Z$ 包含多个均衡点。很容易看到这对于 $n=1$，$k=0$ 的情形成立，在此情形下，任意有约束力配额 $y_1 \geqslant 1/2$ 和垄断者的最优供给量 $x_1 = 1/2$ 相容。对于 $n>1$，$\overline{S}_Z$ 包含的均衡点可能也不止一个。对此，可以参看 $n=4$，$k=0$ 的情形。在此情形中，可以找到通过两个双人协定实现系统式(5.64)的有约束力配额向量的均衡点。由于这并不重要，所以这里没有给出证明。

5.4.5 参与决策组件

令 $\overline{\Gamma}$ 为模型扩展型的不可分解 L 剪枝，$\overline{\Gamma} = T(\Gamma, L)$。$\overline{\Gamma}$ 被称为参与决策组件。在 $\overline{\Gamma}$ 中，每个局中人 i 有两种策略，他可以选择 $z_i = 0$ 或 $z_i = 1$。参与决策组件的支付函数由定理 14 进行描述。从 $n=1$ 直到 $n=10$ 的支付数值列表于表 5.1 中。

定理 14：

令 $z = (z_1, \cdots, z_n)$ 为参与决策组件 $\overline{\Gamma}$ 的纯策略组合，并令 Z 为所有选择 $z_i = 1$ 的局中人的集合(所有参与者组成的集合)。令 k 为 $N-Z$ 中局中人的数目，则 $\overline{\Gamma}$ 中局中人 i 的支付 $\overline{H}_i(z)$ 如下式所示：

$$\overline{H}_i(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{(n+1)^2} & k\geqslant\dfrac{n-1}{2},\ i=1,\cdots,n\\ \dfrac{1}{4(n-k)(k+1)} & k<\dfrac{n-1}{2},\ i\in Z\\ \dfrac{1}{(k+1)^2} & k<\dfrac{n-1}{2},\ i\in N-Z\end{cases}\tag{5.80}$$

证明：

式(5.80)是定理 12 和定理 13 的直接推论。

表 5.1　$n\leqslant 10$ 的参与决策组件的支付

局中人数目	未参与者数目	参与者的支付	未参与者的支付
$n=1$	$k=0$	0.250 00	-
	$k=1$	-	0.25000
$n=2$	$k=0$	0.125 00	-
	$k\geqslant 1$	0.011 11	0.111 11
$n=3$	$k=0$	0.083 33	-
	$k\geqslant 1$	0.062 50	0.062 50
$n=4$	$k=0$	0.062 50	-
	$k=1$	0.041 67	0.062 50
	$k\geqslant 2$	0.040 00	0.040 00
$n=5$	$k=0$	0.050 00	-
	$k=1$	0.031 25	0.062 50
	$k\geqslant 2$	0.027 78	0.027 78
$n=6$	$k=0$	0.041 67	-
	$k=1$	0.025 00	0.062 50
	$k=2$	0.020 83	0.027 78
	$k\geqslant 3$	0.020 41	0.020 41
$n=7$	$k=0$	0.035 71	-
	$k=1$	0.020 83	0.062 50
	$k=2$	0.016 67	0.027 78
	$k\geqslant 3$	0.015 62	0.015 62

续 表

局中人数目	未参与者数目	参与者的支付	未参与者的支付
$n=8$	$k=0$	0.031 25	-
	$k=1$	0.017 86	0.062 50
	$k=2$	0.013 89	0.027 78
	$k=3$	0.012 50	0.015 62
	$k\geqslant 4$	0.012 35	0.012 35
$n=9$	$k=0$	0.027 78	-
	$k=1$	0.015 62	0.062 50
	$k=2$	0.011 90	0.027 78
	$k=3$	0.010 42	0.015 62
	$k\geqslant 4$	0.010 00	0.010 00
$n=10$	$k=0$	0.025 00	-
	$k=1$	0.013 89	0.062 50
	$k=2$	0.010 42	0.027 78
	$k=3$	0.008 93	0.015 62
	$k=4$	0.008 33	0.010 00
	$k\geqslant 5$	0.008 26	0.008 26

5.4.6 参与决策组件支付的性质

在这一节中将导出 $\overline{\Gamma}$ 的支付函数 $\overline{H}_i$ 的几种有用性质。

引理 14：

令 $z=(z_1,\cdots,z_n)$ 为参与决策组件 $\overline{\Gamma}$ 的一种纯策略组合，并令 i 为局中人之一。令 m 为 $N-\{i\}$ 中未参与者的数目。定义：

$$A(n,m)=\begin{cases}\dfrac{1}{4(m+2)^2} & m<\dfrac{n-3}{2}\\[2ex] \dfrac{1}{(n+1)^2} & m\geqslant\dfrac{n-3}{2}\end{cases}\qquad(5.81)$$

$$B(n,m)=\begin{cases}\dfrac{1}{4(n-m)(m+1)} & m<\dfrac{n-1}{2}\\[2ex] \dfrac{1}{(n+1)^2} & m\geqslant\dfrac{n-1}{2}\end{cases} \tag{5.82}$$

则我们有：

$$\overline{H}_i(z)=A(n,m)\quad (z_i=0) \tag{5.83}$$

$$\overline{H}_i(z)=B(n,m)\quad (z_i=1) \tag{5.84}$$

证明：

这一引理是定理 14 的直接推论。在 $z_i=0$ 时，我们有 $k=m+1$，在 $z_i=1$ 时，有 $k=m$。

引理 15：

令 m 和 n 为满足 $0\leqslant m\leqslant n$ 的整数，定义：

$$D(n,m)=A(n,m)-B(n,m) \tag{5.85}$$

我们有：

$$D(n,m)=\begin{cases}\dfrac{1}{4(m+2)^2}-\dfrac{1}{4(n-m)(m+1)} & m\leqslant\dfrac{n-4}{2}\\[2ex] \dfrac{1}{(n+1)^2}-\dfrac{1}{4(n-m)(m+1)} & \dfrac{n-3}{2}\leqslant m\leqslant\dfrac{n-2}{2}\\[2ex] 0 & m\geqslant\dfrac{n-1}{2}\end{cases} \tag{5.86}$$

则

$$D(4,0)=0. \tag{5.87}$$

$$D(n,m)>0\quad \left(n\geqslant 5,\ m\leqslant\frac{n-4}{2}\right) \tag{5.88}$$

$$D(n,m)<0\quad \left(\frac{n-3}{2}\leqslant m\leqslant\frac{n-2}{2}\right) \tag{5.89}$$

$$D(n,m)=0\quad \left(m\geqslant\frac{n-1}{2}\right) \tag{5.90}$$

证明：

式(5.86)是引理14的直接推论。$D(4,0)=0$来自式(5.86)。现在假设$n\geqslant 5$且$m\leqslant(n-4)/2$，此时式(5.88)等价于：

$$(n-m)(m+1)-(m+2)^2>0 \qquad (5.91)$$

由于$n\geqslant 5$，这一不等式在$m=0$时成立。由于$m\leqslant(n-4)/2$意味着$n\geqslant 2m+4$，所以我们如将$n-m$替换为$m+4$，则得到式(5.91)左边的下限①，因此对于$m>0$，由不等式(5.91)可得出式(5.92)：

$$(m+4)(m+1)-(m+2)^2=m>0 \qquad (5.92)$$

为了证明式(5.89)成立，我们需要考察是否对于$m=(n-3)/2$和$m=(n-2)/2$有：

$$4(n-m)(m+1)-(n+1)^2<0 \qquad (5.93)$$

对于$m=(n-3)/2$，式(5.93)的左边等于-4，对于$m=(n-2)/2$，我们得到-1。由式(5.86)可导出式(5.90)。

引理16：

令m和n为满足$0\leqslant m\leqslant n-1$的整数，则我们有：

$$A(n,m+1)-A(n,m)<0 \qquad (m<\frac{n-3}{2}) \quad (5.94)$$

$$A(n,m+1)-A(n,m)=0 \qquad (m\geqslant\frac{n-3}{2}) \quad (5.95)$$

$$B(n,m+1)-B(n,m)<0 \qquad (m<\frac{n-1}{2}) \quad (5.96)$$

$$B(n,m+1)-B(n,m)=0 \qquad (m\geqslant\frac{n-1}{2}) \quad (5.97)$$

证明：

---

① 原文为上限，有误，加以更正——译者注

式(5.95)和式(5.97)是式(5.81)和式(5.82)的直接推论。显然对 $m<(n-5)/2$，式(5.94)成立。由于对于 $m=(n-5)/2$ 和 $m=(n-4)/2$ 来说，表达式 $1/4(m+2)^2$ 均大于 $1/(n+1)^2$，因此，此时不等式(5.94)也成立。为了证明式(5.96)成立，我们观察到 $(n-m)(m+1)$ 对 m 的导数等于 $n-1-2m$，对于 $m<(n-1)/2$，这一导数是正的，因此式(5.96)对 $m<(n-3)/2$ 成立。对于 $m=(n-3)/2$，我们有：

$$4(n-m)(m+1)=(n+3)(n-1)<(n+1)^2 \quad (5.98)$$

而对于 $m=(n-2)/2$，我们得到：

$$4(n-m)(m+1)=(n+2)n<(n+1)^2 \quad (5.99)$$

因此，对于 m 的这些值式(5.96)亦成立。

引理 17：

参与决策组件 Γ 的支付函数 $\overline{H}$ 具有如下性质，对于任意纯策略组合 $s=(s_1,\cdots,s_n)$①有：

$$\overline{H}_i(z)\geqslant\frac{1}{(n+1)^2} \quad (i=1,\cdots,n) \quad (5.100)$$

证明：

引理 16 说明 $A(n,m)$ 和 $B(n,m)$ 是 m 的非增函数，对于 $m=n$，这两个函数等于 $1/(n+1)^2$。由引理 14 可知此引理成立。

5.4.7 参与决策组件的纯策略均衡点

如果希望找到 $\overline{\Gamma}$ 的解，并不需要考虑何者为 $\overline{\Gamma}$ 的纯策略均衡点这一问题，不过对于解的解释来说，知道此问题的答案是有益的。纯策略均衡点可以根据未参与者的数目 k 进行分类。在 $k=0$ 时，我们称之为联合利润最大化均衡点。这里，所有局

① 原文为 $z=(z_1,\cdots,z_n)$，有误，加以更正。——译者注

中人的总和毛利润为垄断毛利润的1/4。如果 k 大于0,但小于 $(n-1)/2$,则我们称之为部分卡特尔均衡点。这里,局中人的行为导致卡特尔谈判子博弈,其解要求产生一种本质卡特尔协定,由于它没有包含未参与者在内,所以它是部分协定。在 $k \geqslant (n-1)/2$时,我们称之为无限制古诺均衡点。这里,每个局中人得到支付 $1/(n+1)^2$,这也是无配额限制模型的古诺解。

正如我们将看到的,对于小的 n 而言($n \leqslant 4$),有联合利润均衡点,但对于 $n > 4$ 则不行。这就是为什么4个是少,而5个则不是。只需 $n \geqslant 4$,则有部分卡特尔均衡。未参与者的数目必须为$(n-3)/2$或$(n-2)/2$。这意味着对于任意 $n \geqslant 4$,仅存在一个可能的未参与者数目 k。总共存在$\binom{n}{k}$个部分卡特尔均衡点,其中 k 为惟一确定的未参与者数目。所有这些均衡点可以通过博弈的对称相互映射。

定理15:

令 $z=(z_1,\cdots,z_n)$为参与决策组件 $\bar{\Gamma}$ 的纯策略组合,则当且仅当与 z 相关的 n 和未参与者数目 k 满足以下条件中的一种:

$$k=0 \text{ 且 } n \leqslant 4 \tag{5.101}$$

$$0<\frac{n-3}{2} \leqslant k \leqslant \frac{n-2}{2} \tag{5.102}$$

$$k \geqslant \frac{n+1}{2} \tag{5.103}$$

z 是 $\bar{\Gamma}$ 的一种均衡点。

证明:

在证明的第一部分我们表明,在这3种情形中, z 是一种均衡点。对于任意局中人 i,令 m_i 为 $N-\{i\}$ 中未参与者的数目。由引理14可知,当局中人 i 是一个参与者时,如果我们有

$D(n, m_i) \leqslant 0$，则他没有理由偏离。

如果式(5.101)成立，则对 $i=1,\cdots,n$，$m_i=0$ 成立。式(5.90)导出 $D(1,0)=0$，不等式(5.89)导出 $D(2,0)<0$ 和 $D(3,0)<0$。最后，式(5.87)说明了 $n=4$ 的情形。

现在假设式(5.102)满足。如果 i 是一个参与者，则我们有 $m_i=k$，不等式(5.89)说明参与者没有理由偏离。如果 i 是一个未参与者，则 $m_i=k-1$，根据式(5.102)，我们必然有 $n \geqslant 4$。对于 $n=4$，条件式(5.102)导出 $m_i=0$，式(5.87)说明局中人 i 没有理由偏离。对于 $n \geqslant 5$，根据式(5.88)和式(5.102)可以获得同样的结论。

在式(5.103)的情形，我们有 $m_i \geqslant (n-1)/2$ 对于 $i=1,\cdots,n$成立。根据式(5.90)，意味着没有人有理由偏离。

为了证明除了式(5.101)、式(5.102)和式(5.103)所描述的之外，Γ 没有其他纯策略均衡点，我们观察到，k 如果不满足这3种条件，则 k 必然满足以下两种条件之一：

$$k<\frac{n-3}{2} \text{ 且 } n \geqslant 5 \tag{5.104}$$

$$\frac{n-1}{2} \leqslant k \leqslant \frac{n}{2} \tag{5.105}$$

考察式(5.104)情形，并假设局中人 i 是一个参与者。我们有 $m_i=k$ 且式(5.88)显示局中人 i 有理由偏离。现在考察式(5.105)情形，并假设局中人 i 是一个未参与者，我们有 $m_i=k-1$且(5.89)说明局中人 i 有理由偏离。

备注：

要注意，一般来说式(5.103)使得我们能够找到多个无限制古诺均衡点。所有这些均衡点是相当弱的，这是指正如我们能从引理17中所看到的，任何局中人偏离时并不会损失什么。对

于$n=2$和$n=3$,联合利润最大化均衡点是强均衡点,这是指,局中人偏离会减少自己的支付。这对$n=1$和$n=4$不成立,对于$n\geqslant5$,部分卡特尔均衡点在同样的意义上是强均衡点。这里,$n=4$是一种例外。对于$n\geqslant5$,部分卡特尔有强均衡点归因于式(5.88)和式(5.89);不等式(5.88)不包含$n=4$的情况。

5.4.8 参与决策组件的混合策略均衡点

我们并不试图对$\bar{\Gamma}$的混合策略均衡点作出全面考察,但必须考察它们的某些性质,以便导出$\bar{\Gamma}$的解。

参与决策组件$\bar{\Gamma}$的混合策略组合可由概率向量表示:

$$\boldsymbol{w}=(w_1,\cdots,w_n) \tag{5.106}$$

其中

$$0\leqslant w_i\leqslant1 \quad (i=1,\cdots,n) \tag{5.107}$$

w_i是局中人i选择$z_i=1$的概率。以下将总是使用这种方法表示混合策略和混合策略组合。$\bar{\boldsymbol{H}}(w)=(\bar{H}_1(w),\cdots,\bar{H}_n(w))$为与$\boldsymbol{w}$相联系的支付向量。

引理18:

令$\boldsymbol{w}=(w_1,\cdots,w_n)$为$\bar{\Gamma}$的混合策略均衡点,对于某局中人$j$,有:

$$\bar{H}_j(w)>\frac{1}{(n+1)^2} \tag{5.108}$$

则$w_j>w_{j'}$[①]意味着

$$\bar{H}_j(w)<\bar{H}_{j'}(w) \tag{5.109}$$

证明:

① 原文为$w_j>w'_j$,与上下文不符。——译者注

令 A_j 为局中人 j 在他选择 $z_j=0$，而所有其他局中人 i 使用他们在 w 中的混合策略 w_i 时的支付。类似地，令 B_j 为局中人 j 在他使用 $z_j=1$，而其他人使用 w_i 时的支付。对局中人 j' 以同样方式定义 $A_{j'}$ 和 $B_{j'}$。令 W_m 为 $N-\{j\}-\{j'\}$ 中的局中人采用他们的策略 w_i，而正好 m 个局中人为未参与者的概率。我们有：

$$A_j = w_{j'}\sum_{m=0}^{n-2} W_m A(n,m) + (1-w_{j'})\sum_{m=0}^{n-2} W_m A(n,m+1) \tag{5.110}$$

$$A_j = \sum_{m=0}^{n-2} W_m[A(n,m+1)+w_{j'}(A(n,m)-A(n,m+1))] \tag{5.111}$$

对 B_j，$A_{j'}$ 和 $B_{j'}$ 有类似的结果：

$$B_j = \sum_{m=0}^{n-2} W_m[B(n,m+1)+w_{j'}(B(n,m)-B(n,m+1))] \tag{5.112}$$

$$A_{j'} = \sum_{m=0}^{n-2} W_m[A(n,m+1)+w_j(A(n,m)-A(n,m+1))] \tag{5.113}$$

$$B_{j'} = \sum_{m=0}^{n-2} W_m[B(n,m+1)+w_j(B(n,m)-B(n,m+1))] \tag{5.114}$$

由于 w 是一个均衡点，所以下式必然成立：

$$\overline{H}_j(w) = \max[A_j, B_j] \tag{5.115}$$

$$\overline{H}_{j'}(w) = \max[A_{j'}, B_{j'}] \tag{5.116}$$

我们区分两种情形(两种情形之间有重合)：

$$\overline{H}_j(w) = A_j \tag{5.117}$$

和

$$\overline{H}_j(w) = B_j \tag{5.118}$$

我们可以看到，在式(5.117)的情形中必然存在至少一个使 $W_m>0$ 的 m，使得 $A(n,m)-A(n,m+1)$ 为负；在式(5.118)的情形中必然存在至少一个使 $W_m>0$ 的 m，使得 $B(n,m)-B(n,m+1)$ 为负。考察式(5.117)的情形，令 m' 是满足

$W_{m'}>0$的最小的数。假设 $m=m'$时，$A(n,m)-A(n,m+1)$之差为零，则由式(5.94)和式(5.95)可知，对所有 $m\geqslant m'$，此差亦为零。进而由于 $A(n,m)=1/(n+1)^2$，由式(5.111)导出 $A_j=1/(n+1)^2$。但根据式(5.108)可知这不成立，所以对于 $m=m'$，$A(n,m)-A(n,m+1)$之差为负。同样可以证明在式(5.118)的情形中，$B(n,m)-B(n,m+1)$之差对于 $m=m'$必然是负的。

根据这一结果，式(5.111)与式(5.113)的比较说明，由于 $w_j>w_{j'}$，所以对于 $A_j\geqslant B_j$ 下式成立：

$$\overline{H}_j(w)=A_j<A_{j'}\leqslant\overline{H}_{j'}(w) \qquad (5.119)$$

类似地，式(5.112)和式(5.114)可导出，当 $B_j\geqslant A_j$ 时：

$$\overline{H}_j(w)=B_j<B_{j'}\leqslant\overline{H}_{j'}(w) \qquad (5.120)$$

引理 19：

令 $z=(z_1,\cdots,z_n)$为参与决策组件 $\overline{\Gamma}$ 的纯策略均衡点，其中未参与者数目 k 满足 $0<k<n$(即 z 是部分卡特尔均衡点)。因此，对于 $z_j=1$ 和 $z_j'=0$ 我们有：

$$\overline{H}_{j'}(z)>\overline{H}_j(z)>\frac{1}{(n+1)^2} \qquad (5.121)$$

证明：

k 满足式(5.102)，因此式(5.96)说明 $B(n,k-1)$大于 $1/(n+1)^2$，支付 $\overline{H}_j(z)$等于 $B(n,k-1)$，将式(5.120)应用于 z 的特殊情况，有式(5.121)成立。

引理 20：

令 $\overline{S}$ 为参与决策组件 $\overline{\Gamma}$ 的对称保持均衡集，其中

$$\overline{H}_i(\overline{S})>\frac{1}{(n+1)^2} \quad (i=1,\cdots,n) \qquad (5.122)$$

令 $w=(w_1,\cdots,w_n)$为 $\overline{S}$ 中的均衡点，则有：

$$w_i = w_1 \quad (i = 1, \cdots, n) \qquad (5.123)$$

证明：

$\bar{\Gamma}$是完全对称的，因此$\bar{S}$中所有局中人i的支付都相同。如果式(5.123)不成立，则根据式(5.122)，引理18适用于w，这会导致两个局中人的支付在w处不等。

5.4.9 参与决策组件的解

借助于5.4.8的结论，现在可以找到$\bar{\Gamma}$的解。首先一个定理将表明，对于$n>1$，博弈$\bar{\Gamma}$正好有一个具备式(5.122)和式(5.123)性质的均衡点，这一均衡点是$\bar{\Gamma}$的突出均衡集中的惟一元素。

定理16：

对于$n>1$，参与决策组件$\bar{\Gamma}$正好有一个具备式(5.122)和式(5.123)性质的均衡点$w=(w_1, w_2, \cdots, w_n)$，进而下式对这一均衡点成立：

$$w_1 = 1 \quad (1 < n < 4) \qquad (5.124)$$

$$0 < w_1 < 1 \quad (n > 4) \qquad (5.125)$$

证明：

式(5.122)排除了$w_1=0$的可能性，原因是$w_1=0$会导致所有局中人获得的支付均为$1/(n+1)^2$。因此我们可以肯定$w_1>0$。纯策略$z_i=0$是局中人i对w的最优反应，当且仅当以下表达式D非负：

$$D = \sum_{m=0}^{n-1}\binom{n-1}{m} w_1^{n-m}(1-w_1)^m D(n,m) \qquad (5.126)$$

由$D(n,m)$的定义可知，D为局中人i取$z_i=0$时的支付减局中人i取$z_i=1$时的支付，其中，其他局中人均使用他们在w中的策略w_i。当且仅当D非正，纯策略$z_i=1$是对w的最优反

应。令 $\overline{m}$ 为满足以下条件的数值：

$$\frac{n-3}{2} \leqslant \overline{m} \leqslant \frac{n-2}{2} \tag{5.127}$$

显然，对任意 n 只存在一个这样的 $\overline{m}$。引理 15 表明，对于 $m > \overline{m}$，$D(n, m)$为零。因此我们有：

$$D = \sum_{m=0}^{\overline{m}} \binom{n-1}{m} w_1^{n-m}(1-w_1)^m D(n, m) \tag{5.128}$$

对于 $n = 2$ 和 $n = 3$，我们有 $\overline{m} = 0$。不等式(5.89)说明 $D(2,0)$和 $D(3,0)$为负，因此在这两种情况中，对于 $0 < w_1 < 1$ 的任意 w_1，D 是负的。对于 $n = 4$ 而言，$\overline{m}$ 取值为 1，同样的结论成立。这里我们由式(5.87)有 $D(4,0) = 0$，由式(5.89)有 $D(4,1) < 0$。对于任意满足 $0 < w_1 < 1$ 的均衡点 w，表达式 D 必为零，因为 $z_i = 0$ 和 $z_i = 1$ 均是对 w 的最优反应。由于在 $n = 2$，$n = 3$和$n = 4$情形中，D 对 $0 < w_1 < 1$ 的任意 w_1 均为负的，说明在这些情形中，具有 $w_1 = 1$ 的联合利润最大化均衡点是具有式(5.123)和式(5.124)性质的惟一均衡点。

以下我们将假设 $n > 4$。定理 15 说明，$n > 4$ 时不存在联合利润最大化均衡点，因此我们必然有 $0 < w_1 < 1$。定义：

$$h = \frac{w_1}{1 - w_1} \tag{5.129}$$

如将 D 除以 $w_1^{n-\overline{m}}(1-w_1)^{\overline{m}}$，则可得：

$$D' = \sum_{m=0}^{\overline{m}} \binom{n-1}{m} h^{\overline{m}-m} D(n, m)^{①} \tag{5.130}$$

显然，对于 $0 < w_1 < 1$，表达式 D'为零，当且仅当 D 为零。条件

---

① 原文此处为 $D' = \sum_{m=0}^{\overline{m}} \binom{n-1}{m} h^{\overline{m}-m} D(n, m) = 0$，有误，根据上下文改正。——译者注

$D=0$ 不仅是满足式(5.122)、式(5.123)和式(5.125)的策略组合 w 为均衡点的必要条件，也是充分条件。这说明为了找到这些均衡点，我们需要寻找以下方程的解：

$$\sum_{m=0}^{\overline{m}} \binom{n-1}{m} h^{\overline{m}-m} D(n,m) = 0 \tag{5.131}$$

现只需要证明对于 $n>4$，式(5.131)正好具有一个正数解 h 即可。由此 h 解可以确定 w_1 的惟一解：

$$w_1 = \frac{h}{1+h} \tag{5.132}$$

由式(5.88)、式(5.89)和式(5.127)可知，以下各式成立：

$$D(n,m) = 0 \quad (m < \overline{m} \text{ 且 } n > 4) \tag{5.133}$$

$$D(n,\overline{m}) < 0 \quad (n > 4) \tag{5.134}$$

为了利用这一事实，我们将式(5.131)重写为：

$$\sum_{m=0}^{\overline{m}-1} \binom{n-1}{m} h^{\overline{m}-m} D(n,m) = -\binom{n-1}{\overline{m}} D(n,\overline{m}) \tag{5.135}$$

对于 $n>4$，式(5.135)的左边为 h 的增函数，在 h 趋向无穷时趋于无穷。式(5.135)的右边为一个正的常数。这意味着式(5.135)正好具有一个正数解 h。此定理的证明说明以下推论成立。

推论：

对于 $n>4$，$\overline{\Gamma}$ 中具有式(5.122)和式(5.123)性质的惟一确定均衡点 $w=(w_1,\cdots,w_n)$ 中的概率 w_1，可以由式(5.132)计算而得，其中 h 为式(5.135)的惟一正数解，$\overline{m}$ 为满足式(5.127)的整数。

定理17：

参与决策组件 $\overline{\Gamma}$ 为一种突出同时博弈。对于 $n>1$，$\overline{\Gamma}$ 的突出均衡集 $\overline{S}$ 正好包含一个均衡点。对于 $n=1,\cdots,4$，突出均衡

集 $\overline{S}$ 包含联合利润最大化均衡点，在此均衡点，每个局中人均选择参与。对于 $n \geq 5$，均衡点 $s \in \overline{S}$ 是一种混合策略均衡点，其中每个局中人以同样概率 $w_1 (0 < w_1 < 1)$ 选择参与。这一概率可以通过式(5.132)进行计算，其中 h 为式(5.135)的惟一解。

证明：

显然，在 $n = 1$ 的情形中，联合利润最大化均衡点在 $\overline{S}$ 之中，除此之外，定理的其他部分是引理 20、定理 16 及其推论的直接推论。

5.4.10 模型的解

在 5.2 节中，我们已经看到，完美均衡集完全由博弈组件上生成的均衡集确定。在前些节中已构造了 Γ 的 L 组件，并确定了它们的解(定理 11，12，13 和 17)。由于所有 L 组件为突出同时博弈，所以博弈 Γ 在突出解函数的区域之中。Γ 的解可以描述如下：

定理 18：

Γ 的突出解是 Γ 的所有具有以下性质的策略组合 s 的集合 S：s 在供给决策子博弈 Γ_Y、剪枝卡特尔谈判子博弈 $\overline{\Gamma}_Z$ 和参与决策组件 $\overline{\Gamma}$ 上生成的策略组合在这些博弈的突出均衡集之中。

证明：

显然，S 是一种组件产生集，S 满足定理 3 中的条件①和②，因此 S 是一种完美均衡集。根据突出解函数的子博弈一致性和剪枝一致性，显然 S 是 Γ 的解。

5.4.11 作为局中人数目的函数的参与概率

对于 $n > 1$，解指示了惟一确定的选择 $z_i = 1$ 的概率。我们称这一概率 w_1 为参与概率。根据定理 16，对于 $n = 2, 3, 4$，参

与概率等于 1。

对于 $n>4$，参与概率 w_1 可以按照定理 16 的推论中所述的方法计算。以下参与概率将记为 $w_1(n)$，以表明它对局中人数目的依赖。类似地，符号 $h(n)$ 用来表示式(5.135)惟一确定的正数解。5.5.1 中的表 5.2 显示了 $n=2,\cdots,15$ 时的 $w_1(n)$ 值。从该表中可以看到，$w_1(n)$ 并非单调递减的。不过，在该表的范围内，$w_1(n)$ 趋向于减少，因为尽管对于 $n>5$ 的奇数 n，$w_1(n)$ 大于 $w_1(n-1)$，但对于 $n=4,\cdots,13$，$w_1(n+2)-w_1(n)$ 之差总是负的。以下我们将证明 $w_1(n)$ 总是低于一个特定的上限，这一上限在 n 趋于无穷时趋于 0。

定理 19：

对于 $n=5,6,\cdots$ 令 $h(n)$ 为方程式(5.135)的惟一正根，并令 $w_1(n)$ 为通过式(5.132)由 $h=h(n)$ 计算的参与概率 w_1。定义：

$$b(n)=-\frac{(n-\overline{m})D(n,\overline{m})}{\overline{m}D(n,\overline{m}-1)} \quad (n=5,6,7\cdots) \tag{5.136}$$

其中，$\overline{m}$ 为由式(5.127)确定的整数。我们有：

$$b(n)=\begin{cases}\dfrac{(n+5)(n-1)}{(n-4)(n+1)^2} & n=5,7,9,\cdots\\[2ex] \dfrac{(n+4)n}{2(n-4)(n+1)^2} & n=6,8,10,\cdots\end{cases} \tag{5.137}$$

对于任意 $n=5,6,7,\cdots$ 以下不等式成立：

$$h(n)\leqslant b(n) \tag{5.138}$$

$$w_1(n)\leqslant\frac{b(n)}{1+b(n)} \tag{5.139}$$

$$b(n+2)<b(n) \tag{5.140}$$

进而我们有：

$$\lim_{n\to\infty} w_1(n) = \lim_{n\to\infty} h(n) = \lim_{n\to\infty} b(n) = 0 \quad (5.141)$$

证明：

对于 $n=5,6,\cdots h(n)$满足不等式：

$$\binom{n-1}{m-1}D(n,\overline{m}-1)h(n) \leqslant -\binom{n-1}{m}D(n,\overline{m}) \quad (5.142)$$

这是式(5.133)和式(5.135)的推论。不等式式(5.142)和式(5.136)一起，表明式(5.138)对 $n=5,6,\cdots$成立。为了证明式(5.137)，我们利用式(5.86)计算式(5.136)的右式：

$$(n-\overline{m})D(n,\overline{m}) = \frac{n-\overline{m}}{(n+1)^2} - \frac{1}{4(\overline{m}+1)} \quad (5.143)$$

$$\overline{m}D(n,\overline{m}-1) = \frac{\overline{m}}{4(\overline{m}+1)^2} - \frac{1}{4(n-\overline{m}+1)} \quad (5.144)$$

对于 $n=5,7,9,\cdots$整数 $\overline{m}$ 等于$(n-1)/2$，此时式(5.143)和式(5.144)导出：

$$(n-\overline{m})D(n,\overline{m}) = \frac{n+3}{2(n+1)^2} - \frac{1}{2(n-1)}① \quad (5.145)$$

$$\overline{m}D(n,\overline{m}-1) = \frac{n-3}{2(n-1)^2} - \frac{1}{2(n+5)} \quad (5.146)$$

$$(n-\overline{m})D(n,\overline{m}) = \frac{4}{2(n+1)^2(n-1)} \quad (5.147)$$

$$\overline{m}D(n,\overline{m}-1) = \frac{4n-16}{2(n-1)^2(n+5)} \quad (5.148)$$

$$b(n) = \frac{(n+5)(n-1)}{(n-4)(n+1)^2} \quad (n=5,7,\cdots) \quad (5.149)$$

现在假设 $n=6,8,10,\cdots$此时 $\overline{m}$ 等于$(n-2)/2$，而由式

① 原文为$\frac{1}{2(n+1)}$，有误。——译者注

(5.143)和式(5.144)可以计算如下：

$$(n-\overline{m})D(n,\overline{m})=\frac{n+2}{2(n+1)^2}-\frac{1}{2n} \qquad (5.150)$$

$$\overline{m}D(n,\overline{m}-1)=\frac{n-2}{2n^2}-\frac{1}{2(n+4)} \qquad (5.151)$$

$$(n-\overline{m})D(n,\overline{m})=-\frac{1}{2n(n+1)^2} \qquad (5.152)$$

$$\overline{m}D(n,\overline{m}-1)=\frac{2n-8}{2n^2(n+4)} \qquad (5.153)$$

$$b(n)=\frac{(n+4)n}{2(n-4)(n+1)^2} \quad (n=6,8,\cdots) \qquad (5.154)$$

由于 $h/(1+h)$是 h 的单调递减函数，显然式(5.139)是式(5.138)的推论。由于对 $n=5,7,\cdots$和 $n=6,8,\cdots$而言，$b(n)$式的分子是 n 的二次式，而分母是 n 的三次式，所以式(5.141)成立。为证明式(5.140)，我们查看式(5.137)右式对数的导数，由此可知，只要下式成立，则式(5.140)对 $n=5,7,\cdots$成立：

$$\frac{1}{n+5}+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n-4}-\frac{2}{n+1}<0 \qquad (5.155)$$

由于 $n-4$ 小于 $n-1$，$n+1$ 小于 $n+5$，所以式(5.155)的左式为负。类似地，对于 $n=6,8,\cdots$式(5.140)成立由下式导出：

$$\frac{1}{n+4}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n-4}-\frac{2}{n+1}<0 \qquad (5.156)$$

5.4.12 卡特尔概率

在假设模型的解正确地描述了垄断竞争者的行为的基础上，存在一个有趣的问题，即垄断竞争者有多大可能使用卡特尔谈判阶段的合作可能，以进行有意义的协作。作为对此并不太

精确的问题的一种回答，我们将定义一种“卡特尔概率”。

正如我们从5.4.4中所知道的，在卡特尔谈判阶段，模型解中均衡点所指示的行为特征决定性地取决于未参与者的数目k。对于$k\geqslant(n-1)/2$，解中的一种均衡点会导致卡特尔协定，但是这些卡特尔协定是非本质的。卡特尔谈判子博弈中的均衡支付与无卡特尔的情形一样。

与之相反，对于$k<(n-1)/2$，卡特尔谈判阶段中的合作可能在解中的均衡点处被利用。参与者获得比没有卡特尔协定时更大的毛利润。进而，由于他们的总和毛利润等于式(5.48)的上限，可以说他们最好地把握了形成卡特尔的机会。

根据以上所述，引入以下讨论方式比较便利。我们说Γ中的均衡点s在卡特尔谈判子博弈Γ_Z中达成了卡特尔安排，是指s在Γ_Z上生成的均衡点s_Z具有性质：对于每个参与者，s_Z处的均衡支付大于$1/(1+n)^2$，后者是无限制古诺均衡中的支付。如果s在Γ_Z中达成了卡特尔安排，则对于该卡特尔安排而言，Z中的局中人被称为内部人，$N-Z$中的局中人被称为外部人。

显然，对于解中任意均衡点s，Γ_Z中s达成了一种卡特尔安排，当且仅当未参与者的数目k小于$(n-1)/2$。如果解中均衡点s被采用，则k小于$(n-1)/2$的概率对于解中的所有均衡点是相同的。这显然对$n=1$成立，因为其中不会出现$k<(n-1)/2$的情况；对于$n=2,3,\cdots L(\Gamma)$中任意均衡点对参与决策阶段指示了同样的行为，即以概率$w_1(n)$选择$z_i=1$；k小于$(n-1)/2$的概率由$w_1(n)$惟一确定。这启发我们引入以下定义：卡特尔概率是$L(\Gamma)$中均衡点被采用时，达成一种卡特尔安排的概率。符号$W(n)$将用来表示这一卡特尔概率。

正如我们以上所见，$W(n)$是k小于$(n-1)/2$的概率。显然我们有：

$$W(1) = 0 \tag{5.157}$$

$$W(n) = 1 \quad (n = 2,3,4) \tag{5.158}$$

对于 $n=5,6,\cdots$卡特尔概率可以计算如下:

$$W(n) = \sum_{k=0}^{\overline{m}} W(n,k) \tag{5.159}$$

其中,$\overline{m}$ 为满足式(5.127)的惟一确定的整数,且

$$W(n,k) = \binom{n}{k}[1 - w_1(n)]^k[w_1(n)^{n-k}] \tag{5.160}$$

为如果局中人以概率 $w_1(n)$选择参与,则正好有 k 个非参与者的概率。

5.4.13 作为局中人数目的函数的卡特尔概率

5.5.1 中的表 5.2 显示了 $n=2,\cdots,9$ 时 $W(n)$的值。从该表中明显可看到,$W(n)$并非为 n 的单调递减函数。以下将证明关于 $W(n)$的一种较弱的论断,即 $W(n)$低于某特定上限,该上限在 n 趋于无穷时趋于 0。借助于这种上限可以看到,$W(n)$在表的范围之外是很小的。为了导出这些结论,需要得到 $D(n,m)$的进一步性质。

引理 21:

$D(n,m)$具有以下性质:

$$D(n,m+1) < D(n,m) \tag{5.161}$$

对 $n=6,7,\cdots$且 $m=0,\cdots,\overline{m}-2$ 成立,其中 $\overline{m}$ 是由式(5.127)惟一确定的整数。

证明:

根据式(5.86),对于 $m=0,\cdots,\overline{m}-1$,我们有:

$$D(n,m) = \frac{1}{4(m+2)^2} - \frac{1}{4(n-m)(m+1)} \tag{5.162}$$

为了证明引理,只需要下式成立:

$$\frac{\partial D(n,m)}{\partial m}<0 \quad (0\leqslant m\leqslant \overline{m}-1) \qquad (5.163)$$

由式(5.162)导出：

$$\frac{\partial D(n,m)}{\partial m}=-\frac{1}{2(m+2)^3}+\frac{n-2m-1}{4(n-m)^2(m+1)^2} \qquad (5.164)$$

为了找到式(5.164)右式的一种上限，我们利用以下事实：$m+2$不大于$2(m+1)$，而$n-2m-1$小于$n-m$：

$$\frac{\partial D(n,m)}{\partial m}\leqslant-\frac{1}{2(m+2)^3}+\frac{1}{2(n-m)(m+1)(m+2)} \qquad (5.165)$$

根据式(5.162)，这等价于：

$$\frac{\partial D(n,m)}{\partial m}\leqslant-\frac{2}{m+2}D(n,m) \qquad (5.166)$$

式(5.88)说明 $D(n,m)$对 $m=1,\cdots,m-1$ 为正。

引理 22：

对于 $n=5,6,\cdots$卡特尔概率 $W(n)$具有以下性质：

$$W(n)\leqslant\left[1+\frac{\overline{m}b(n)}{n-\overline{m}+1}\right]W(n,\overline{m}) \qquad (5.167)$$

其中，$\overline{m}$ 为满足式(5.127)的整数，而 $W(n,k)$由式(5.160)定义。

证明：

正如我们在定理 19 的证明中已经看到的，式(5.128)中的表达式 D 对于 $n=5,6,\cdots$等于 0，因为此时 $w_1(n)$为正且小于 1，由此可得出 $z_i=0$ 和 $z_i=1$ 均为 $\overline{\Gamma}$ 中对 w 的最优反应。如果利用

$$\binom{n-1}{m} = \binom{n}{m}\frac{n-m+1}{n}\text{①} \tag{5.168}$$

则 $D=0$ 可以写为：

$$\sum_{m=0}^{\overline{m}} W(n,m)\frac{n-m+1}{n}D(n,m) = 0 \tag{5.169}$$

由(5.161)式和(5.88)式可得，对于 $m=1,\cdots,\overline{m}-1$，我们有：

$$D(n,m) \geqslant D(n,\overline{m}-1) > 0 \tag{5.170}$$

定义：

$$W' = W(n) - W(n,\overline{m}) \tag{5.171}$$

根据(5.170)式，(5.169)式蕴含以下不等式：

$$W'\frac{n-\overline{m}-1}{n}D(n,\overline{m}-1) \leqslant -W(n,\overline{m})\frac{n-\overline{m}}{n}D(n,\overline{m}) \tag{5.172}$$

利用(5.136)式，可以看到这等价于：

$$W' \leqslant \frac{\overline{m}}{n-\overline{m}+1}b(n)W(n,\overline{m}) \tag{5.173}$$

(5.167)式是(5.173)式和(5.171)式的直接推论。

引理23：

对于 $n=5,6,\cdots$，概率 $W(n,\overline{m})$ 具有以下性质：

$$W(n,\overline{m}) \leqslant \binom{n}{m}\frac{[b(n)]^{n-\overline{m}}}{[1+b(n)]^{n}} \tag{5.174}$$

其中 $\overline{m}$ 为满足(5.127)式的整数。

证明：

为简明起见，我们有时会分别将 $w_1(n)$ 和 $b(n)$ 写为 w_1 和 b。显然我们有：

---

① 此式有误，应为 $\binom{n-1}{m} = \binom{n}{m}\frac{n-m}{n}$。这将使得以下结果均存在问题，最后计算出的概率值也会有所不同，但定性结果不变，故仍保持原貌。——译者注

$$\frac{n^{n-\overline{m}}}{(1+b)^n}=\left(\frac{b}{1+b}\right)^{n-\overline{m}}\left(1-\frac{b}{1+b}\right)^{\overline{m}} \quad (5.175)$$

因此只需要说明下式成立：

$$w_1^{n-\overline{m}}(1-w_1)^{\overline{m}}<\frac{b^{n-\overline{m}}}{(1+b)^n}\left(1-\frac{b}{1+b}\right)^{\overline{m}} \quad (5.176)$$

为了证明这一点，我们可证明导数

$$\frac{\partial w_1^{n-\overline{m}}(1-w_1)^{\overline{m}}}{\partial w_1}=(n-\overline{m}-nw_1)w_1^{n-\overline{m}-1}(1-w_1)^{\overline{m}-1} \quad (5.177)$$

在区间 $0\leqslant w_1\leqslant b/(1+b)$ 中是非负的，这在下式成立时为真：

$$\frac{b(n)}{1+b(n)}\leqslant\frac{n-\overline{m}}{n} \quad (5.178)$$

条件式(5.178)等价于：

$$b(n)\leqslant\frac{n-\overline{m}}{\overline{m}} \quad (5.179)$$

利用式(5.137)，我们可以计算出：

$$b(5)=1.111 \quad (5.180)$$

$$b(6)=0.306 \quad (5.181)$$

$$b(7)=0.375 \quad (5.182)$$

式(5.180)说明式(5.179)对 $n=5$ 成立。由于 $(n-\overline{m})/\overline{m}$[①]总大于 1，而 $b(6)$ 和 $b(7)$ 均小于 1，利用式(5.140)可知，式(5.179)对 $n=5,6,7,\cdots$ 成立。

定理 20：

对于 $n=5,6,\cdots$ 定义：

① 原文为 $(n-\overline{m})/n$，有误。——译者注

$$V(n)=\left[1+\frac{\overline{m}b(n)}{n-\overline{m}+1}\right]\left(\frac{n}{\overline{m}}\right)\frac{[b(n)]^{n-\overline{m}}}{[1+b(n)]^{n}} \quad (5.183)$$

其中，$\overline{m}$ 为由式(5.127)确定的整数，$b(n)$由式(5.137)定义。卡特尔概率 $W(n)$满足以下不等式：

$$W(n)\leqslant V(n) \quad (n=5,6,\cdots) \quad (5.184)$$

进而我们有：

$$V(n+2)\leqslant V(n) \quad (n=5,6,\cdots) \quad (5.185)$$

和

$$\lim_{n\to\infty}W(n)=\lim_{n\to\infty}V(n)=0 \quad (5.186)$$

证明：

由引理22和引理23可得式(5.184)。由于$h/(1+h)$是h的单调递增函数，由式(5.140)可知，对于$n=5,6,\cdots$我们有：

$$\frac{b(n+2)}{1+b(n+2)}<\frac{b(n)}{1+b(n)} \quad (5.187)$$

与引理24的证明中证明式(5.176)的方法相同，可以看到式(5.177)蕴含着和式(5.177)相似的一种不等式，其中w_1对应于$b(n+2)/[1+b(n+2)]$，而b对应于$b(n)$。利用关系式(5.175)，这一不等式可以写为：

$$\frac{[b(n+2)]^{n-\overline{m}}}{[1+b(n+2)]^{\overline{m}}}<\frac{[b(n)]^{n-\overline{m}}}{[1+b(n)]^{\overline{m}}} \quad (5.188)$$

这一不等式可被用来证明式(5.184)。为此，我们也需要利用以下等式，它是式(5.137)的推论：

$$\frac{\overline{m}b(n)}{n-\overline{m}+1}=\begin{cases}\dfrac{(n+3)(n-1)}{(n-4)(n+1)^2} & \text{对 } n=5,7,\cdots\\[2ex] \dfrac{(n+2)n}{2(n-4)(n+1)^2} & \text{对 } n=6,8,\cdots\end{cases} \quad (5.189)$$

很容易看到，式(5.189)右边的表达式的对数对n的导数

是负的，因此式(5.183)中第一个因子在 n 增加 2 时是减少的。这和式(5.188)一起说明下式成立：

$$V(n+2)\leqslant\frac{\binom{n+2}{\overline{m}+1}}{\binom{n}{\overline{m}}}\frac{b(n+2)}{[1+b(n+2)]^2}V(n) \quad (5.190)$$

这里，重要的是要注意 n 增加 2 时，$\overline{m}$ 总是增加 1。不等式(5.190)等价于：

$$V(n+2)\leqslant\frac{(n+2)(n+1)}{(\overline{m}+1)(n-\overline{m}+1)}\cdot\frac{b(n+2)}{[1+b(n+2)]^2}V(n)$$

(5.191)

由于 $\overline{m}+1$ 不小于 $(n-1)/2$，$(n-\overline{m}+1)$ 不小于 $(n+4)/2$，我们有：

$$\frac{(n+2)(n+1)}{(\overline{m}+1)(n-\overline{m}+1)}\leqslant 4\,\frac{(n+1)(n+2)}{(n-1)(n+4)} \quad (5.192)$$

式(5.192)等价于：

$$\frac{(n+2)(n+1)}{(\overline{m}+1)(n-\overline{m}+1)}\leqslant 4+\frac{24}{(n-1)(n+4)}\text{①} \quad (5.193)$$

显然，式(5.193)右边的表达式是 n 的单调递减函数，对于 $n=5$，这一表达式取值为 4.666 67。

这说明对于 $n=5,6,\cdots$ 下式成立：

$$\frac{(n+2)(n+1)}{(\overline{m}+1)(n-\overline{m}+1)}\leqslant 4.666\,67 \quad (5.194)$$

由于导数

---

① 原文分子为 28，有误，引起以下推导中数值也有问题，相应进行了修正，不再说明。——译者注

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}b}\left[\frac{b}{(1+b)^2}\right]=\frac{1-b^2}{(1+b)^4} \tag{5.195}$$

在区间 $0<b<1$ 上是正的，我们可以由

$$\frac{b(7)}{[1+b(7)]^2}=0.198\,35 \tag{5.196}$$

和

$$\frac{b(8)}{[1+b(8)]^2}=0.112\,38 \tag{5.197}$$

得到。根据式(5.140)，我们有：

$$\frac{b(n+2)}{[1+b(n+2)]^2}\leqslant 0.198\,35 \tag{5.198}$$

对于 $n=5,6,\cdots$ 成立。这和式(5.194)与式(5.197)一起得到：

$$V(n+2)\leqslant 0.925\,63V(n) \quad (n=5,6,\cdots) \tag{5.199}$$

式(5.186)是式(5.199)的直接推论。

备注：

5.5.1 中的表 5.2 包含了陈述：对 $n=10,11,\cdots$ 卡特尔概率 $W(n)$ 小于 0.000 1。对于 $n=10,\cdots,15$，由 $w_1(n)$ 计算 $W(n)$，说明这是正确的。$V(15)$ 和 $V(16)$ 均小于 0.000 000 1。因此由式(5.184)和式(5.185)可知，对于 $n=15,16,\cdots$ 卡特尔概率低于0.000 000 1。

5.5 结果的解释

本节的目的是讨论 5.4 节中所获结果的直观意义，并对该结果推广到更复杂的模型的可能性得出一些启发性的结论。给出模型解的非规范描述，主要是为了那些对技术细节不感兴趣的读者。

5.5.1 模型解

从技术上来说，模型解是均衡点的一种集合。解中的均衡点之间的差异主要是在卡特尔谈判阶段产生的，不过这些差异并不重要，因为无论是在博弈整体中，还是在任意子博弈中，解中所有均衡点均产生同样的均衡支付。

为了在讨论解中行为时更为容易一些，在5.4.12中引入了卡特尔协定和卡特尔组织之间的区别。由于卡特尔的形成是无成本的，模型解并没有排除经济上无效率的卡特尔协定被达成的情况，其中形成卡特尔并不能获得收益。例如，可能会发生这种情况，参与者同意限制他们的产量，但配额非常高，以致于实际上对他们没有形成限制。在这种情况中，我们说卡特尔协定没有构成一种卡特尔安排。我们所说的卡特尔安排，是指参与者成功地利用形成卡特尔的机会，以获得比未形成卡特尔时他们能获得的更高利润。

让我们首先来看 $n=1$ 的情况，它具有特殊性，解允许在参与决策阶段采取任意行动。这是因为，这里参与决策阶段实际上在策略上并无干系。作为卡特尔谈判阶段的参与者，垄断者不会确定低于垄断供给1/2的配额，但除此之外解别无要求。在供给决策阶段，垄断者供给数量为1/2。他的支付是垄断毛利润的1/4。垄断者将不会达成任何卡特尔安排，因为他不需要任何卡特尔协定以实现其垄断利润。

对于 $n=2,3,\cdots$ 解中的任意均衡点在参与决策阶段指示了同样行为：每个局中人以同样概率 $w_1(n)$ 决定参与。对于 $n=2,\cdots,15$，这一参与概率 $w_1(n)$ 列于表5.2中。n 趋于无穷时，参与概率 $w_1(n)$ 趋于0。

在卡特尔谈判阶段，解中的行为决定性地取决于未参与者

的数目 k。解中任意均衡点具有如下性质:当且仅当未参与者的数目 k 小于 $(n-1)/2$ 时,才会形成卡特尔安排。

表 5.2 $n\leqslant 15$ 的解

局中人数目	外部人数目	内部人毛利润	外部人毛利润	无限制古诺均衡中供应者毛利润	参与概率	具有 k 个外部人的卡特尔安排概率	卡特尔概率	垄断竞争者毛利润期望
n	k	$\frac{1}{4(n-k)(k+1)}$	$\frac{1}{4(k+1)^2}$	$\frac{1}{(n+1)^2}$	$w_1(n)$	$w(n,k)$	$w(n)$	
2	0	0.125 0				1.000 0		
				0.111 1	1.000 0		1.000 0	0.125 0
3	0	0.083 3				1.000 0		
				0.062 5	1.000 0		1.000 0	0.083 3
4	0	0.062 5				1.000 0		
				0.040 0	1.000 0		1.000 0	0.062 5
5	0	0.050 0				0.040 4		
	1	0.031 2	0.062 5			0.181 7		
				0.027 8	0.526 3		0.222 1	0.030 4
6	0	0.041 7				0.000 0		
	1	0.025 0	0.062 5			0.001 1		
	2	0.020 8	0.027 8			0.011 8		
				0.020 4	0.185 7		0.013 0	0.020 5
7	0	0.035 7				0.000 0		
	1	0.020 8	0.062 5			0.001 1		
	2	0.016 7	0.027 8			0.009 3		
				0.015 6	0.238 0		0.010 3	0.015 7
8	0	0.031 2				0.000 0		
	1	0.017 9	0.062 5			0.000 0		
	2	0.013 9	0.027 8			0.000 0		
	3	0.012 5	0.015 6			0.000 6		
				0.012 3	0.106 7		0.000 6	0.012 4
9	0	0.0278				0.000 0		
	1	0.015 6	0.062 5			0.000 0		
	2	0.011 9	0.027 8			0.000 0		
	3	0.010 4	0.015 6			0.000 8		
				0.010 0	0.158 7		0.000 9	0.010 0

对于 $n=10,11,\cdots$ 卡特尔概率 $W(n)$ 小于 0.000 1

供应者数目 n	参与概率 $w_1(n)$
10	0.075 5
11	0.120 3
12	0.058 5
13	0.097 1
14	0.047 6
15	0.082 2

在 $k \geqslant (n-1)/2$ 的情形中，可能简单地没有任何卡特尔协定达成，不过解也允许达成经济上无效率的卡特尔协定。在产生某种卡特尔安排的 $k<(n-1)/2$ 情形中，最简单的方式是形成一种所有参与者均为其成员的卡特尔，每个参与者具有同等的配额，所有参与者的配额总和达到 1/2。在配额协定之后的供给决策子博弈中，联合配额 1/2 使卡特尔的总和均衡支付最大化。解也允许参与者通过分散组成具有不同卡特尔协定的多个联盟而实现同样配额系统的可能性，至少对于某些 n，这是可能的。

在达成某种卡特尔安排的 $k<(n-1)/2$ 情形中，未参与者也被称为外部人，参与者也被称为内部人。对于不同的 n 和 k，解在卡特尔谈判子博弈中的均衡支付在表 5.2 中给出，其标题为"内部人毛利润"和"外部人毛利润"。

对于 $k \geqslant (n-1)/2$ 的卡特尔谈判子博弈，解处的均衡支付等于无限制古诺均衡的均衡支付。$n=2,\cdots,9$ 的这些毛利润列于表 5.2 中。

解展示了在 $n=5$ 处，行为有了令人吃惊的转变。对于 $n=2$，$n=3$ 和 $n=4$ 而言，每个垄断竞争者决定参与卡特尔谈判。卡特尔谈判的结果是所有局中人的利润总和的最大化。对于 $n>4$，解中不再出现联合利润最大化；参与决策阶段中的混

合策略行为只是偶尔会形成所有局中人均为参与者的卡特尔谈判子博弈。这一事件的概率 $W(n,0)$ 在表5.2中标题为“具有 k 个外部人的卡特尔安排概率”一栏中给出。对于 $n=5$ 而言，这一概率只有0.040 4，而对于 $n>5$，它总是小于0.000 1。

5.5.2 为什么4少6多

如果解中的一个均衡点被采用，则达成一种卡特尔安排的概率，被称为卡特尔概率。这一卡特尔概率 $W(n)$ 列于表5.2中。对于 $n=2,3,4$，卡特尔概率等于1。可以说，对于模型 $n\leqslant4$ 的解，垄断竞争者的数目少。对于 $n>5$，卡特尔概率近似为1%或者更少，这意味着一个外部的观察者将很少观察到卡特尔安排的出现。在经济上，对于 $n>5$，模型解与不可能形成卡特尔协定时期望看到的行为没有多大差别。这可以通过比较整体博弈解的均衡支付与无限制古诺均衡的均衡利润而看到。这两种利润均列于表5.2中，分别列于标题“垄断竞争者毛利润期望”和“无限制古诺均衡中供应者毛利润”之下。对于 $n>5$，垄断竞争者在解处的期望毛利润只略微大于无限古诺均衡中供应者的毛利润。

$n=5$ 的情形可以被视为一种中间情形，因为其中的卡特尔概率近似为22%，仍相当大。注意，对于 $n=5$，绝大多数卡特尔安排是具有4个内部人和1个外部人的卡特尔安排。

为什么 $n=5$ 是小群和大群之间的分界线？其主要原因可以借助于一种启发性推断来进行解释。假设 n 至少为3，并设局中人 j 预期每一个其他局中人均决定参与，而且，如果他决定参与的话，则所有局中人的总和利润将被最大化并均匀分配。如果他不参与，他会预期其他人形成总和配额为1/2的卡特尔，以便在供给决策阶段中最大化卡特尔的总和均衡利润。在所有

局中人进行联合利润最大化的情形中，他在总的毛利润 1/4 中的份额等于 $1/(4n)$。如果他不参与，他成为一个总和供给为 1/2 的卡特尔的外部人。他的最优供给将是 1/4，价格将为1/4，毛利润将为 1/16。要点是：直到 $n=4$，其总和毛利润的份额 $1/(4n)$不小于外部人毛利润的 1/16，而 $n>4$ 时，外部人毛利润大于总和毛利润的份额。这破坏了 $n>4$ 时联合利润最大化均衡的可能性。

5.5.3 参与决策阶段中的策略形势

为了理解参与决策阶段中的策略形势，必须考察 5.4.5 中作为"参与决策组件"引入的博弈。由模型产生参与决策组件的方式为：将任意卡特尔谈判子博弈替换为这一子博弈支付向量，其中局中人以与解相容的方式行动。

5.4.7 中对参与决策组件的纯策略均衡点进行了考察。对于 $n=1,\cdots,4$，参与决策组件具有一种"联合利润最大化均衡点"，其中每个局中人总是决定参与，从而达到了所有局中人的最大总和利润。这一纯策略均衡点在 $n>4$ 时无法获得，此时惟一对称对待局中人的纯策略均衡点是"无限制古诺均衡点"，其中每个局中人决定不参与。

对于 $n \geq 4$，参与决策组件具有"部分卡特尔均衡点"，其中对于偶数 n，正好有$(n-2)/2$ 个局中人为未参与者，对于奇数 n，正好有$(n-3)/2$ 个局中人为未参与者。这里未参与者具有比参与者更高的支付。局中人被不对称地对待。因此，本文解概念中隐含的对称要求排除了作为参与决策组件解的备选项的部分卡特尔均衡点。除了缺乏对称性以外，部分卡特尔均衡点是相当具有吸引力的。例如，在 $n=5$ 和 $k=1$ 的情形中，内部人收到0.031 2，外部人收到0.062 5，而在解中，每个局中人只

收到0.030 4(参见表5.2)。因此，认为局中人不会采用部分卡特尔均衡点并非不合理，因为没有人会乐于充当利润较少的内部人角色。

5.5.4 可能的推广

读者可能会问的一个问题是，本文的分析在多大程度上取决于关于成本和需求的线性假设。只有进行详尽的考察才能显示如果这些假设放宽的话将会如何。但可以比较合理的推测，除了某些特殊情况外，将总会找到多和少之间的某种更为明显或模糊的分界线。超过了这一分界线，局中人将不会表现出典型的小群行为。分界线为 $n=5$ 还是在其他地方，取决于成本和需求函数。

模型对于局中人是对称的。如果能为允许某种不对称性(如不同局中人具有不同成本)的更一般的模型建立相应理论当然更好，为此将需要更为一般的解概念。

参考文献

Aumann J. Mixed and Behavior Strategies in Infinite Extensive Games. In: Dresher M, Shapley L S, Tucker A W eds. Advances in Game Theory. Princeton: Annals of Mathematics Studies, 1964, 52: 627－650

Chamberlin E H. The Theory of Monopolistic Competition. Cambridge, Mass., 1933

Cournot A. Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses. Paris, 1938

Harsanyi J C, Selten R. A Solution Concept Unifying the Theories of Cooperative and Non-cooperative Games(abstract). Econometrica, 1971, 39: 96－97

Kuhn H W. Extensive Games and the Problem of Information. In: Kuhn H W, Tucker A

W eds. Contribution to the Theory of Games, Vol. II. Princeton: Annals of Mathematics Studies, 1953, 28: 193～216

Luce D R, Raiffa H. Games and Decisions. New York-London-Sidney, 1957

Nash J F. Non-cooperative Games. Annals of Mathematics, 1951, 54: 155～162

Neumann J V, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, 1944

Schelling TH C. The Strategy of Conflict. Cambridge. Mass., 1960

Selten R. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1965, 121: 301, 324, 667～689

Selten R. An Oligopoly Model with Demand Inertia. Working paper 250. Center for Research in Management Science. Berkeley: University of California, 1968

Selten R. Preispolitik der Mehrproduktenunternehmung in der statischen Theorie. New York: Berlin-Heidelberg, 1970

Stevens C M. Strategy and Collective Bargaining Negotiations. New York, 1963

6. 垄断规模结构和盈利性模型

曾有经验研究考察过集中程度量度和盈利性量度之间的关系，例如，柯林斯－普里斯顿(Collins-Preston, 1967, 1971)，米勒(Miller, 1967, 1971)和谢泼德(Shephard, 1969)。标准的垄断模型似乎并没有提供对所观察关系的简明解释，正如米勒所显示的，对边际集中效应尤其如此。本文的目的是引入一种新的垄断竞争模型，以尝试为几种经验现象提供综合的理论解释。

6.1 规模结构

可用多种变量来量度企业在市场上的相对规模，例如销售额、收入、生产能力或者资产额。盈利性也可以以几种方式进行量度。至少就盈利性而言，经验研究文献给人的印象是，不同的定义会产生类似的结论(Collins-Preston, 1969)。这里所要引入的模型的特殊性质在于以固定资产来定义相对规模和盈利性。

考察一个具有 n 个供应者的市场，令 s_i 为企业 i 的相对规模，企业根据规模递减排序。即：

$$s_1 \geqslant s_2 \geqslant \cdots s_n > 0 \tag{6.1}$$

且

$$\sum_{i=1}^{n} s_i = 1 \tag{6.2}$$

目前可用的统计数据往往没有关于单个企业的数据，只有4个一组的数据。因此四企业集中率：

$$c = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 \tag{6.3}$$

成为一种常见的集中程度量度。规模结构的另一特征是边际集中率：

$$m = s_5 + s_6 + s_7 + s_8 \tag{6.4}$$

实际市场上的企业规模分布展现出特定的统计规律，它们倾向于右偏。典型情况是存在若干大企业和很多小企业。在这一问题上的经验研究文献可参见拉斯兰德(Näslund, 1977)。对数正态分布和帕累托分布似能较好地拟合数据。

在这些发现的基础上就可以较好地理解为什么相对粗糙的量度，例如四企业集中率 c 和边际集中率 m，能够成功地用于经验研究中。根据所观察规模分布之间的相似性，这两个参数就可以相当好地刻画任一给定分布。

曾经有人提出过将经济规模分布解释为随机过程极限分布的理论，关于这些理论的参考文献也由拉斯兰德给出。这种解释的基础可能是：经验观察发现，在规模和一个企业的增长率之间似乎没有很大的关系[参见吉布雷特(Gibrat)1930]。由此产生一种论断，常常被称为吉布雷特法则：企业的增长率是独立于规模的随机变量。对数正态分布是由吉布雷特法则控制的随机过程的极限分布。帕累托分布可以通过调整对随机过程特征的假设而获得(Näslund, 1977)。

显然此类随机理论本质上和价格理论角度的研究无关。对经济规律的随机偏离，而不是造成长期均衡的经济实力被视为

产生企业之间规模差异的基本原因。

可以合理假设，从长期来看，成熟市场中的所有企业都在相同的成本和需求条件下运作。竞争和知识的扩散将消除技术优势和营销地位的优越。

在标准垄断竞争模型的框架中，这一长期均衡情况和规模差异保持不变是不相容的①。作为一个例子，我们可以看看具有线性成本和线性需求的古诺模型的简单版本。如果成本函数对所有企业是相同的，则根据古诺理论，均衡供给对所有企业也是相同的。

但就此作出结论，认为基于吉布雷特法则或修正假设的随机过程是对经验事实惟一有意义的解释仍不成熟。本文引入了根据新垄断竞争模型提出的一种替代性观点。其中，长期均衡解对每个企业确定了不同的规模，确切的规模结构取决于成本和需求情况。经验规模分布的经典性质可以通过对函数形式和参数值作恰当假设重建。

6.2 集中程度和盈利性

对集中程度和盈利性之间关系的经验考察曾采用了多种盈利性量度方式，例如成本上的边际利润(Collins-Preston, 1969)或者股票回报率(Shephard, 1969)。

以下 r_i 标记企业 i 的利润率，符号 r 表示整体市场的利润

---

① 这一点在Selten(1970)对策略上可聚合的静态垄断竞争模型的相当一般的假设下是成立的。这是其157页定理3"对称模型的古诺－纳什均衡是对称的"的直接推论。

率。s_i 和 r_i 的量度方法将不予确定。这种方式可以更容易地总结最重要的经验发现。为简明起见，所呈现的一般情况将以必要的简化方法描述。希望了解更为精确信息的读者需要阅读原始资料，例如以上所述的柯林斯－普里斯顿和谢泼德的著作。

如果一个企业在多个市场上经营，相对规模 s_i.只是针对该企业涉及到为所考察市场生产的部分。

我们对规模变量 s_i，c[①]和 m 作为一方与利润变量 r_i 和 r 作为另一方之间的关系感兴趣。从数据中观察到以下 3 种"效应"：

相对规模效应：企业 i 的相对规模 s_i 和它的利润率 r_i 正相关。

集中效应：四企业集中率 c 和全市场利润率 r 正相关。

边际集中效应：对于四企业集中率 c 的中间区段 $0.3 \leqslant c \leqslant 0.7$，边际集中率 m 和市场利润率 r 负相关。

一般而言，边际集中效应比集中效应更不受关心。不过 m 和 r 之间的相关性具有相当大的理论意义，原因是相关的负号看来似乎和总体集中程度增加总是造成竞争减少的思路不一致。

米勒(Miller, 1967)初次提出的边际集中效应受到了批评，因为 r 和 m 之间的负相关可能只不过是由于 m 有上限 c 和 $1-c$ 这一点而产生的统计假象(参见 Collins-Preston, 1969)。因此，之后对这一效应的统计分析被限制在 c 值的中间区段上，此时这种反对意见就失去了效力(Miller, 1971)。可以说边际集中效应的证据之强已足以吸引理论工作者的注意力。

这 3 种效应的一般解释并不是依靠规范模型，而是定性推

---

① 原文为 r，有误，根据上下文应为 c。——译者注

断。产业组织领域内研究者的思考中出现的一种推理思路如下：

相对规模效应可能部分来自递增规模收益，不过由于较大企业一般可认为是在超过最小、最优规模的领域里经营，所以这一解释在较大的相对规模领域内说服力不大。因此更可能的是，较大的市场份额带来的较高利润率来自于市场支配力优势。

集中效应可以通过假设集中程度和垄断者行为相互关联的强度之间的关系进行解释。垄断者们相信通过预期他们竞争者的反应而相互依赖。

对边际集中效应的通常解释也和由于垄断者之间的相互依赖导致了集中化市场的过度盈利这一思路有关。相信，这种行为协同在没有很多较大相对规模企业时施行会更为便利。如果这种企业增加而四企业集中率 c 不变，则边际集中率 m 会增加，而垄断者相互依赖的状况更会变得没那么有利可图。

本文中引入的新模型思路来自于对这 3 种效应的一些不同的解释。

对特定行业的描述给人的印象是，典型的统计市场是多种子市场的综合。阿雷姆森(Alemson, 1969)对澳大利亚巧克力行业的论述可以作为一个例子。实际上只有其中最大的 5 个企业生产固体棒状或块状造模巧克力，这些类型的巧克力要求技术复杂的设备。巧克力甜点则主要是由中小型企业生产且不使用复杂的机器，正如阿雷姆森在其第 237 页所指出的，所需要的只是几个容器、一个桌子和一个烤炉。可以想像，由于强强竞争，技术较简单产品的子市场上的利润率比不上技术更为先进产品的子市场。

这引发了对相对规模效应的以下解释：更大的相对规模和生产技术更为复杂的产品的能力相关。向技术更为复杂的产品

子市场提供供给的竞争者更少一些，因此这些子市场倾向于更为有利可图。相对规模更大的企业具有更高的利润率，因为它们可以进入市场更有利的部分。

在新模型框架中，3 种效应被解释为长期均衡现象。需要注意的是，其中排除了规模变量和利润变量之间的直接因果关系。两种变量的长期均衡值由市场的成本和需求情况决定。经济环境被视为集中程度和盈利性的一般起因。

集中效应和相对规模效应并非无关，较高的集中程度是由于复杂技术产品子市场的相对重要性更高，整体市场的盈利性也与之有同样的因果关系。

对边际集中效应作为长期均衡现象的解释更为复杂一些，需要考虑成本和需求情况的一种转变，这种转变使得四企业集中率 c 不变，而使复杂技术产品子市场的相对重要性增加。新模型认为，在这样一类转变之后，相对规模的降低造成的排序函数将会更为陡峭。通过这种方法，高利润率 r 将和低边际集中率 m 以及较低的四企业集中率 c 联系在一起。

6.3 模型的初步描述

模型本质上非常简单，不过令人满意的理论上的描述需要一些技术细节。为了避免对复杂性有错误印象，我们首先非正规地介绍模型，以后将给出更为严格的表示。

市场被模拟为连续子市场的综合。就需求而言，这些子市场彼此无关。在生产方面，市场作为一个整体由固定成本的强互补性连接在一起。市场中的企业数目由模型内生决定。

每个子市场由一个参数 $z>0$ 刻画，该参数为产品的技术

水平层面。

企业 i 的关键决策参数是它的技术水平 z_i。该市场中的企业只能生产等于或者低于其技术水平的产品。可能存在潜在的竞争者，其 $z_i=0$ 且并没有进入此市场。技术水平确定后，市场中的每个企业必须对等于或者低于其技术水平的每个子市场选择供给量。固定成本为企业技术水平的函数 $F(z_i)$，这一函数 F 对所有潜在竞争者均是相同的。

子市场由具有线性成本和线性需求的对称古诺模型表示。"对称"一词表示成本对所有供给者都相同，在子市场中，$F(z_i)$ 上不再有固定成本，只有按比例确定的成本。

我们假设在每个子市场上达成均古诺均衡(此后给出一种博弈理论修正)。令 g_k 为在具有线性需求、比例成本和 k 个供给者的对称古诺市场上，一个供给者的古诺均衡利润。众所周知且易验证的一种结论是，以下关系不管需求和成本参数如何均成立：

$$g_k = [4/(k+1)^2]g_1 \quad (k = 1,2,\cdots) \tag{6.5}$$

因此我们不需要确定子市场上的需求和成本参数，直接对子市场 z 上的垄断利润 $g_1(z)$ 作出假设较为方便。k 个供给者的垄断利润 $g_k(z)$ 按照式(6.5)由 $g_1(z)$ 给出。

为了表明长期均衡存在，并确定规模结构的惟一模式，只需要对 $g_1(z)$ 和 $F(z)$ 作出定性假设。如果这是对模型的惟一要求，则我们可以不确定函数形式而依靠以下要求实现：$g_1(z)$ 和 $F(z)$ 是定义在 $z\geqslant0$ 上的连续可微函数。$F(z)$ 的导数 $f(z)$ 是非减的，而 $g_1(z)$ 是减函数，且 $z\to\infty$ 时 $g_1(z)\to0$。进而，我们有 $F(0)=0$。

$F(z)$ 的导数 $f(z)$ 可以解释为技术能力的边际成本，假设这些边际成本是非减的并非不合理。

$g_1(z)$是 z 的减函数这一假设可以由一种思路验证，即技术越复杂的产品越倾向于专业化，而对专业化高的产品的需求较小。

由于我们感兴趣的不仅是存在性和惟一性，所以我们将作出简化假设，设 $f(z)$和 $g_1(z)$均为线性函数。

图 6.1 展现了模型的图示及其均衡解。技术水平 z 在横轴上表示。古诺垄断竞争利润 $g_k(z)$和技术能力边际成本 $f(z)$由图中的直线表示。

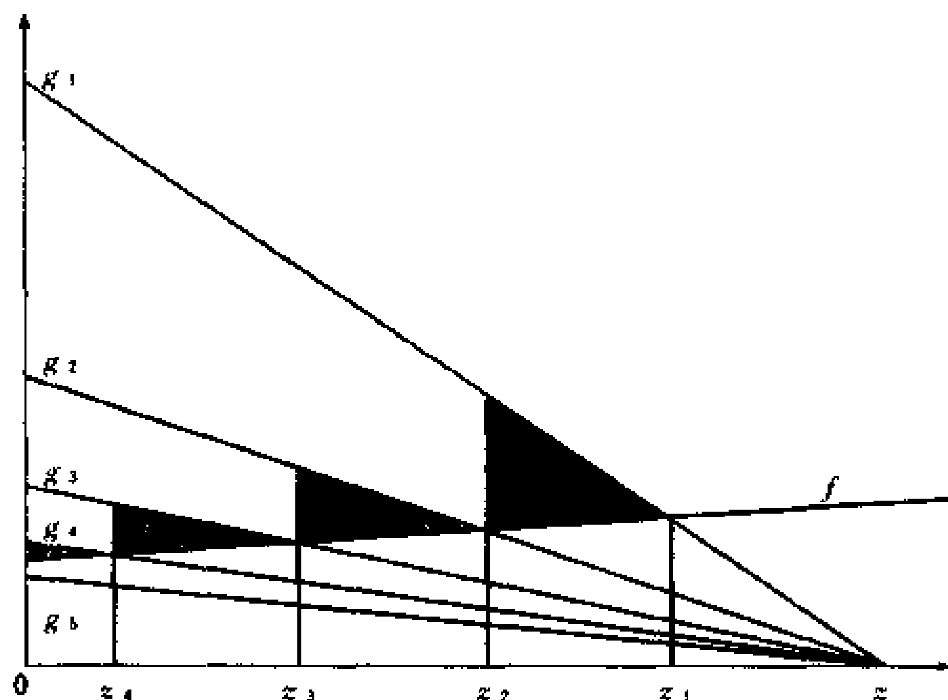


图 6.1 模型的图示

由于我们考虑的是连续子市场，所以其中每一个应该想像为无穷小。严格来说，$g_k(z)$为利润密度而非利润。

假设企业根据技术水平 z_i 递减编号，则 z_i 的均衡值必然满足以下边际条件：

$$g_i(z_i) = f(z_i) \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{6.6}$$

其中，n 为市场中企业的数目。此式成立的原因不久即会清楚。在图 6.1 中，均衡水平 z_i 为对应于 g_i 线和 f 线交点的 z 值。

我们假设存在比市场中企业更多的潜在供给者，这意味着我们有：

$$z_{n+1} = 0 \tag{6.7}$$

在图 6.1 的例子中，我们有 $n=4$。因为对于 $z \geqslant 0$，g_5 线和 f 线不相交。通过这种方法，模型确定了市场中企业的数目。

由于每个企业 i 向所有 $0 < z \leqslant z_i$ 的子市场 z 供给，处于区段

$$z_{k+1} < z \leqslant z_k \tag{6.8}$$

内的子市场由正好有 k 个企业供给。我们将式(6.8)的这一区段称为第 k 个市场段。在第 k 个市场段中的子市场 z 中，具有 $z \leqslant z_i$ 的每个供给者 i 得到 $g_k(z)$。这仍不是净利润密度，而是未扣除固定成本的毛利润的密度。

从第 k 个市场段上产生的总的个体净利润 G_k 可以在图中很容易地识别出来。G_k 正是式(6.8)区段之上三角形阴影部分的面积。

在式(6.8)之上和 f 之下的面积正是企业技术水平由 z_{k+1} 提高到 z_k 时产生的附加固定成本。另一方面，g_k 之下和式(6.8)之上的面积表示从第 k 个市场段产生的总的个体毛利润。后者和前者之差是 G_k。

现在很显然企业 i 的总净利润 P_i 可以通过所有 $k=i,\cdots,n$ 的 G_k 的加总而获得。

为了明确为什么必须满足边际条件式(6.6)，我们考虑从均衡条件的微小偏离。假设企业 i 小幅度增加它的技术水平(为明确起见，假设 $i>1$。对于 $i=1$，同样的推理本质上仍然成

立)。在这种技术水平增加之后,企业 i 将在以前属于第 $k-1$ 个市场段的某些子市场上供给,因此在这些子市场上现在有 k 个供给者。附加的毛利润由 g_k 下的面积表示,而附加固定成本却对应于 f 下更大的面积。

现在考虑企业 i 小幅度降低其技术水平的情况,显然固定成本的节省小于毛利润的损失。

均衡解更为严格的验证需要明确确定博弈结构,这将是6.4节的任务。

为便利起见,可以考察模型的更一般化版本,其中对技术水平 z_i 的选择限制在区间

$$0 \leqslant z \leqslant \bar{z} \tag{6.9}$$

上,其中 $\bar{z}$ 是一个正常数。显然,如果 $\bar{z}$ 选取得足够大的话,则和无限制情形相同。

为了图形的明晰起见,图 6.1 中选择了四企业集中率 $c=1$ 的极端例子。显然,市场中企业的数目取决于 $f(0)$。$f(0)$越小,市场中则会有越多的企业。小的 $f(0)$和足够陡峭的 f 共同决定均衡规模结构中的大小企业数目。

6.4 模型的博弈结构

为了明确均衡解的博弈理论特征,需要将模型描述为一种扩展型博弈。为此我们需要关于子市场的更详细假设。

6.4.1 成本和需求

令

$$p(z) = \max[0, \alpha_z - \beta_z x(z)] \tag{6.10}$$

为子市场 z 的需求函数。这里 $x(z)$ 为子市场 z 上的总供给。令 $K(z)$ 为所有满足 $z \leqslant z_i$ 的企业 i 组成的集合。因此 $x(z)$ 可以写为：

$$x(z) = \sum_{i \in K(z)} x_i(z) \tag{6.11}$$

子市场 z 上的比例成本的比率记为 γ_z。如果 α_z，β_z 和 γ_z 为正，且 $\alpha_z \geqslant \gamma_z$ 成立，则子市场 z 上的垄断利润 $g_1(z)$ 由以下等式给出：

$$g_1(z) = (\alpha_z - \gamma_z)^2 / 4\beta_z \tag{6.12}$$

关于成本与需求和潜在竞争者数目 N 的一般假设在下面列出。为完整起见，我们重复了已经在 6.3 节中引入的一些假设。

(a) 固定成本：$F(z)$ 是定义在式(6.9)的区间上 z 的连续可微函数。$F(z)$ 的导数 $f(z)$ 在整个区间内是正的且非减。进而我们有：

$$F(0) = 0 \tag{6.13}$$

(b) 子市场：α_z，β_z 和 γ_z 在式(6.9)的区间上是 z 的连续函数。进而，在式(6.9)中任何地方参数 α_z，β_z 和 γ_z 是正的，且我们有 $\alpha_z \geqslant \gamma_z$。另外，由式(6.12)定义的 $g_1(z)$ 在整个式(6.9)的区间上是递减的。

(c) 潜在竞争者的数目：潜在竞争者的数目 N 应足够大，使下式成立：

$$[4/(N+1)^2] g_1(0) < f(0) \tag{6.14}$$

6.4.2 线性约定

均衡规模结构的存在性和惟一性可以通过 6.4.1 中的(a)，

(b)和(c)获得。对6.3节中描述的3种效应进行考察，则需要更为详细的假设。因此我们引入对 g_1 和 f 的线性约定：

$$g_1(z) = a - bz \tag{6.15}$$

$$f(z) = u + vz \tag{6.16}$$

这里，根据6.4.1中的(a)，(b)和(c)，参数 a，b 和 u①为正，而 v 是非负的。

6.4.3 备注

可能有人会希望用对 α_z，β_z 和 γ_z 的直接假设替换对 $g_1(z)$ 的假设。即选取适当计量单位，使 α_z 在式(6.9)的区间上等于一个常数 α。进一步假设 γ_z 是非减的而 β_z 是递增的。如此假设，则 g_1 是 z 的减函数。线性约定式(6.15)可以通过假设比例成本是常数，且饱和量 α/β_z 是 z 的线性函数而获得。

如果 $x_j(z)$ 是 z 的连续函数，关于 α_z，β_z 和 γ_z 的连续假设使我们能够对子市场利润进行积分，这对于总净利润的定义是很重要的。

要求(c)是必要的，它可以赋予模型开放市场的特征，即在均衡解中市场外至少总有一个潜在的竞争者。

6.4.4 总净利润

无论是否有线性约定，具有 $z_i>0$ 的企业 i 的总净利润如下所示：

$$P_i = \int_0^{z_i} x_i(z)[p(z) - \gamma_z]\mathrm{d}z - F(z_i) \tag{6.17}$$

---

① 原文为 c，有误。——译者注

对于 $z_i=0$ 的企业，总净利润 P_i 定义为 0。

6.4.5 扩展型博弈

博弈 Γ 的局中人是 N 个潜在的竞争者，标记为局中人 $1,\cdots,N$。博弈分两阶段进行。

阶段 1：在阶段 1 中，每个局中人 i 在式(6.9)的区间内选择一种技术水平 z_i。这些选择同时进行且彼此独立。在进行了这些选择之后，所产生的技术水平组合

$$Z=(z_1,\cdots,z_N) \tag{6.18}$$

为所有局中人知晓。

阶段 2：令 K 是所有 $z_i>0$ 的局中人 i 组成的集合。只有 K 中的局中人需要在阶段 2 进行选择。每个局中人 $i\in K$ 选择一个连续、非负的供给函数，定义在以下区间之上：

$$0\leqslant z\leqslant z_i \tag{6.19}$$

这些选择同时进行且彼此独立。在进行这些选择之后，每个局中人 i 以其总净利润为支付。对于 $i\in K$，总净利润由式(6.17)给出，而对于 $i\notin K$，$P_i=0$。

6.4.6 解释

Γ 的两阶段结构来自于这样一种思路，即技术水平是一种长期决策，而供给数量的选择是一种短期决策。可以合理地假定，在对 $x_i(z)$ 作短期决策时，对 z_i 的长期决策是给定的。通过将局势模拟为一种两阶段博弈则建模完成。

6.4.7 树结构

博弈 Γ 成为一个在信息集处具有无穷多选择的有限长度的扩展型。选择、信息集、策略等通常采用的博弈理论定义可以

没有任何困难地应用于这种博弈(参见 Kuhn, 1953 和 Selten, 1973)。

首先看看 Γ 树结构的某些细节。在阶段 1 中,每个局中人 i 有一个信息集,在此处他选择其技术水平 z_i。规范而言,树结构必须确定这些决策进行的次序,但显然在这里次序并不重要。

由于在阶段 1 的决策之后,技术水平组合 $Z=(z_1,\cdots,z_N)$ 为所有局中人知晓,所以博弈具有如这种组合 Z 一样多的子博弈。对应于 Z 的子博弈记为 Γ_Z。

在每个子博弈 Γ_Z 中,局中人 $i\in K$ 具有一个信息集,在此处他选择自己的供给函数 $x_i(z)$。根据所要进行的决策的特性,子博弈 Γ_Z 也被称为供给博弈。

Γ 中局中人 i 的纯策略是一个 $\pi_i=(z_i,\sigma_i)$对,其中 σ_i 为一个函数,对每个 Z 赋予一种非负连续供给函数 $x_i=\sigma_i(Z)$。这里仅考虑纯策略。

6.4.8 解概念

博弈 Γ 将被当做非合作博弈分析。将使用的解概念为具有子博弈完美的纯策略均衡点。在其他地方,有的观点认为,不满足子博弈完美性要求的均衡点不能被认为是扩展型博弈的理性解(Selten, 1973)。泽尔滕(1975)定义的更为精炼的完美性概念在这里不能适用,原因是它还没有推广到具有无穷多选择的博弈之中。

均衡点被定义为一种策略组合,其中只要其他局中人坚持该组合中的策略,则没有局中人能够通过改变策略选择而改善自己的支付。一个均衡点如果在任意子博弈上生成一个均衡点,则它是子博弈完美的。对于此处所要分析的博弈 Γ,这意味着仅找到整体博弈 Γ 的均衡点并不够,均衡解必须对每个子博

弈 Γ_Z 也确定了均衡点。

Γ 的子博弈完美纯策略均衡点可以由以下方法获得：我们首先分析子博弈 Γ_Z，正如我们所见，每个 Γ_Z 具有一个且仅具有一个纯策略均衡点。

在解子博弈的任务完成之后，我们必须解剪枝博弈 $\overline{\Gamma}$。这一剪枝博弈 $\overline{\Gamma}$ 通过以下方法获得：令 P_Z 为 Γ_Z 的均衡支付向量。在 $\overline{\Gamma}$ 中阶段 2 被删除，而在阶段 1 中，Z 被决定之后局中人必须得到对应于 P_Z 的支付。

$\overline{\Gamma}$ 的策略为技术水平 z_i。博弈 $\overline{\Gamma}$ 在 6.3 节中已经以一种不太规范的方法进行过分析。剪枝博弈 $\overline{\Gamma}$ 具有多种纯策略均衡点，不过它们均以局中人编号为顺序。如果局中人以技术水平递减的顺序重新编号，其结果仍相同。

Γ 的子博弈完美均衡点，可以通过将 $\overline{\Gamma}$ 的纯策略均衡点和供给博弈 Γ_Z 的惟一确定的纯策略均衡点组合起来而获得。

6.4.9 解释

子博弈完美均衡点概念的应用意味着不存在合作。对此，或可假设卡特尔法律有效实施，或因制度性因素的影响，如秘密折扣阻止了稳定协定的形成。

对于考察的目的而言，非合作行为假设具有额外的意义。对 6.2 节中所描述的 3 种效应的常规解释，涉及到对串通的引用和反应函数理论意义上的垄断竞争者间的相互依赖。值得强调的是这些解释和这里所提出的解释之间的差异。成本和需求情况对长期均衡结构的影响被视为对经验现象的控制因素，而串通或垄断竞争者行为上的相互依赖却没有。

6.5 均衡解

对均衡解的规范推导将采取6.4.8中所概述的过程。我们从对供给博弈 Γ_Z 的考察开始。

引理1：在6.4.1中假设(a)和(b)下，对应于 $Z=(z_1,\cdots,z_N)$ 的供给博弈 Γ_Z 有且仅有一个纯策略均衡点。均衡供给数量为：

$$x_i(z)=(\alpha_z-\gamma_z)/\beta_z[k(z)+1] \quad (0<z\leqslant z_i) \tag{6.20}$$

其中，$k(z)$ 表示具有 $z\leqslant z_i$ 的局中人 i 的数目。

证明：利润最大化供给量在每个子市场上是惟一确定的。根据 $x_i(z)$ 上的连续性要求，在给定其他局中人的供给函数时，每个局中人 $i\in K$ 只有一个最优供给函数(没有连续性要求，则在测度为0的集合上可能存在偏离)。引理的论断来自于每个子市场上恰有一个供给数量如式(6.20)所示的古诺均衡。

6.5.1 排序均衡点

如果技术水平的均衡值满足以下不等式，Γ 或者剪枝博弈 $\bar{\Gamma}$ 的纯策略均衡点被称为排序的。

$$z_1\geqslant z_2\geqslant\cdots\geqslant z_N \tag{6.21}$$

由于 Γ 和 $\bar{\Gamma}$ 均是完全对称的，显然，在两种情形中的每个纯策略均衡点均可以通过以适当方式对局中人重新编号而从一个排序均衡点中得出。

正如我们将要看到的，$\bar{\Gamma}$ 只有一个排序纯策略均衡点。这一均衡点的结构由以下引理所述的组合表示：

引理 2：

在 6.4.1 中的假设(a)和(b)下，有且仅有一个组合 $Z=(z_1,\cdots,z_N)$具有以下性质：

$$z_i=\bar{z},\quad g_i(\bar{z})\geqslant f(\bar{z}) \tag{6.22}$$

$$g_i(z_i)=f(z_i),\ g_i(0)>f(0)\text{且}\ g_i(\bar{z})<f(\bar{z}) \tag{6.23}$$

$$z_i=0,\ g_i(0)\leqslant f(0) \tag{6.24}$$

这一组合 Z 满足式(6.21)。

证明：

如果式(6.23)中的条件得到满足，则式(6.23)仅有一个解，因为 g_i 递减而 f 非减。进而，根据 $g_{i+1}<g_i$，我们有 $z_i\geqslant z_{i+1}$。

引理 3：

在 6.4.1 中的假设(a)和(b)下，如式(6.22)、式(6.23)和式(6.24)所描述的组合 Z 是剪枝博弈 $\bar{\Gamma}$ 的一个均衡点。

证明：

Z 处的总净利润 P_i 可以写为：

$$P_i=\sum_{k=i}^{N}\int_{z_{k+1}}^{z_k}[g_k(z)-f(z)]\mathrm{d}z \tag{6.25}$$

其中，z_{N+1}定义为 0。在式(6.25)右边，只有符合条件 $z_{k+1}<z_k$ 的积分域才有助于 P_i 的增长。在式(6.23)适用于 $i=k$ 或者 $i=k+1$时也是如此。由于 g_k 是递减的，由此可知，积分项对 $z_{k+1}<z<z_k$ 的所有 z 是正的。由于积分项在几乎所有地方均是正的，在 Z 上通过降低 z_i 而进行策略偏离的局中人将减少他的总净利润。

现在考察 z_i 的增加。z_i 增加到 z_i' 之后，z_i 和 z_i' 之间的净利润密度变为负的。因此，在 Z 上通过增加 z_i 而进行策略偏离的局中人也将减少他的总净利润。

引理 4：

在 6.4.1 中的假设(a)和(b)下，剪枝博弈 $\overline{\Gamma}$ 有且仅有一个排序纯策略均衡点，即由式(6.22)、式(6.23)和式(6.24)表述的组合 Z。

证明：

仅需要证明 $\overline{\Gamma}$ 的任意排序纯策略均衡点 $Z^* = (z_1^*, \cdots, z_N^*)$ 必然等于由式(6.22)、式(6.23)和式(6.24)表述的组合 Z，引理可以通过证明对于 $Z^* \neq Z$，Z^* 中至少有一个局中人 k 非均衡。

令 k 为满足 $z_k \neq z_k^*$ 的最小数。假设我们有 $z_k^* < z_k$，则从 z_k^* 到 z_k 的改变将提高 k 的总净利润。这是因为就子市场 $z > z_k^*$ 而言，其局势与在 Z 处总是相同的。

现在假设我们有 $z_k^* > z_k$，类似的推断也在这里适用。就子市场 $z > z_k$ 而言，其局势与在 Z 处总是相同的。因此从 z_k^* 到 z_k 的改变将提高 k 的总净利润。

定理 1：

在 6.4.1 中的假设(a)和(b)下，博弈 Γ 有且仅有一个排序子博弈完美纯策略均衡点。在这一均衡点处，技术水平由式(6.22)、式(6.23)和式(6.24)表述，供给函数由式(6.20)给出，均衡支付为式(6.25)中的总净利润 P_i。

证明：

这一定理是子博弈完美性的定义和引理 1 至引理 4 的直接推论。

6.5.2　均衡解

为简明起见，Γ 的排序子博弈完美纯策略均衡点将被称为

均衡解。

为了避免不必要的技术细节，在以下对定理 1 推论的表述中，没有给出对“通过局中人重新编号而变换”一词的规范定义。

推论：局中人重新编号将均衡解变换为 Γ 的另一个子博弈完美纯策略均衡点，而且 Γ 的任意子博弈完美纯策略均衡点可以通过这种方法获得。

证明：

这一推论是博弈 Γ 的完全对称性的直接后果。

引理 5：

令 n 为满足 $g_n(0)>f(0)$ 的最大正整数。如果不存在这样的 n，则定义 $n=0$。令 h 为满足 $g_h(\bar{z})\geqslant f(\bar{z})$ 的最大正整数。如果不存在这样的 h，则定义 $h=0$。在 6.4.1 中的假设(a)，(b)和(c)条件下，均衡解处的技术水平 $z_1,\cdots,z_N$ 具有以下性质：

$$z_i=\bar{z}\quad(i=1,\cdots,h)\tag{6.26}$$

$$0<z_i<\bar{z}\quad(i=h+1,\cdots,n)\tag{6.27}$$

$$z_i=0\quad(i=n+1,\cdots,N)\tag{6.28}$$

更进一步，$i=1,\cdots,n$ 的 z_i 与 N 无关。

证明：

从对 n 和 h 的定义可知，式(6.22)、式(6.23)和式(6.24)适用于式(6.26)、式(6.27)和式(6.28)。(c)假设保证 $N>n$。

备注：引理 5 说明，N 在假设(c)上足够大时，成本和需求情况单独决定均衡解的基本特性。

定理 2：

令 g_i 和 f 服从如式(6.15)和式(6.16)规定的线性约定，且有正参数 a、b，u 和 $v\geqslant0$。令 n 和 h 如引理 5 定义并假设 $N>n$，则均衡解处的技术水平 $z_1,\cdots,z_N$ 为

$$z_k = \bar{z} \quad (k = 1, \cdots, h) \tag{6.29}$$

$$z_k = \frac{[4a/(k+1)^2] - u}{v + [4b/(k+1)^2]} \quad (k = h+1, \cdots, n) \tag{6.30}$$

$$z_k = 0 \quad (k = n+1, \cdots, N) \tag{6.31}$$

证明：

对 a, b, u, v 和 N 的假设使得 6.4.1 中的条件(a)，(b)和(c)得到满足。利用式(6.5)、式(6.15)和式(6.16)求解式(6.23)可得式(6.30)。因此定理 2 是引理 5 的直接推论。

备注：引理 5 和定理 2 都没有排除市场上不存在企业的情况。对于 $n=0$，式(6.26)、式(6.27)、式(6.29)和式(6.30)并不适用于任意 i。对于足够大的 $\bar{z}$，数 h 为 0。因此只有式(6.27)、式(6.28)、式(6.30)和式(6.31)与描述均衡解有关。

6.6 相对规模和利润率

本节的目的是考察作为均衡解性质的相对规模效应。我们在定理 2 的假设的基础上完成这一工作。

由对图 6.1 的检视可知，考虑到附加固定成本第 k 个市场段比第$(k+1)$个市场更为有利可图，正如我们将看到的，这一印象得到理论结论的证实，编号低的市场段的较高盈利性会导致相对规模效应。

要在这里所提出的模型的框架内定义相对规模，最自然的方法是以固定成本作为规模量度。其他定义会要求引入附加假设。进而，认为固定成本和股票紧密相关也是可信的，后者是一个对盈利性进行经验定义时使用的变量(Shephard, 1969)。

总固定成本 F 是市场上企业固定成本 F_i 的总和：

$$F = \sum_{i=1}^{n} F_i \tag{6.32}$$

相对规模 s_i 定义如下：

$$s_i = F_i/F \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{6.33}$$

适合相对规模定义的盈利性量度是总净利润对固定成本的比率：

$$r_i = P_i/F_i \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{6.34}$$

我们将称 r_i 为利润率，尽管将其称为超正常利润率可能会更为合适一些。为了说明这一点，假设其中除固定资本外无其他资本，F_i 可视为由两种成分组成：维持固定资本水平的成本和固定资本的利息。如果资本市场是完善的，则利息率将反映正常利润率，它和投资的机会成本相等。正常利润包含在 F_i 中，但不包含在 P_i 中。

6.6.1 市场段盈利性

以下我们将查看市场段之间的盈利性差异。定义：

$$C_k = \int_{z_{k+1}}^{z_k} f(z)\mathrm{d}z \tag{6.35}$$

和

$$G_k = \int_{z_{k+1}}^{z_k} [g_k(z) - f(z)]\mathrm{d}z \tag{6.36}$$

显然，C_k 和 G_k 是来自第 k 个市场段的固定成本和总净利润。我们将称

$$q_k = G_k/C_k \tag{6.37}$$

为第 k 个市场段的利润率。在 $k = 1, \cdots, h$ 和 $k = n$ 的边界段与 $k = h + 1, \cdots, n - 1$ 的内部段之间进行区分是必要的。在线性

约定情况下，可以导出内部段的段利润率的明确公式。

定义：

$$w = v/b \tag{6.38}$$

和

$$\overline{q}_k = \frac{2k+3}{(k+1)^2} \cdot \left[2 + \frac{(2k+3)w}{4+(k+1)^2 w}\right]^{-1} \tag{6.39}$$

以下将证明在线性约定情形中，内部段利润率 q_k 等于 $\overline{q}_k$。

引理 6：

在定理 2 的假设下，均衡解处的段利润率具有以下性质：

$$q_k = q_h \quad (k = 1, \cdots, h-1) \tag{6.40}$$

$$q_h \geqslant \overline{q}_h \tag{6.41}$$

$$q_k = \overline{q}_k \quad (k = h+1, \cdots, n-1) \tag{6.42}$$

$$q_n \leqslant \overline{q}_n \tag{6.43}$$

其中，$\overline{q}_k$ 由式(6.38)和式(6.39)定义。

证明：

我们利用图 6.2 证明式(6.42)。在图 6.2 中，第 k 个市场段和图 6.1 中的整个市场以同样的方法表示。

显然 G_k 是阴影三角形 CDE 的面积，C_k 是梯形 $ABCE$ 的面积。由于 $g_{k+1}(z_{k+1}) = f(z_{k+1})$，$ED$ 的长度等于 $g_k(z_{k+1}) - g_{k+1}(z_{k+1})$。因此我们有：

$$G_k = \frac{1}{2}(z_k - z_{k-1})[g_k(z_{k+1}) - g_{k+1}(z_{k+1})] \tag{6.44}$$

梯形 $ABCE$ 的面积为：

$$C_k = \frac{1}{2}(z_k - z_{k+1})[g_{k+1}(z_{k+1}) + g_k(z_k)] \tag{6.45}$$

而且这导致：

$$q_k = [g_k(z_{k+1}) - g_{k+1}(z_{k+1})]/[g_{k+1}(z_{k+1}) + g_k(z_k)] \tag{6.46}$$

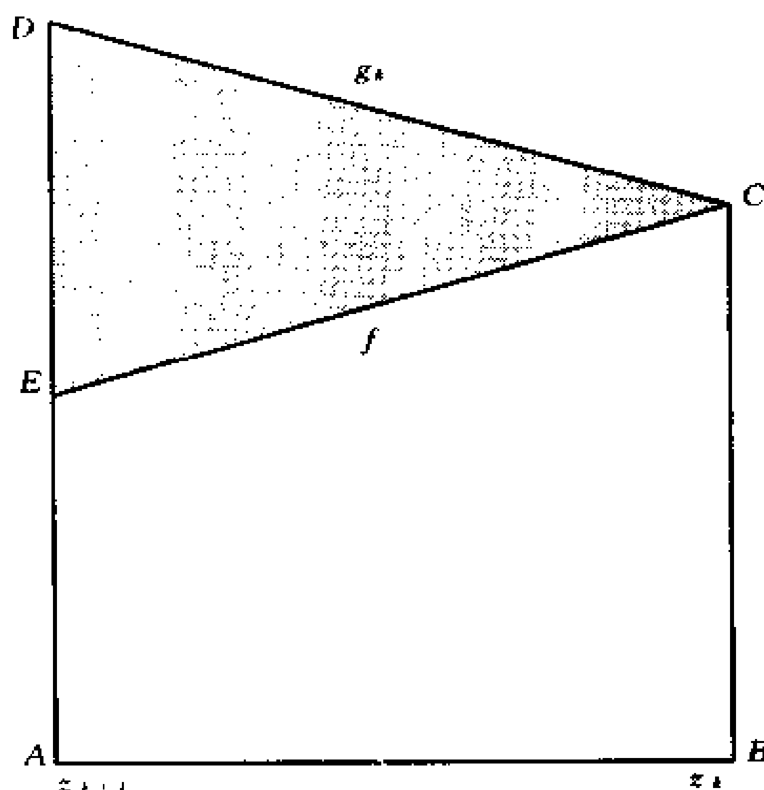


图 6.2 第 k 个市场段

由式(6.5)我们有:

$$g_k(z_{k+1}) = [(k+2)/(k+1)]^2 g_{k+1}(z_{k+1}) \quad (6.47)$$

利用式(6.47),通过将式(6.46)的分母和分子均除以 $g_{k+1}(z_{k+1})$,则得到下式:

$$q_k = \frac{[(k+2)/(k+1)]^2 - 1}{1 + [g_k(z_k)/g_{k+1}(z_{k+1})]} \quad (6.48)$$

式(6.30)和式(6.15)的右式插入式(6.5)导出以下结果:

$$g_k(z_k) = 4(av + bu)/[(k+1)^2 v + 4b] \quad (6.49)$$

$$g_{k+1}(z_{k+1}) = 4(av + bu)/[(k+2)^2 v + 4b] \quad (6.50)$$

这和

$$[(k+2)/(k+1)]^2-1=(2k+3)/(k+1^{①})^2 \quad (6.51)$$

一起可导出：

$$q_k=[(2k+3)/(k+1)^2]\{1+[(k+2)^2v+4b]\div[(k+1)^2v+4b]\}^{-1} \quad (6.52)$$

式(6.52)等价于式(6.42)。

显然式(6.40)成立，因为局中人 $k=1,\cdots,h$ 具有同样的技术水平 $z_k=\bar{z}$。令 $\bar{z}_h$ 为式(6.30)右式在 $k=h$ 时所取的值。显然我们有 $\bar{z}\leqslant\bar{z}_h$。对于 $\bar{z}=\bar{z}_h$，段利润率 q_h 和 $\bar{q}_h$ 相同。假设我们有 $\bar{z}<\bar{z}_h$。为了证明式(6.41)成立，我们考察最初 h 个段的供给者在从 $\bar{z}$ 增加到 $\bar{z}_h$ 时可获得的附加净利润和固定成本。由于 f 是非减的，而 g_h 递减，所以附加利润对附加固定成本的比率低于 g_k，这说明 $q_h\geqslant\bar{q}_h$。

现在考察第 n 个市场段。令 $\bar{z}_{n+1}$ 为在式(6.30)右式中 k 取 $n+1$ 时的可能负值。对于 $\bar{z}_{n+1}=0$，段利润率 q_h 和 $\bar{q}_n$ 相同。和 q_n 情形中相类似的推理说明，我们对 $\bar{z}_{n+1}<0$ 有 $q_n<\bar{q}_n$。通过将 $z_{n+1}=0$ 降低到 $\bar{z}_{n+1}$ 而获得的附加利润对附加固定成本的比率大于 $\bar{q}_n$。

定理3：

在定理2的假设下，均衡解处的段利润率 $q_h,\cdots,q_n$ 满足以下不等式：

$$q_k>q_{k+1}\quad(k=h,\cdots,n-1) \quad (6.53)$$

证明：

根据引理6，证明 $\bar{q}_k$ 是 k 的减函数就可以了。式(6.39)可以重新写为：

---

① 原文为 $(2k+3)/(k+2)^2$，有误。——译者注

$$\overline{q}_k=(2k+3)/(k+1)^2\cdot[4+(k+1)^2w]/[8+(k+1)^2w+(k+2)^2w] \tag{6.54}$$

考察 $\log\overline{q}_k$ 对 k 的导数：

$$\partial\log\overline{q}_k/\partial k=2/(2k+3)-2/(k+1)+2(k+1)w/[4+(k+1)^2w]-(4k+6)w/[8+(k+1)^2w+(k+2)^2w] \tag{6.55}$$

式(6.55)右边第三项的上限由不等式(6.56)给出：

$$4(k+1)w/[8+2(k+1)^2w]<(6k+7)w/[8+(k+1)^2w+(k+2)^2w] \tag{6.56}$$

通过在分子和分母均加上$(2k+3)w$，就可以获得式(6.56)的右式。由于$4(k+1)$对于$k\geqslant1$总是小于或等于$2(k+1)^2$，这一分式由于这一操作而增加。如果我们将式(6.55)右边第三项项替代为其上限，而后第三项和第四项相加，则我们得到：

$$\partial\log\overline{q}_k/\partial k<2/(2k+3)-2/(k+1)+(2k+1)w/[8+(k+1)^2w+(k+2)^2w] \tag{6.57}$$

式(6.57)右边第三项在其分母替换为$8+2(k+1)^2w$时会增大。通过此法可以看到这一项小于$1/(k+1)$。式(6.57)右边的第一项也小于$1/(k+1)$。这使得

$$\partial\log\overline{q}_k/\partial k<0\quad(k\geqslant1) \tag{6.58}$$

因此式(6.53)成立。

6.6.2 相对规模效应

定理3中的不等式(6.53)显示，编号低的市场段比编号高的市场段更为有利可图。这就是均衡解展现出来的定理4所述相对规模效应的根本原因。

定理4：

在定理2的假设下，均衡解处的利润率和相对规模之间具

有如下关系：

当且仅当 $s_i > s_j$，则

$$r_i > r_j \qquad (i = 1, \cdots, n; j = 1, \cdots, n) \qquad (6.59)$$

证明：

由定理 2 可知，我们有 $s_1 = \cdots = s_h$ 和 $s_h > \cdots > s_n$。因此只需要证明：

$$r_i > r_{i+1} \quad (i = h, \cdots, n-1) \qquad (6.60)$$

利润率 γ_i①可以写为阶段利润率 q_k 的加权平均：

$$r_i = \sum_{k=i}^{n} (C_k / F_i) q_k \qquad (6.61)$$

这使得：

$$r_i = (F_{i+1}/F_i) r_{i+1} + (C_i/F_i) q_i \qquad (6.62)$$

不等式(6.53)说明对于 $i \geqslant h$，阶段利润率 q_i 大于满足 $k > i$ 的任意 q_k。由式(6.61)和式(6.62)可知式(6.60)成立。

6.6.3　备注

$\overline{q}_k$ 的公式在 f 和 g_1 并非线性函数，但对线性的偏离不太严重的情况下，可能仍然近似成立。当然需要对每段分别计算 f 和 g_1 对线性的近似程度，而且作为式(6.39)中 w 的替代，需要对每个 k 使用一个不同的 w_k。由式(6.39)可知，$\overline{q}_k$ 是 w 的减函数。极限情形 $w=0$ 和 $w \to \infty$ 标明了 $\overline{q}_k$ 的上限和下限：

$$(2k+3)/(k+1)^2 \cdot [2 + (2k+3)/(k+1)^2]^{-1} < \overline{q}_k \leqslant$$
$$(2k+3)/2(k+1)^2 \qquad (6.63)$$

表 6.1 显示了 $k = 1, \cdots, 20$ 时的这些上下限。有趣的是 $\overline{q}_k$

① 原文为 γ，有误。——译者注

的下限小于$\bar{q}_{k+1}$的上限，不过与$\bar{q}_k$的取值范围相比，两者的差异非常小。由于在$\bar{q}_k$和$\bar{q}_{k+1}$的取值范围之间存在小的重叠，所以可以认为，在适度偏离线性时，$\bar{q}_k$将仍然是k的减函数。这对定理4的证明已足够了。相对规模效应并不完全取决于线性假设。

表6.1 阶段利润率$\bar{q}_k$的上下限

k	$\bar{q}_k$的上下限		k	$\bar{q}_k$的上下限	
	下限	上限		下限	上限
1	0.384 6	0.625 0	11	0.079 9	0.086 8
2	0.2800	0.388 9	12	0.074 0	0.079 9
3	0.219 5	0.281 2	13	0.068 9①	0.074 0
4	0.180 3	0.220 0	14	0.064 4	0.068 9
5	0.152 9	0.180 6	15	0.060 6	0.064 4
6	0.132 7	0.153 1	16	0.057 1	0.060 6
7	0.117 2	0.132 8	17	0.054 0	0.057 1
8	0.105 0	0.117 2	18	0.051 2	0.054 0
9	0.095 0	0.105 0	19	0.048 8	0.051 2
10	0.086 8	0.095 0	20	0.046 5	0.048 8

6.7 模型中的集中程度和盈利性

线性约定情形中，均衡解处的集中率c和m以及利润率r的明确公式可以很容易地导出。可惜这些公式相当复杂，不太可能导出c，m和r之间的关系以解析地考察r和c与m之间的联系①。

对均衡解是否展现了集中效应和边际集中效应的替代考察

① 原文为0.086 9，有误。——译者注

方法是采用数值范例计算。在本节中将给出一些初步的令人鼓舞的结果。一项独立研究将致力于对大量案例进行计划周详的考察。

在模型的线性约定情形中，有 5 个参数 a, b, u, v 和 $\bar{z}$。对 z 和 q_1 的量度单位可以进行选择，使 $a=b=1$，图 6.1 显示这种标准化不会影响相对规模和利润率。标准化模型只有 3 个参数，即 u, v 和 $\bar{z}$。

为计算方便，这里所考察的数值范例按如下方式选择：使式(6.30)不仅对 $k=h+1, \cdots, n$ 成立，而且也对 $k=h$ 和 $k=n+1$ 成立；式(6.30)的右式对 $k=n+1$ 给出 0，对 $k=h$ 给出 $\bar{z}$。显然，具有这一特殊性质的范例可以由一个三元集 (v, n, h) 表示，参数 v 和 n 决定 u，u 和 h 决定 $\bar{z}$。

在范例的计算中 v 只取 3 个值，为 $v=0$，$v=0.025$ 和 $v=0.05$。结果表明，只有相对小的 v 值才会使集中率 c 处于中间区段。

所计算的范例共有 74 个，所有 74 个案例可分为两个相互之间存在重叠的子样本，一个子样本包含 40 种案例，取 $v=0$，$n=8, \cdots, 12$ 和 $h=1, \cdots, 8$；另一个包含 39 个案例，取 $v=0$，$v=0.025$ 或 $v=0.05$ 以及 $h=1$ 和 $n=8, \cdots, 20$。显然，有 5 种案例是两个子样本所共有的。

在数值范例中可以看到较强的集中效应。74 个案例整体的 r 和 c 之间的斯皮尔曼(Spearman)秩相关系数为0.994，r 和 m 之间的斯皮尔曼秩相关系数为 −0.475。但这一结果不能被视为标示边际集中效应的存在，因为 c 和 m 之间的秩相关系数为 −0.428。r 和 m 之间的相关主要归因于 c 和 m 之间的相关，尽管两个相关系数之间的差异不是方向性的。

由于 r 和 c 之间存在紧密联系，所以通过 74 个案例的秩相关不能发现边际集中效应并不令人吃惊，有必要查看更小的样

本，其中四企业集中率 c 变动程度更小一些。为此，对 c 处于

$$0.5<c<0.6 \quad (6.64)$$

区间中的23种案例进行了回归分析。选择这一区间的原因，部分是由于它比其他0.1倍数构成的区间包含更多的案例，部分是因为在经验上的边际集中效应现象中，c 一般为中间值。根据式(6.64)的区间中的23个案例，获得以下回归结果：

$$r = 0.277c - 0.021 \quad (\text{当 } R^2 = 0.87) \quad (6.65)$$

$$r = 0.240c - 0.056m + 0.019 \quad (\text{当 } R^2 = 0.96) \quad (6.66)$$

这里，R^2 是判定系数。虽然基于计算数据的回归不具有通常的统计解释，但常规统计方法也为式(6.65)和式(6.66)中的近似关系的可行性提供了一些参考。

可以看到，变量 m 的引入改善了拟和度。r 对 m 的依赖足够强，可以拒绝式(6.65)中随机偏差的零假设（F 检验的显著性水平为双边1%）。

式(6.66)表现了根据经验调查得到的集中量度 c 与 m 和 r 之间的关系形式。集中效应和边际集中效应均在其中表现出来。

参考文献

Alemson M A. Demand, Entry and the Game of Oligopoly Over Time: Recent Australian experience. Oxford Economic Papers, 1969, 220～247

Collins N R, Preston L E. Concentration and Price-cost Margins in Manufacturing Industries. Berkeley, CA: University of California Press, 1968

Collins N R, Preston L E. Price-cost Margins and Industry Structure. Review of Economics and Statistics, 1969, 271～286

Gibrat R. Les inégalités économiquse. Libraire de Recueil Sirey, Paris, 1930

Kuhn H W. Extensive Games and the Problem of Information. In: Kuhn H W, Tucker A

W eds. Contributions to The Theory of Games, Vol. Ⅱ. Annals of Mathematics Studies, 1953, 28: 193～216

Miller R A. Marginal Concentration Ratios and Industrial Profit Rates. Southern Economic Journal, 1967, 34: 259～267

Miller R A. Marginal Concentration Ratios as Market Structure Variables. Review of Economics and Statistics, 1971, 289～293

Naslund B. An Analysis of Economic Size Distributions. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems No. 143(Springer-Verlag, Berlin), 1977

Selten R. Preispolitik der Mehrproduktenunternehmung in der statischen Theorie (Springer-Verlag, Berlin), 1970

Selten R. A Simple Model of Imperfect Competition, Where 4 Are Few and 6 Are Many. International Journal of Game Theory, 1973, 141～201

Selten R. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points of Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 25～55

Shephard W G. The Elements of Market Structure. Review of Economics and Statistics, 1969, 271～286

7. 卡特尔法律是否对实业不利?

7.1 导言

考虑一种卡特尔法律,它禁止垄断竞争市场上的任何类型的串通并得到实施。在这种法律环境中,价格预期会比在允许约束协议的形势中要低。因此,卡特尔法律对消费者有利。

初看起来,卡特尔法律似乎显然对生产者不利。垄断竞争者丧失了通过串通而提高其利润的机会。不过,这一论断并不说明卡特尔法律对实业不利。一般而言,与无串通行为相比,联合利润最大化允许市场上有更多的竞争者。在产业组织文献中已指出,联合利润最大化可能会导致过于拥挤的市场,其中每个供给者只有非常低的利润(Scherer, 1970)。卡特尔法律排除了这种过度进入的可能。在卡特尔法律下,市场上可能竞争者较少,利润更高。

术语"进入效应"用来指卡特尔法律对竞争者数目的减少效应。进入效应对串通效果有反作用。这种反向影响是否足够强,使卡特尔法律在利润最大化方面对实业有益呢? 这一问题将在理论模型框架中进行考察。

分析结果并不支持卡特尔法律对实业不利的想法。正相反，它说明在对市场参数分布的合理假设下，卡特尔法律提高了总利润的期望值。

为了揭示这一结论的直观原因，有必要给出该理论的初步但还不完备的概述。

模型将考察等待机会进入新市场的众多企业。新市场是具有线性成本和线性需求的古诺垄断竞争市场。对于那些未进入的企业来说成本为零，而进入者则有固定成本。成本函数对每个进入者是相同的。

新市场出现造成的策略形势取决于卡特尔法律是否得到实施。两种情况均建模为非合作扩展型博弈。在卡特尔法律下进行的博弈将被称为非串通博弈，没有卡特尔法律时进行的博弈称为串通博弈。

非串通博弈具有两个阶段：进入阶段和供给阶段。串通博弈还有一个谈判阶段，位于进入阶段和供给阶段之间。

进入阶段为两种博弈所共有。随机排序决定企业决定是否进入的次序。所有排序具有相同的可能性。企业知道成本和需求参数。进入阶段确定供给者集合之后，在非串通博弈中需要进行供给决策。在串通博弈中，供给者首先有机会达成卡特尔协定，其中规定供给数量。谈判阶段建模为全体一致博弈。每个供给者独立、同时地提出一个卡特尔协定，如果所有人选择了同样的提议，则它成为一个有约束力协定。否则，在供给阶段中，每个供给者独立而同时地选择一个供给数量。进入者以其所得利润为支付，没有进入的支付为零。

所用的解概念要对某一类别的扩展型博弈确定惟一的子博弈完美均衡点。为了完成这一点，将会采用局部对称性和局部有效性两种选择原则。

在非串通博弈的解中，能够使均衡利润为正的最大竞争者数目可以实现古诺－纳什均衡。串通博弈的解将给出能够使卡特尔利益为正的关于最大竞争者数目的对称卡特尔协议。

我们的理论框架提供了关于卡特尔法律对实业是好还是坏这一问题的精确计量标准，这需要查看两种博弈中的利润。最终获得的解的利润值是一项相关量度，称此为联合利润。在博弈开始前，各潜在进入者具有同样的利润预期，即联合利润除以局中人数目。串通和非串通博弈的利润总和将被称为联合卡特尔利润和联合古诺利润。

也可以比较单个供给者的个体卡特尔利润和个体古诺利润。由于进入效应，这一比较与联合利润比较相比更有利于非串通情形。不过，这一比较忽略了一个事实，即除市场上一个企业的利润外，成为市场企业中一员的机会对于获利机会的评价也是很重要的。因此，在本文中比较的是联合利润。

对于单个市场参数集合，联合古诺利润可能会大于也可能会小于卡特尔利润。有意义的比较必须以市场参数分布的均值为基础。就比较问题而言，市场可被描述为两个参数：垄断毛利润 M（销售额减去可变成本）和规模 s。规模 s 为垄断毛利润 M 对固定成本 C 的比率，$s=M/C$。

规模是市场的重要特征。卡特尔可获得的联合利润为 $M-nC$，其中 n 为竞争者的数目。在串通博弈解中，n 是低于 s 的最大整数。联合卡特尔利润为 $M(s-n)/s$。以后将证明，联合古诺利润也可以写为 M 和一个仅取决于 s 的因子的乘积。

引入函数 $W(s)$ 标示 s 的权重。对于给定的概率密度 $f(M,s)$，权重 $W(s)$ 是 s 的边际频率密度乘以 M 的条件期望。可以将 $W(s)$ 视为与规模 s 相对应的市场的经济重要程度，其原因是由这样的市场提供的毛利润机会由 $W(s)$ 表示。

卡特尔法律对实业是好还是坏取决于 $W(s)$的形状。非正式的经验考察说明，供给者数目在不同产品之间差异非常大。供给者数目和市场规模有关。因此，可以认为 $W(s)$是在较宽的规模范围上的较均匀的分布。

对于所要获得的结果而言，假设 $W(s)$对于 s 的弹性小于 1 就足够了。这等价于假设 $W(s)/s$ 递减。更进一步，设 $W(s)$在市场规模超过上限 $\bar{s}$ 时为零，这一上限小于企业总数 N，意味着企业数目必须足够大，以排除由于缺乏潜在进入者而产生的进入限制。同时也假设 $W(s)$的取值范围超过 $s=2$。

以下将显示，在上述关于 $W(s)$形状的条件下，卡特尔法律对实业有利，这是指联合古诺利润高于联合卡特尔利润。

分析结论依赖于对串通博弈中存在的合作机会的假设。限制进入的协定将不予以考虑。以这种方式对串通博弈建模是比较合理的，因为进入限制协定为了达到其目的必须包括几乎所有的潜在竞争者。在仅为进入一个新市场而构建新企业时，这样的协定是不可行的。

在可信的假设下，卡特尔法律在提高利润的意义上是对实业有利的。质朴的直觉并不总有利于自身的经济利益。

7.2 模型表述

本文的目的有限，没必要对扩展型博弈作规范定义。这里所考察的扩展型博弈在某些信息集处有无穷多种选择，此外它们和完美回忆有限扩展型博弈没有差别。特别地，博弈进行的长度受到上限限制。关于选择、信息集、策略等常用的博弈理论定义可以毫无困难地用到这种博弈中(参见 Kuhn, 1953 和 Sel-

ten, 1973 与 1975)。虽然此处考察的博弈模型可以直接用博弈理论分析,在此仍预先指出它与扩展型的基本定义之间的某些相似之处。特别是,子博弈概念将不加解释地加以使用。精确定义可在以上给出的参考文献中找到。用扩展型术语来表述这里所引入的博弈模型将是相当繁琐的,因此作为替代方法,将用公式表述两种博弈的一系列规则,其中包含了构造扩展型博弈所需要的所有信息。除了非本质的细节(例如同时决策在博弈树中表示的顺序)之外,扩展型博弈完全以这种明确方式确定。因此,只将模型的某些特征和扩展型博弈的规范结构联系起来就足够了。这一工作将在表述完两种博弈模型的规则之后进行。

7.2.1 成本和需求

需要引入的两种博弈模型具有 N 个局中人 $1, \cdots, N$,即等待机会进入市场的企业。博弈的进行确定了供给者集合 Z,它是所有局中人集合的子集。下面将引入涉及到成本和需求的概念和假设。

企业 $i \in Z$ 的供给记为 x_i,数量 x_i 是一个非负数(其中没有生产能力限制)。成本函数对每个企业 $i \in Z$ 相同:

$$K_i = C + \gamma x_i \tag{7.1}$$

C 和 γ 为正参数。总供给

$$x = \sum_{i \in Z} x_i \tag{7.2}$$

确定价格 p 为:

$$p = \begin{cases} \beta - \alpha x & 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\beta}{\alpha} \\ 0 & x > \dfrac{\beta}{\alpha} \end{cases} \tag{7.3}$$

α 和 β 为正参数。我们假设 $\beta>\gamma$（排除 $\beta\leqslant\gamma$ 情形并不会丧失一般性，因为这样的市场将不会激励进入）。边际利润 g 定义如下：

$$g = p - \gamma \tag{7.4}$$

根据式(7.3)我们有：

$$g = \begin{cases} \beta - \gamma - \alpha x & 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\beta}{\alpha} \\ -\gamma & x > \dfrac{\beta}{\alpha} \end{cases} \tag{7.5}$$

企业 $i\in Z$ 的毛利润 G_i 和净利润 P_i 如下：

$$G_i = x_i g \tag{7.6}$$

$$P_i = G_i - C \tag{7.7}$$

总的毛利润

$$G = xg \tag{7.8}$$

是所有企业 $i\in Z$ 的个体毛利润的总和。利用式(7.5)很容易计算 G 的最大值 M，称此为垄断毛利润：

$$M := \max_{x\geqslant 0} x(\beta - \gamma - \alpha x) = \frac{(\beta-\gamma)^2}{4\alpha} \tag{7.9}$$

我们称

$$s = \frac{M}{C} \tag{7.10}$$

为市场规模。由于 M 和 C 均为正数，所以规模 s 是正数。假设所有企业的数目 N 大于市场规模，我们有：

$$N > s > 0 \tag{7.11}$$

正如在导言中所解释的，$N>s$ 假设防止了由于缺乏潜在竞争者而产生的进入限制。

7.2.2 进入阶段

进入阶段是引入的两种博弈模型共有的,它始于对所有局中人排序 $r=(i_1,\cdots,i_N)$的随机选择。数学上 r 是数值 1,…,N 的排列。令 R 为所有这种排列构成的集合。假设这些排序中的每一个以同样概率 $1/N!$ 被选中。

随机选择 r 立刻为所有局中人 1,…,N 知晓。所有局中人 1,…,N 知道市场参数α,β,γ 和C。

随机选择 r 之后是由 N 个子阶段组成的进入阶段。在第 k 个子阶段,排序 $r=(i_1,\cdots,i_N)$中的第 k 个局中人i_k 必须作出其进入决策,这建模为对 0－1 变量 $z(i_k)$的选择。局中人 k 或者选择$z(i_k)=0$,这意味着他不进入;或者选择 $z(i_k)=1$,这表示进入。他的进入决策立刻为所有局中人知晓。因此,一个局中人在作其进入决策时完全知道所有以往的进入决策。

进入阶段在所有局中人 1,…,N 作出了进入决策之后结束。所有选择 $z(i)=1$ 的局中人 i 组成的集合记为Z。

在两种博弈模型中,在 Z 是空集的特殊情况下,博弈在进入阶段之后结束。如果这一情况发生,则所有局中人获得支付为 0。

7.2.3 进入阶段规则的解释

进入阶段的规则所基于的思路是:由于随机因素差异,企业进入新出现市场的准备程度是不同的,因而在进行进入决策之前,每个企业具有不同的延迟时间。因此,进入被建模为序贯的而不是同时的。进入被描述为不可逆的。为了辨明规则的这一

特征，可以将固定成本视为沉没成本。不进入的决定一旦作出，则不能重新加以考虑。这一简化假设的正确性可由以下事实证实：博弈模型的分析表明，尽可能在排序中更早出现是有利的，将进入决策延迟到必要的时间之后将不会有任何收获。

这里提出的博弈模型忽视了在进入阶段中获得的利润。假设进入阶段相对于市场的生命时间来说比较短。进入阶段之后获得的长期利润才是关键。

也可能建立更真实，但同时也会更复杂的模型，它们会导出同样的结论。可以引入退出选择并将固定成本建模为部分沉没的。这样分析将会复杂得多，但不会有本质上不同的结果。

7.2.4 供给阶段

我们的理论比较两种博弈模型：非串通和串通博弈。如果进入阶段确定了非空的供给者集合 Z，非串通博弈则进入供给阶段。

串通博弈可能也会达到供给阶段，这发生于两种情况中：一种是 Z 中只有一个局中人，则进入阶段后就是供给阶段（卡特尔谈判在这种情况下没有意义）；如果 Z 中至少有两个局中人，则在串通博弈的进入阶段之后是谈判阶段。串通博弈直接达到供给阶段的第二种情况，发生在谈判阶段中没有达成卡特尔协定之时。

在供给阶段，每个局中人 $i \in Z$ 选择其供给 x_i，这是一个非负实数。这些决策同时进行且彼此独立。

在两种博弈模型中，如果达到供给阶段，则博弈在供给阶段之后结束。

7.2.5 谈判阶段

串通博弈中,如果进入者组成的集合 Z 中至少有两个局中人,则进入阶段之后是谈判阶段。在谈判阶段,每个局中人 $i\in Z$ 提出一个供给向量建议:

$$\boldsymbol{Y}_i = (Y_{ij})_{j\in Z} \tag{7.12}$$

其中包含对每个 $j\in Z$ 有一个供给数量建议 $Y_{ij}\geqslant 0$,这由下标 $j\in Z$表示。供给向量 $\boldsymbol{Y}_i$ 被称为 i 的提议。

供给向量

$$\boldsymbol{Y} = (y_j)_{j\in Z} \tag{7.13}$$

成为有约束力协定,当且仅当下式成立:

$$\boldsymbol{Y}_i = \boldsymbol{Y} \qquad (\text{所有 } i\in Z) \tag{7.14}$$

局中人 $i\in Z$ 彼此独立地同时提出他们的提议 $\boldsymbol{Y}_i$。

谈判阶段之后,所有局中人 $i\in Z$ 的提议 $\boldsymbol{Y}_i$ 为所有局中人知晓。

7.2.6 非串通博弈

在非串通博弈中,进入阶段之后直接是供给阶段。博弈在供给阶段之后结束。局中人 $i\in Z$ 的支付为根据式(7.5)、式(7.6)和式(7.7)计算的净利润 P_i。局中人 $i\notin Z$ 收到零支付。

7.2.7 串通博弈

在串通博弈中,在进入阶段中只有一个局中人进入时,进入阶段之后才是供给阶段,否则进入阶段之后是谈判阶段。如果在谈判阶段中没有达成有约束力协定,则谈判阶段之后是供给阶段。一旦达到供给阶段,则其支付和非串通博弈的情况相同。

如果一种有约束力协定

$$Y = (y_j)_{j \in Z} \tag{7.15}$$

达成，则博弈在谈判阶段之后结束。供给 x_i 由协定确定：

$$x_i = y_i (i \in Z) \tag{7.16}$$

局中人 $i \in Z$ 得到在式(7.16)基础上计算的净利润，以作为他们的支付。局中人 $i \notin Z$ 得到的支付为 0。

7.2.8 扩展型博弈表述的一些特征

尽管并不需要对两种博弈模型作详细规范的表述，但仍应指出它们的一些特征。我们将非串通博弈的扩展型表述记为 Γ^1，串通博弈的扩展型表述记为 Γ^2(符号 Γ 用来表示扩展型博弈)。决策的表述遵从阶段的进行顺序，在进入阶段遵从子阶段的进行顺序；同时，决策按局中人编号顺序表述，编号越低出现越早。对同时决策作任意约定是必要的，因为扩展型的树结构要求将同时选择按顺序表示。

进入阶段以对 $N!$ 种选项的随机选择开始。在每一枝之后是需要进行进入决策的所有局中人的信息集。由于局中人知晓以往的进入决策，所以当他们必须作出其进入决策时，每一个这种信息集都只是博弈树的一个节点。直到进入阶段之后的阶段开始，两个博弈一直类似于完美信息博弈。

进入阶段可以以 $2^{N!}$ 种不同方式结束。供给者集合 Z 包含某一任意给定局中人的情况总计有 $2^{N!-1}$ 种。因此，在 Γ^1 中每个局中人有 $2^{N!-1}$ 种信息集对应于供给阶段中的可能决策形势。

在 Γ^2 中，如果 Z 中的局中人数目至少为 2，则出现谈判阶段。这在 $2^{N!-1}-N!$ 种情况中会出现。因此，在 Γ^2 中每个局中人 i 有 $2^{N!-1}-N!$ 个信息集对应于谈判阶段的可能决策

形势。

对于每个局中人 $i=1,\cdots,N$, 串通博弈 Γ^2 有无限多个信息集对应于供给阶段的决策形势。卡特尔谈判可能会以无限多种方法破裂。

对于对 Γ^1 和 Γ^2 的博弈理论分析来说,这些博弈具有子博弈是很重要的。这些子博弈将根据子博弈开始时需要进行的决策而命名。进入子博弈是以进入决策开始的子博弈,谈判子博弈开始于供给向量提议,而供给子博弈表示供给决策。

进行进入决策的每个节点是进入子博弈的原点。Γ^1 的供给子博弈以代表进入阶段可能结局的 $2^{N!}-N!$ 个节点作为原点。另有 $N!$ 个这样的节点为终点,它们代表没有人进入的情况。

串通博弈 Γ^2 具有两种子博弈。如果在进入阶段中只有一个局中人进入,则以代表进入阶段结局的节点为供给子博弈的原点。其他供给子博弈表示卡特尔谈判破裂的局势,在 Γ^2 中存在无穷多个这样的供给子博弈。Γ^2 的谈判子博弈以代表进入阶段可能结局的节点为其原点,其中至少有两个局中人进入。

包含至少一个信息集且并非整体博弈自身的子博弈被称为恰当子博弈。如果一个扩展型博弈没有任何恰当子博弈,则被称为不可分解的;否则它被称为可分解的。显然,Γ^1 和 Γ^2 的供给决策子博弈是不可分解的。Γ^2 的谈判子博弈和进入子博弈是可分解的。这些子博弈具有供给子博弈作为其恰当子博弈。

7.3 解概念

要对局中人在非合作博弈中理应如何行动这一问题给出确

定性的标准化回答,必须采用纳什(1951)的均衡点形式。指示非均衡行为的理论都是自相矛盾的论断,因为它们的指示本身就会产生自我偏离动机。

均衡性质不仅应在博弈整体中成立,同时也应在其子博弈中成立。这产生了子博弈完美均衡点概念。最初术语“完美”被用来表示这种均衡点(Selten,1965 和 1971),但此后引入了完美性的精炼化概念,这使得必须在完美性和子博弈完美性之间进行区分(Selten,1975)。

这里所应用的解概念是要选出处处适用的惟一纯策略子博弈完美均衡点。它的定义来自应用于不可分解博弈的两种选择原则和从博弈终点倒推的递归分解过程。这一过程的目的是将解可分解博弈的任务简化为解不可分解博弈的任务。

不可分解博弈借助于一种对称原则和一种效率原则进行求解。对称原则要求,解应该能反映博弈的对称性。效率原则要求,不存在能够使所有局中人(除不具备策略影响者外)获得更好结局的均衡点。

在寻找可分解博弈的解的过程中,必须求解的不可分解博弈具有这种博弈的局部特征。因此,这些不可分解博弈将被称为局部博弈。对称原则和效率原则也可用于局部博弈中。在这种意义上,此处的解概念采用的选择原则是局部对称性和局部效率。

对某特定类型扩展型博弈的解定义,其他地方曾提出一种类似但更为复杂的方法(Selten,1973)。它需要以复杂得多的方法定义解,尽管那种构造中所隐含的基本思想本质上和这里的研究方法是相同的。

约翰·豪尔绍尼(John C. Harsanyi)和笔者所提出的一般均衡选择理论(Harsanyi-Selten,1980,1982)也体现了完美性、局部

对称性和局部效率原则。要将这些原则应用于本文的问题，则我们的博弈模型近似为有限博弈。可以预期，其结论和我们这里所获得的结论在本质上没有不同，不过那样将受到大量技术细节的限制。因此，这里所选择的是更为直接的方法。

7.3.1 子博弈完美均衡点

在本文中我们将仅考虑纯策略。对于一个扩展型博弈 Γ 中的任一个信息集 u，令 Ψ_u 为 u 处的选择集。Γ 中局中人 i 的纯策略 $\varphi_i(u)$ 是一个函数，对局中人 i 的每个信息集 u 赋予一个选择 $\varphi_i(u)\in\Psi_u$。符号 Φ_i 表示 Γ 中局中人 i 的所有纯策略的集合。

假设 Γ 有 N 个局中人 $1,\cdots,N$。纯策略组合 φ 是满足 $\varphi_i\in\Phi_i$ 的 N 元集：

$$\varphi=(\varphi_1,\cdots,\varphi_N) \tag{7.17}$$

所有策略组合 φ 的集合记为 Φ。对于任意 $\varphi\in\Phi$，局中人 $1,\cdots,N$ 的期望支付 $H_i(\varphi)$ 组成的向量

$$\boldsymbol{H}(\varphi)=(H_1(\varphi),\cdots,H_N(\varphi)) \tag{7.18}$$

按通常采用的方法计算。纯策略集合 Φ_i 和支付函数 H 构成 Γ 的标准型 $(\Phi_1,\cdots,\Phi_N;H)$。

我们论及策略时所指的将总是纯策略，这是因为这里不考虑其他策略。类似地，策略组合将总是纯策略组合。

为便利起见引入以下约定。如果在一种策略组合 $\varphi=(\varphi_1,\cdots,\varphi_N)$ 中，第 i 个元素由 Ψ_i 代替，则产生的新策略组合记为 φ/Ψ_i。

策略 $\pi_i\in\Phi_i$ 如果满足

$$H_i(\varphi/\pi_i)=\max_{\varphi_i\in\Phi_i}H_i(\varphi/\Psi_i) \tag{7.19}$$

则这种策略被称为对 $\varphi \in \Phi$ 的最优反应。(纯策略)均衡点是一个策略组合 $\pi = (\pi_1, \cdots, \pi_N)$,具有如下性质:对于任意 $i = 1, \cdots, n$,策略 π_i 是对 π 的最优反应。

令 Γ' 为 Γ 的子博弈。我们称 Γ 中局中人 i 的策略 φ_i 生成了 Γ' 中局中人 i 的策略 φ'_i,如果 φ_i 和 φ'_i 在子博弈 Γ' 中对局中人 i 的信息集赋予了同样的选择。类似地,Γ 的策略组合 $\varphi = (\varphi_1, \cdots, \varphi_N)$ 在 Γ 的子博弈 Γ' 上生成策略组合 $\varphi' = (\varphi'_1, \cdots, \varphi'_N)$,它包含了由相应策略 φ_i 生成的策略 φ'_i。

如果 π 在 Γ 的任意子博弈 Γ' 上生成 Γ' 的均衡点 π',则 Γ 的均衡点 π 被称为是子博弈完美的。

7.3.2 对称原则

令 Γ 为不可分解扩展型博弈,并令 $(\Phi_1, \cdots, \Phi_N; H)$ 为 Γ 的标准型。直觉上,其对称是局中人和策略的一种重新命名。规范而言,对称是一种 (σ, τ) 对,其中 σ 是局中人集合对其自身的一种一一映射;$\tau = (\tau_1, \cdots, \tau_N)$ 是一种映射系统,使得 τ_i 是 Φ_i 对 $\Phi_{\sigma(i)}$ 的一一映射。更进一步,对对称的定义要求,(σ, τ) 在以下意义上是支付保持的。对于任意 $\varphi = (\varphi_1, \cdots, \varphi_N) \in \Phi$,令 $\tau(\varphi)$ 为包含策略 $\Psi_{\sigma(i)} = \tau_i(\varphi_i)$ 的策略组合 $\Psi \in \Phi_r$。如果下式对任意 $\varphi \in \Phi$ 和 $i = 1, \cdots, N$ 成立:

$$H_i(\varphi) = H_{\sigma(i)}(\tau_i(\varphi)) \tag{7.20}$$

则 (σ, τ) 对是支付保持的。

如果我们对于 G 的任意对称 (σ, τ) 有:

$$\tau(\pi) = \pi \tag{7.21}$$

则均衡点 $\pi \in \Phi$ 被称为对称不变的。

对称原则要求,不可分解子博弈的解是对称不变的均衡点。

7.3.3 效率原则

令 Γ 为不可分解博弈，并令 $(\Phi_1, \cdots, \Phi_N; H)$ 为 Γ 的标准型。局中人 i 被称为是非本质的，如果 Φ_i 仅包含一个纯策略，否则被称为是本质的。如果不存在其他均衡点 $\Psi \in \Phi$ 使得对于任意本质局中人 i 有 $H_i(\Psi) > H_i(\varphi)$，则均衡点 $\pi \in \Phi$ 被称为是有效率的。

效率原则要求不可分解博弈的解是有效率的。

7.3.4 不可分解博弈的解

一种不可分解扩展型博弈被称为可解的，是指它具有正好一个有效率的和对称不变的纯策略均衡点。如果 Γ 是可解的不可分解博弈，则其有效率的和对称不变均衡点 $\pi \in \Phi$ 被称为 Γ 的解。Γ 的解记为 $L(\Gamma)$。所有可解的不可分解博弈类别记为 K_1。对任意 $\Gamma \in K_1$ 赋予 $L(\Gamma)$ 的函数 L 被称为不可分解博弈的解函数。

7.3.5 评论

我们所用的方法会忽略掉一些标准型不能涵盖的不可分解博弈的特性。不过，只要要解的不可分解博弈具有标准型的策略结构，则这一局限并不严重。在我们的博弈模型中正是如此。本文的不可分解博弈局势是这样的，即每个本质局中人正好进行一次决策，这些选择同时进行。

7.3.6 递归分解

以下将引入递归分解过程，以便于将解可分解博弈简化为解不可分解博弈。

一种扩展型博弈 Γ 被称为可剪枝的，是指它是可分解的，且 Γ 的所有不可分解子博弈是可解的。对于任意可剪枝扩展型博弈，我们将定义剪枝 $T(\Gamma)$。剪枝是由 Γ 按以下方式产生的新博弈：不可分解恰当子博弈在这些子博弈的原点变为终点的意义上被砍掉了。$T(\Gamma)$中这些终点相联系的支付向量就是 Γ 中各不可分解子博弈的解的支付向量。除 Γ 的不可分解恰当子博弈外，剪枝 $T(\Gamma)$和 Γ 相同。

递归分解过程由反复剪枝完成。令 Γ_1 为博弈 $T(\Gamma)$。如果 Γ_1 是可剪枝的，则形成 $\Gamma_2 = T(\Gamma_1)$，如此等等。通过这种方法，可获得博弈序列 $\Gamma, \Gamma_1, \cdots, \Gamma_k$。$\Gamma, \Gamma_1, \cdots, \Gamma_k$ 中的每一个博弈均为序列中前一个博弈的剪枝。这一序列将继续下去，直到最终形成不可剪枝博弈 Γ_k。它或许是一个可分解博弈，其中至少有一个无解的不可分解恰当子博弈，或许是一个不可分解博弈。如果 Γ_k 是不可分解的和可解的，则 Γ 被称为是可解的。如果 Γ_k 是不可分解的话，则 Γ 的局部博弈是博弈 $\Gamma, \Gamma_1, \cdots, \Gamma_k$ 的不可分解恰当子博弈，以及博弈 Γ_k。显然，当且仅当 Γ 的所有的局部博弈是可解的时，Γ 是可解的。所有可解的扩展型博弈记为 K。

7.3.7 评论

在以下意义上，递归分解过程完成了将可解的可分解博弈 Γ 分解为局部博弈的任务。Γ 的每个信息集属于惟一确定的 Γ 的一个局部博弈。

可分解的可解博弈的解将由其局部博弈的解构成。这一思路由以下表述的扩展原则加以体现。

7.3.8 扩展原则

以下扩展型原则将解函数 L 从可解的不可分解博弈类 K_1 扩展到所有可解的扩展型博弈 K 上：如果 $\Gamma \in K$ 是可分解的，则在某局中人 $i=1,\cdots,N$ 的任意信息集处，$L(\Gamma)$指示的选择是由该信息集所属的 Γ 的局部博弈的解所指示的选择。

7.3.9 备注

扩展原则定义了这里所采用的解概念。这一定义会自行产生子博弈完美均衡点。这可以很容易地通过对递归分解过程形成的剪枝的数目作归纳推理而证明。这里将不给出证明过程，其他地方已证明以此论断为结论的定理(Selten, 1973, p.152, 定理 1)。

7.3.10 进一步的评论

局部博弈把握了局中人的局部利益。对于必须在一个信息集处作出决策的一个局中人而言，如果他预期在以后的局部博弈中，局中人将如解概念所指示的一样行动的话，则他会受相关局部博弈的特性驱动。因此，效率原则更应该应用于局部而不是全局。这是很重要的，因为在局部和全局效率之间可能存在冲突。一个简单的数值范例在其他地方曾说明了这一论点(Selten, 1973, p.166)。

7.4 博弈模型的解

在 7.2.8 中，对非串通和串通博弈的扩展型表述 Γ^1 和 Γ^2

的讨论展示了这些博弈的子博弈。这些子博弈中的每一个对应于一种局部博弈，它代表着相关阶段或者子阶段(在进入决策情形中)内的决策。我们将讨论局部进入博弈、局部谈判博弈和局部供给博弈，这时我们所指的分别是对应于进入子博弈、谈判子博弈和供给子博弈的局部博弈。

Γ^1 和 Γ^2 的解的确定将开始于对局部供给博弈的分析，也就是供给子博弈。然后我们将考察 Γ^2 的局部谈判博弈，最终是两种博弈模型的局部进入博弈。

7.4.1 供给子博弈的解

供给子博弈的结构仅取决于已进入市场的局中人集合 Z。$N!$ 种最初随机选择中的哪一种实现，形成进入决策并产生了 Z 并不重要，考察的是 Γ^1 还是 Γ^2，或者在串通博弈中卡特尔谈判是如何破裂的也不重要。

考察供给子博弈 Γ'，令 $Z=(i_1,\cdots,i_z)$为 Γ'中进入了市场的局中人集合。规范而言，不在 Z 中的局中人也是 Γ'的局中人，不过由于他们没有任何决策需要进行，因此他们中的每一个在标准型中只有一个策略。更进一步，他们获得的支付均为 0，不管 Z 中的本质局中人如何行动。

众所周知，如 7.2.1 中定义的具有线性成本和需求的对称古诺垄断竞争只有一个纯策略均衡点，即古诺解，其中每个局中人 $i\in Z$ 供应量相同：

$$x_i = \frac{\beta - \gamma}{\alpha(z + 1)} \tag{7.22}$$

其中，z 为 Z 中的供给者数目。对于每个 $i\in Z$，均衡净利润如下：

$$P_i = \frac{(\beta - \gamma)^2}{\alpha(z + 1)^2} - C \tag{7.23}$$

根据式(7.9)和式(7.10)可得：

$$P_i = \left[\frac{4}{(z+1)^2} - \frac{1}{s}\right]M \qquad (i \in Z) \qquad (7.24)$$

这些是局中人 $i \in Z$ 在 Γ' 的解决定的支付向量中获得的支付。其他局中人获得的支付为 0。

7.4.2 局部谈判博弈的解

令 Γ' 为 Γ^2 的局部谈判博弈。由于与供给子博弈情形中相同的原因，Γ' 的结构仅取决于已经进入的 z 个局中人的集合 $Z=(i_1,\cdots,i_z)$。更进一步，z 至少为 2。规范而言，不在 Z 中的局中人也是 Γ' 的局中人，不过他们是非本质的，而且不管 Z 中的局中人如何行动，他们均得到支付 0。

如果没有达成有约束力协定，则 Z 中的局中人获得之后，相应供给子博弈的解支付如式(7.24)。显然，Γ' 具有无限多均衡点。导致有约束力协定未实现的那些均衡点是没有效率的。其他均衡点对应相同的供给向量提议，它将使每个 $i \in Z$ 得到至少为与式(7.24)中一样的净利润。在这些均衡点中，只有使得净利润总和为 1 的那些是有效率的。

显然，Γ' 具有多个对称 (σ, τ)。Z 对 Z 的映射 $\{1,\cdots,N\}$ 的任意排列 σ 和同样的映射 τ_i 共同导出 Γ' 的一种对称。对于这样的对称，满足 $\pi=\tau(\pi)$ 的 Γ' 的惟一纯策略均衡点 π 确定了以下系统提议：

$$Y_i = Y = (y_j)_{j \in Z} \quad (i \in Z) \qquad (7.25)$$

其中

$$y_j = \frac{\beta - \gamma}{2\alpha z} \quad (j \in Z) \qquad (7.26)$$

这一共同提议 Y 对应的净利润对每个 $i \in Z$ 是相同的：

$$P_i = \frac{(\beta - \gamma)^2}{4\alpha z} - C \tag{7.27}$$

由于 $z \geqslant 2$ 时，$4z$ 小于 $(z+1)^2$，所以这些净利润高于式(7.23)中卡特尔谈判破裂情形下获得的净利润。

我们已经说明系统提议式(7.25)是 Γ' 的有效率均衡点 π，而且没有其他有效率的纯策略均衡点是对称不变的。不过，我们仍然没有证明 π 是对称不变的。

假设 (σ, τ) 是 Γ' 的一种对称，且 $\pi \neq \tau(\pi)$。显然，σ 必然是将 Z 映射到 Z 上。因为不在 Z 中的局中人在 Γ' 的标准型中只有一种策略，而且 τ_i 为一一映射。由于该对称是支付保持的，则对于任意 $i \in Z$，我们必然有

$$H'_i(\pi) = H'_{\sigma(i)}(\tau(\pi)) \tag{7.28}$$

其中，H' 是 Γ' 的标准型的支付函数。我们知道，对于任意 $i \in Z$，$H'_i(\pi)$ 等于式(7.27)的右式，因而这对 $H'_i(\tau(\pi))$ 也成立。这意味着 π 和 $\tau(\pi)$ 都使联合利润最大化并将这些利润在 Z 中的局中人中平均分配。不过 π 中的共同提议是具有这一性质的惟一的供给量向量，因此我们不能有 $\pi \neq \tau(\pi)$。

现在能够得出结论，即由式(7.25)和式(7.26)确定的提议系统是 Γ' 中惟一确定的有效率和对称不变的纯策略均衡点，或者换言之，为 Γ' 的解 $L(\Gamma')$。

7.4.3 非串通博弈的局部进入博弈的解

非串通博弈的剪枝 $T(\Gamma^1)$ 终点处的支付，对那些没有进入的局中人来说为0；对于那些进入的局中人来说，则由式(7.24)给出。考察 Γ^1 的局部进入博弈 Γ'，假设最初随机选择确定的

排序中第 j 局中人 i_j 是 Γ' 中需要进行进入决策的局中人。

有必要将 Γ' 开始时的进入者数目和允许古诺净利润非负的进入者的最大数目进行比较。为了能以方便的方式描述这一最大数目，我们将使用符号 $\text{int}\mu$ 来表示不大于 μ 的最大整数，其中 μ 为一个实数。定义：

$$m = \begin{cases} \text{int } 2\sqrt{s} & s \geqslant 1 \\ 1 & 0 < s < 1 \end{cases} \tag{7.29}$$

由式(7.24)可知，允许古诺净利润非负的最大进入者数目为 $m-1$。

非串通博弈 Γ^1 在 $2\sqrt{s}$ 正好为整数时，在这里所采用的解概念的意义上是不可解的。在这种边界情形中，递归分解过程中产生了一些局部进入博弈，其中进入和不进入均导致零支付。对于我们的目的而言，并不需要为这种边界情形定义解，因为这些例外情况并不影响评价平均联合古诺利润的积分式。

以下我们将假设 $m \neq 2\sqrt{s}$。令 k 为在 Γ' 中需要作出进入决策的局中人 i_j 之前已经进入的局中人的数目，Γ' 的解如下所示：

$$z(i_j) = \begin{cases} 0 & k \geqslant m-1 \\ 1 & k < m-1 \end{cases} \tag{7.30}$$

这意味着局中人 i_j 进入。当且仅当他进入后，进入者数目最多为允许正古诺净利润的进入者的最大数目 $m-1$。以下将通过在 $N-j$ 上的归纳，证明式(7.30)正确地描述了由 Γ' 的解 $L(\Gamma')$ 所指示的局中人 i_j 的进入决策。

显然，对于 $N-j=0$，惟一的最优进入决策由式(7.30)给出。假设式(7.30)对 $N-j=0,\cdots,h$ 都正确地描述了局部进入博弈的解，现考察 $N-j=h+1$。

考虑 $k \geqslant m-1$ 的情形。如果局中人 i_j 进入，则没有人会

在他之后进入。在进入阶段结束后，供给者的数目将是 $z = k + 1 \geq m$。因此局中人 i_j 在 Γ' 中 $z(i_j) = 1$ 时的支付为负，$z(i_j) = 0$ 是最优的，因为这样会得到零支付。

现在考虑 $k < m - 1$ 的情形。如有 $h + k + 1 < m - 1$，则所有在 i_j 之后需要进行进入决策的 n 个局中人将会进入，最后市场上将有 $z = h + k + 1 < m - 1$ 个供给者。对于 $h + k + 1 \geq m - 1$，排序中的后 $m - 2 - k$ 个局中人将进入，再往后局中人将不会进入，最后，市场上将有 $z = m - 1$ 个供给者。对于 $z \leq m - 1$，式(7.24)中的古诺净利润为正。因此 $z(i_j) = 1$ 是 i_j 在 Γ' 中 $k < m - 1$ 时的惟一最优选择。

边界情形 $m = 2\sqrt{s}$ 中的难题产生于 $k = m - 2$。此时局部进入博弈是不可解的，因为进入和不进入均会得到零支付。此时存在两个纯策略均衡点，即 $z(i_j) = 0$ 和 $z(i_j) = 1$，两者均不是对称不变的。这是因为，局部博弈的对称是其自身的映射。

7.4.4 串通博弈中局部进入博弈的解

在串通博弈 Γ^2 的情形中，对局部进入博弈可以以和非串通博弈情形中相似的方式求解。令 Γ' 为 Γ^2 的局部进入博弈，并令最初随机选择确定的排序中的第 j 个局中人 i_j 为必须在 Γ' 中进行决策的局中人。

具有 $z \geq 2$ 个供给者的局部谈判博弈的解中，获得的卡特尔净利润由式(7.27)给出。根据式(7.9)和式(7.10)，式(7.27)可以改写如下：

$$P_i = \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{s}\right)N \quad (i \in Z) \tag{7.31}$$

注意，式(7.31)也描述了 $z = 1$ 时所达到的供给子博弈中单个供给者获得的古诺净利润。定义：

$$n = \text{int } s \tag{7.32}$$

式(7.31)说明，n 是允许净利润非负的最大供给者数目。

边界情形 $n=s$ 出于与 7.4.3 中 $m=2\sqrt{s}$ 的同样理由需要排除。在边界情形 $n=s$ 中，由于局部进入博弈开始之前正好有 $n-1$ 个局中人进入，所以非串通博弈 Γ^2 是不可解的。

以下我们将假设 $n \neq s$。令 k 为局中人 i_j 在 Γ' 中作出决策之前已经进入的局中人数目，Γ' 的解如下：

$$z(i_j) = \begin{cases} 0 & k \geqslant n \\ 1 & k < n \end{cases} \tag{7.33}$$

这意味着局中人 i_j 进入，当且仅当在他进入之后，进入者的数目最多与使卡特尔净利润为正的最大进入者数目 n 相同。对式(7.33)正确描述了 Γ' 的解 $L(\Gamma')$ 这一论断的证明和 7.4.3 中对式(7.30)论断的证明相类似，所以这里没有给出。

7.4.5 非串通博弈解的性质

已经证明 Γ^1 除了 $2\sqrt{s}$ 为整数的边界情形以外是可解的。以下我们将假设 $2\sqrt{s}$ 不是整数，根据定义，Γ^1 的解 $L(\Gamma^1)$ 和 Γ^1 的局部博弈的解相吻合。因此由这里所采用的解概念挑出的子博弈完美均衡点完全如 7.4.1 和 7.4.3 中所描述。不过，我们仍然没有考察 Γ^1 的何种进行过程将实现，以及如果采用 $L(\Gamma^1)$ 则会获得何种期望支付。

根据定义，在 $0<s<1$ 情形中我们有 $m=1$，由式(7.30)可知，在这种情况下，如果采用 $L(\Gamma^1)$ 则没有局中人会进入。

现在我们考察 $s>1$ 的情形（我们已由 $m \neq 2\sqrt{s}$ 排除 $s=1$）。已经假设了 N 大于 s[见 7.2.1 中的式(7.10)]，对于 $s>1$，我们有：

$$(s+1)^2 - 4s = (s-1)^2 > 0 \tag{7.34}$$

而且因此有：

$$s+1>2\sqrt{s}>m \tag{7.35}$$

这使得

$$N>m-1 \tag{7.36}$$

对于 $s<1$，不等式(7.36)也成立。由式(7.36)可得，局中人数目超过使古诺净利润非负的最大数目。

我们现在应描述采用 $L(\Gamma^1)$将会发生的后果。首先，最初随机选择确定一种排序 $r=(i_1,\cdots,i_N)$。然后，根据式(7.30)，局中人 $i_1,\cdots,i_{m-1}$进入市场，局中人 $i_m,\cdots,i_N$ 不进入市场。这使得 $Z=(i_1,\cdots,i_{m-1})$。在供给阶段，每个供给者选择其古诺供给：

$$x_i=\frac{\beta-\gamma}{\alpha m}\quad(i=i_1,\cdots,i_{m-1}) \tag{7.37}$$

在博弈结束时，Z 中的局中人得到他们的古诺净利润：

$$P_i=\left(\frac{4}{m^2}-\frac{1}{s}\right)M\quad(i=i_1,\cdots,i_{m-1}) \tag{7.38}$$

其他局中人得到的支付为0。最终所能获得的所有支付的总和称为联合古诺利润，记为 P_c：

$$P_c=(m-1)\left(\frac{4}{m^2}-\frac{1}{s}\right)M \tag{7.39}$$

现在我们仍将注意力转到 Γ^1 的解 $L(\Gamma^1)$的期望支付上来。令 $H^1=(H_1^1,\cdots,H_N^1)$为 Γ^1 的标准型的支付函数。所有排序 r 是等可能的，因此每个局中人 i 以相同的概率$(m-1)/N$进入供给者集合 Z。这和式(7.38)一起导出：

$$H_i(L(\Gamma^1))=\frac{m-1}{N}\left(\frac{4}{m^2}-\frac{1}{s}\right)M\quad(i=1,\cdots,N) \tag{7.40}$$

当 m 定义为1时,式(7.39)和式(7.40)对 $0<s<1$ 的情形也成立。

7.4.6 串通博弈解的特性

以下将假设 s 并非整数,因为否则 Γ^2 不可解。由这里采用的解概念挑出的子博弈完美均衡点 $L(\Gamma^2)$ 完全如7.4.1、7.4.2和7.4.4中所述。以下我们将描述如果采用 $L(\Gamma^2)$,将会产生的结果。

首先,初始随机选择确定了一种排序 $r=(i_1,\cdots,i_N)$。然后,根据式(7.33),局中人 $i_1,\cdots,i_n$ 进入市场(已假设 $N>s>n$),剩余的局中人 $i_{n+1},\cdots,i_N$ 不进入市场。在 $n=1$ 的情形中,局中人 i_1 在供给阶段垄断了供给,在博弈结束时获得垄断净利润。在 $n>1$ 的情形中,进入阶段之后是谈判阶段,$Z=(i_1,\cdots,i_n)$ 中的每个局中人提出同样的提议:

$$Y_i = Y = (y_j)_{j\in Z} \quad (i = i_1,\cdots,i_n) \tag{7.41}$$

其中

$$y_j = \frac{\beta-\gamma}{2an} \quad (j = i_1,\cdots,i_n) \tag{7.42}$$

根据式(7.31),由这一共同提议所得的净利润如下:

$$P_i = \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{s}\right)M \quad (i = i_1,\cdots,i_n) \tag{7.43}$$

在博弈结束时,局中人 $i_1,\cdots,i_n$ 得到这些卡特尔净利润作为支付。式(7.43)也描述了在 $n=1$ 情形中局中人 i_1 获得的支付,在其中,进入阶段之后到达供给阶段。局中人 $i_{n+1},\cdots,i_N$ 收到零支付。

在 $0<s<1$ 情形中,没有人进入,所有支付的总和为0。$s>1$ 时,获得的所有支付的总和称为联合卡特尔利润,记为 P_M:

$$P_M = (1 - \frac{n}{s})M \quad (s > 1) \tag{7.44}$$

令 $H^2 = (H_1^2, \cdots, H_N^2)$ 为 Γ^2 的标准型的支付函数。由于所有排序是等可能的，所以每个局中人 i 以同样概率 n/N 进入供给者集合 Z。这和式(7.43)一起导出，对于 $i = 1, \cdots, N$，有：

$$H_i(L(\Gamma^2)) = \begin{cases} \frac{1}{N}(1 - \frac{n}{s})M & s > 1 \\ 0 & 0 < s < 1 \end{cases} \tag{7.45}$$

7.5 平均联合利润的比较

非串通和串通博弈是新市场出现局势下的策略结构理论。非串通博弈应用于卡特尔法律得到严格实施的制度环境，而串通博弈则描述的是没有这种串通限制的局势。由于两种博弈中均蕴含着同样的具有线性成本和需求的古诺垄断竞争模型，所以两种博弈的解可以进行有意义的相互比较。

对卡特尔法律是好还是坏这一问题如何赋予精确含义已经在导言中指出。在这里所提出的理论框架中，这一问题归结为，在对市场参数联合分布的合理假设下，期望联合古诺利润和期望联合卡特尔利润之间的比较。

7.5.1 平均联合利润

对于 $0 < s < 1$，两种博弈模型中均没有局中人进入，所有局中人得到的支付为 0。显然，在这一区间内比较没有多大意义。因此我们将注意力集中在 $s \geq 1$ 的参数组合上。

对于 s 的整数值，串通博弈 Γ^2 是不可解的。如果 $2\sqrt{s}$ 为

整数，则非串通博弈是不可解的。在进行比较时这并不重要。平均联合利润将在市场参数的连续联合概率分布上计算期望。因此我们将假设所导出的联合古诺利润和联合卡特尔利润的公式对所有 $s \geqslant 1$ 均成立，并在此基础上推导。

以下我们将重复比较联合利润所需要的 7.4 节中的有些公式。

$$m = \operatorname{int} 2\sqrt{s} \tag{7.46}$$

$$n = \operatorname{int} s \tag{7.47}$$

$$P_C = (m-1)\left(\frac{4}{m^2} - \frac{1}{s}\right)M \tag{7.48}$$

$$P_M = \left(1 - \frac{n}{s}\right)M \tag{7.49}$$

其中，$\operatorname{int}\mu$ 表示不大于 μ 的最大整数。在式(7.46)中，我们使用了假设：

$$s \geqslant 1 \tag{7.50}$$

7.2.1 中引入的具有线性成本和需求的古诺市场有 4 个参数 α, β, γ 和 C。联合利润 P_C 和 P_M 仅取决于式(7.9)和式(7.10)定义的两个参数 M 和 s，因此直接作出对(s, M)的联合概率分布的假设更为方便一些。

假设(s, M)具有连续分布，令 $f(s, M)$为(s, M)的概率密度。这种密度应该理解为 $s \geqslant 1$ 上的条件概率密度，因为我们只对在式(7.50)意义上的有利可图的市场感兴趣。我们假设 f 定义在有界闭区间上，并在这一区域上连续可微。由于这一区域是有界的，所以存在常数 $\bar{s}$ 和 $\overline{M}$，使得 $f(s, M)$在以下矩形之外为 0：

$$1 \leqslant s \leqslant \bar{s} \tag{7.51}$$

$$0 \leqslant M \leqslant \overline{M} \tag{7.52}$$

显然，如果希望在两种博弈模型的框架之内讨论，则必须假设上限 $\bar{s}<N$，否则缺乏潜在进入者造成的进入限制的情况就会出现。毛利润机会的上限 $\overline{M}$ 则几乎不需要进行任何验证。

我们感兴趣的是 P_C 和 P_M 的期望值 $E(P_C)$ 和 $E(P_M)$：

$$E(P_C) = \int_1^{\bar{s}}\int_0^{\overline{M}} P_C f(s, M)\mathrm{d}M\mathrm{d}s \tag{7.53}$$

$$E(P_M) = \int_1^{\bar{s}}\int_0^{\overline{M}} P_M f(s, M)\mathrm{d}M\mathrm{d}s \tag{7.54}$$

根据对 f 的假设，这些期望值是有限的。P_C 和 P_M 均为 M 和一个仅取决于 s 的因子的乘积，引入符号 $Q_C(s)$ 和 $Q_M(s)$ 来表示这些因子：

$$Q_C(s) = (m-1)\left(\frac{4}{m^2} - \frac{1}{s}\right) \tag{7.55}$$

$$Q_M(s) = 1 - \frac{n}{s} \tag{7.56}$$

我们将称 $Q_C(s)$ 为古诺利润因子，称 $Q_M(s)$ 为卡特尔利润因子。利润因子将联合净利润表述为垄断毛利润的分数，从而可以视为量度有多少最大可能毛利润转换为净利润的转化因子。

为了以更简单的方法重写式(7.53)和式(7.54)，我们引入函数 $W(s)$，称之为 s 的权重：

$$W(s) = \int_0^{\overline{M}} Mf(s, M)\mathrm{d}M \tag{7.57}$$

权重 $W(s)$ 可以解释为给定 s 时 M 的条件期望和 s 的边际密度的乘积，也可以将 $W(s)$ 视为市场规模 s 对 M 的期望的贡献。因此，$W(s)$ 是对市场规模 s 所提供的毛利润机会重要性的量度。f 上的假设使得 $W(s)$ 对所有满足 $1\leqslant s\leqslant\bar{s}$ 的 s 有

意义，而且在这一范围内是有界和连续的。

借助于式(7.55)、式(7.56)和式(7.57)，P_C 和 P_M 的期望可以表述为一种仅涉及 s 的函数上的积分：

$$E(P_C) = \int_0^{\bar{s}} Q_C(s) W(s) \mathrm{d}s \tag{7.58}$$

$$E(P_M) = \int_0^{\bar{s}} Q_M(s) W(s) \mathrm{d}s \tag{7.59}$$

$E(P_C)$和 $E(P_M)$是需要进行比较的平均联合利润。在 S 的某区间上，$Q_C(s)$大于 $Q_M(s)$；在 s 的其他区间，则相反的不等式成立。因此，$W(s)$的形状对比较结果至关重要。

7.5.2 对权重函数图型的假设

正如以上曾指出的，$W(s)$可以视为对市场规模 s 所提供的毛利润机会的一种量度。没有理由认为 $W(s)$在区间 $1\leqslant s\leqslant \bar{s}$ 的某些部分会增长得非常迅速。在两种博弈模型中，供给者数目分别为 $m-1$ 和 n，它们和市场规模 s 紧密相关。一般的经验表明，供给者的数目在相当大的范围内变动，不太可能出现毛利润机会集中在这一范围内的一小部分上。更为可信的是，认为 $W(s)$在区间 $1\leqslant s\leqslant \bar{s}$ 上相当平坦。

考察 $W(s)$对 s 的弹性。由于 f 被假设为是连续可微的，所以这一弹性存在。由 $W(s)$在 s 增加时不会增加得很快这一看法，可以给出更为精确的假设形式，即 $W(s)$对 s 的弹性小于 1：

$$\frac{\mathrm{d}W(s)}{\mathrm{d}s} \cdot \frac{s}{W(s)} < 1 \quad (1 \leqslant s \leqslant \bar{s}) \tag{7.60}$$

平均联合利润的比较将在对权重函数形状的这一假设上进行。条件式(7.60)可以重新表述为一种等价和更为便利的形

式 为此，我们引入平均权重函数 $w(s)$：

$$w(s) = \frac{W(s)}{s} \tag{7.61}$$

右边式的微分显示，当且仅当条件式(7.60)得到满足时，$w(s)$ 在 $1 \leqslant s \leqslant \bar{s}$ 范围内是递减函数。

$W(s)$上的另一假设涉及到上限 $\bar{s}$。$W(s)$为正的范围应该足够宽，对此将作出以下假设：

$$\bar{s} > 2 \tag{7.62}$$

在区间 $1 \leqslant s \leqslant 2$ 内，联合利润 P_C 和 P_M 是相同的，原因是在两种博弈模型中均只有一个局中人进入。

7.5.3 第一种中间结果

我们的最终目的是要证明，在对权重函数形状的假设式(7.60)下，平均联合古诺利润 $E(P_C)$在 $\bar{s}>2$ 的情况下大于平均卡特尔利润 $E(P_M)$。在这一节中，我们将导出一种中间结果，说明考察特例 $w(s)=1$ 即可。

利用式(7.61)，两种平均联合利润之间的差可以表述如下：

$$E(P_C) - E(P_M) = \int_1^{\bar{s}} [Q_C(s) - Q_M(s)] s w(s) \mathrm{d}s \tag{7.63}$$

为方便起见，对式(7.63)中的积分项引入符号 $D(s)$

$$D(s) = [Q_C(s) - Q_M(s)] s \tag{7.64}$$

根据式(7.55)和式(7.56)我们有：

$$D(s) = (m-1)\left(\frac{4s}{m^2} - 1\right) - (s - n) \tag{7.65}$$

式(7.63)右边的积分可以改写为一种双重积分：

$$\int_1^{\bar{s}} D(s) w(s) \mathrm{d}s = \int_1^{\bar{s}} \int_0^{w(s)} D(s) \mathrm{d}t \, \mathrm{d}s \tag{7.66}$$

式(7.66)的右边可以解释为 $D(s)$的一种面积积分，为了理解这一点，可以想像一种坐标系统，横轴为 s，纵轴为 t。令 F 为 $t=W(s)$之下，$s=1$ 的右边和 $t=0$ 之上的面积。式(7.66)的右边是 $D(s)$在 F 上的积分。同样的面积积分现在将以不同方式进行计算。令 $v(u)$为 $w(s)$在区间 $0\leqslant u\leqslant w(1)$上的反函数。由于 $w(s)$单调下降，这一反函数 $v(u)$存在。$v(u)$也是单调下降的。$D(s)$在 F 上的面积积分有以下替代计算：

$$\int_{1}^{\bar{s}} D(s)w(s)\mathrm{d}s = \int_{0}^{w(1)}\int_{0}^{v(u)} D(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}u \qquad (7.67)$$

如果我们有：

$$\int_{1}^{s} D(s)\mathrm{d}s > 0 \qquad (对于任意\ s>2) \qquad (7.68)$$

式(7.67)的右边对 $\bar{s}>2$ 是正的。

由于 $D(s)$在区间 $1\leqslant s\leqslant 2$ 上为 0，所以对于 $1\leqslant s\leqslant 2$，这一积分取值为 0。这是因为在这一区间内，P_C 和 P_M 均等于垄断净利润。根据式(7.63)，不等式(7.68)是在 $w(s)=1$，对 $1\leqslant s\leqslant\bar{s}$成立的特殊情况中，对于 $\bar{s}>2$，有 $E(P_C)$大于 $E(P_M)$。

结论：在关于权重函数形状的假设式(7.60)之下，如果式(7.68)满足，则我们有

$$E(P_C) > E(P_M) \qquad (7.69)$$

对于 $\bar{s}>2$ 成立。

7.5.4 第二种中间结论

本节将证明，如果式(7.68)对满足 $s>2$ 的整数 s 成立，不等式(7.68)对任意 $s>2$ 成立。式(7.65)的右式可以变换如下：

$$D(s) = -(\frac{m-2}{m})^2 s - m + n + 1 \qquad (7.70)$$

令 k 为满足 $k \geqslant 2$ 的整数，并考察区间 $k \leqslant s < k+1$。在这一区间内我们有 $n = k$。数值 m 在这一区间内可能并非常数，原因是在具有形式为

$$s = (\frac{h+1}{2})^2 \qquad (7.71)$$

的点处，m 的值由 h 变为 $h+1$，其中 h 为整数。在 $k+0.25$ 处就可以有这样的一个点。例如，在 $k=2$ 时就是如此。不过，无论此区间内是否有这样一个点，由于 m 增加时 $(m-2)/m$ 增加，所以函数 $D(s)$ 在这个区间上是非增的。事实上，对于 $k = 3, 4, \cdots$ 函数 $D(s)$ 在整个区间上是递减的。$k=2$ 的情形值得特别注意。在此我们有：

$$D(s) = 1 \quad (2 \leqslant s \leqslant 2.25) \qquad (7.72)$$

和

$$D(s) = -\frac{1}{9}s \quad (2.25 \leqslant s < 3) \qquad (7.73)$$

为方便起见，我们采用以下约定：

$$A(S) = \int_1^S D(s)\mathrm{d}s \qquad (7.74)$$

由于 $1 \leqslant s < 2$ 时 $D(s)$ 为 0，所以从 1 到 S 积分和从 2 到 S 积分均可。

设 $A(S)$ 对满足 $k < S < k+1$ 的某些 S 来说非正，其中 k 为整数。考察 $D(s) \geqslant 0$ 的情形。根据式(7.72)和式(7.73)，在这种情况下我们必然有 $k > 2$。$D(s)$ 在区间 $k \leqslant s < k+1$ 内是递减的。因此，$D(s)$ 对 $k \leqslant s < S$ 为正。因而我们必然有 $A(k) < A(S)$。

现在考察 $D(s)<0$ 的情形。在这一情形中，$D(s)$对 $S\leqslant s<k+1$是递减的，因而我们必然有 $A(k+1)<A(S)$。我们已经看到，如果 $A(S)$对满足 $k<S<k+1$ 的某些 S 来说非正，则或是 $A(k)$或是 $A(k+1)$必然为负。

结论：在关于权重函数形状的假设式(7.60)下，如果：

$$A(S)>0 \quad (S=3,4,\cdots) \tag{7.75}$$

其中，A 由式(7.74)定义，我们有：

$$E(P_C)>E(P_M) \tag{7.76}$$

对 $\bar{s}>2$ 成立。

7.5.5 最终结论的推导

为了导出最后的结论，证明式(7.76)成立即可。根据式(7.65)，函数 $A(S)$可以分解为两部分：

$$A(S)=\int_1^S(m-1)\left(\frac{4s}{m^2}-1\right)\mathrm{d}s-\int_1^S(s-n)\mathrm{d}s \tag{7.77}$$

如果 S 为整数，则第二项积分正好为$(S-1)/2$。第一部分可以在 m 为常数的子区间上进行计算。为此，我们引入辅助变量 Q_h：

$$Q_h=\int_{\frac{1}{4}h^2}^{\frac{1}{4}(h+1)^2}(m-1)\left(\frac{4s}{m^2}-1\right)\mathrm{d}s \quad (h=2,3,\cdots) \tag{7.78}$$

在此积分区间内，我们有 $m=h$。积分的计算得到：

$$Q_h=\frac{h-1}{2}\left(\frac{2h+1}{2h}\right)^2 \tag{7.79}$$

对于任意 $h=3,4,\cdots$我们得到：

$$A\left(\frac{h^2}{4}\right)=-\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4}-1\right)+\sum_{j=2}^{h-1}\frac{j-1}{2}\left(\frac{2j+1}{2j}\right)^2 \tag{7.80}$$

如果在式(7.80)中将$(2j+1)^2/4j^2$ 代以 1 就得到了 $A(h^2/4)$

的下限：

$$A(\frac{h^2}{4}) > -\frac{1}{2}(\frac{h^2}{4}-1)+\frac{1}{4}(h-1)(h-2) \quad (7.81)$$

考察满足以下条件的整数 S：

$$\frac{h^2}{4} \leqslant S < \frac{(h+1)^2}{4} \text{①} \quad (7.82)$$

根据式(7.77)和式(7.81)，我们有：

$$A(S) > -\frac{1}{2}(S-1)+\frac{1}{4}(h-1)(h-2)+ \frac{h-1}{h^2}\int_{\frac{h^2}{4}}^{S}(4s-h^2)\mathrm{d}s \quad (7.83)$$

用 $B(S)$标记式(7.83)的右式。即便我们只是对 S 的整数值感兴趣，我们仍可以将 $B(S)$视为 S 的连续函数。考察$B(S)$对 S 的导数 $B'(S)$：

$$B'(S) = -\frac{1}{2}+\frac{h-1}{h^2}(4S-h^2) \quad (7.84)$$

显然，这一导数随 S 增加。在式(7.82)区间内，当这一导数为 0 时，函数 $B(S)$达到其最小值。令 $\tilde{S}$ 为相应的 S 值：

$$\tilde{S} = \frac{h^2}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{h^2}{h-1} \quad (7.85)$$

计算 $B(\tilde{S})$的值得到：

$$B(\tilde{S}) = -\frac{1}{2}(\frac{h^2}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{h^2}{h-1}-1)+\frac{1}{4}(h-1)(h-2)+ \frac{h-1}{h^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{h^2}{h-1}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{h^2}{h-1} \quad (7.86)$$

---

① 原文为$\frac{h^2}{4} \leqslant S < (\frac{h-1}{4})^2$，有误。——译者注

$$B(\widetilde{S}) = \frac{1}{8}h^2 - \frac{1}{8}\cdot\frac{h^2}{h-1} - \frac{3}{4}h + 1 \qquad (7.87)$$

由于 $h/(h-1) \leqslant 2$，我们有：

$$B(\widetilde{S}) > \frac{1}{8}h^2 - h + 1 \qquad (7.88)$$

这说明 $B(\widetilde{S})$ 在 $h \geqslant 8$ 时为正。因此，$B(\widetilde{S})$ 在 $\widetilde{S} \geqslant 16$ 时为正。这样，$A(S)$ 对所有满足 $S \geqslant 16$ 的整数 S 为正。数值计算显示，$A(S)$ 对 $S = 3, \cdots, 15$ 也为正。下面给出了 $S \leqslant 30$ 的 $A(S)$ 值的一个表（见表 7.1），这可以表明 S 增加时序列发展的方式。以下定理表述了本文的主要结论。

定理：

在关于权重函数形状的假设式(7.60)下，对 $\bar{s} > 2$ 我们有：

$$E(P_C) > E(P_M) \qquad (7.89)$$

表 7.1　$S = 2, \cdots, 30$ 时 $A(S)$ 的值

S	$A(S)$	S	$A(S)$	S	$A(S)$
2	0.00	11	2.57	21	6.90
3	0.03	12	3.46	22	6.89
4	0.64	13	3.53	23	7.28
5	0.51	14	3.64	24	8.07
6	1.14	15	4.25	25	9.25
7	1.22	16	5.34	26	8.93
8	1.52	17	5.06	27	8.97
9	2.46	18	5.21	28	9.37
10	2.24	19	5.81	29	10.13
		20	6.84	30	11.25

7.5.6 结束语

以上显示，在可信假设下，这里所提出的理论框架导出的结论是：卡特尔法律在使平均联合利润更大的意义上对实业有利。其中的假设是结论的充分条件，但决非必要条件。不过现在仍不清楚何种弱假设能够得到同样的结论。

参考文献

Cournot A. Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, Paris, 1838

Harsanyi J C, Selten R. A General Theory of Equilibrium Selection in Games, Chapter 2, Working Paper No. 105. Institute of Mathematical Economics, University of Bielefeld, 1980

Harsanyi J C, Selten R. A General Theory of Equilibrium Selection in Games, Chapter 3, Working Paper No. 114. Institute of Mathematical Economics, University of Bielefeld, 1982

Kuhn H W. Extensive Games and the Problem of Information. In: Kuhn H W, Tucker A W eds. Contributions to the Theory of Games, Vol. II. Annals of Mathematics Studies, 1953, 28: 193－216

Nash J F. Non-cooperative Games. Annals of Mathematics, 1951, 54: 155～162

Scherer F M. Industrial Market Structure and Economic Performance. Chicago, 1970

Selten R. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1965, 121: 301～324, 667～689

Selten R. A Simple Model of Imperfect Competition, where 4 are Few and 6 are Many.

International Journal of Game Theory, 1973, Vol. 2, 3: 141～201

Selten R. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points of Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 25～55

第三部分　合　　作

8.不完全信息谈判:数值实例

不完全信息下谈判局势的一种一般性纳什解已由约翰·豪尔绍尼和笔者提出①。以下这种一般性纳什解将被应用到一种单参数数值实例中。

正如我们从日常经验中所知道的,双人谈判是一种动态过程。一般可以观察到一系列的出价和还价,它们或者收敛于一种协定,或者以冲突结束。这一动态过程的目的是什么呢?在完全信息谈判局势中,很难理解为什么会存在一种谈判过程,因为谈判双方完全知道局势中决定谈判结局的所有相关信息,两人均应能够预测最终协定并立即实现,不需要进行一系列的相互让步。

不完全信息谈判理论对谈判动态提供了理性解释。在此,谈判双方均知道局势的某些方面但不知道其他情况。特别是,一个谈判者可能不知道对方是否处于强有力的谈判地位。如我

---

① John C. Harsanyi and Reinhard Selten. A Generalized Nash Solution for Bargaining Games with Incomplete Information. Management Science, Vol. 18, No. 5, January, Part 2, 1972, 80~106.以下这一论文将被称为[HS].笔者很感谢和John C. Harsanyi进行的一些讨论,他对本文的内容具有很大的影响。

们将看到的，在本文的例子中，谈判过程有助于解决这种不确定性问题。

在谈判过程中，一个居于谈判地位优势的局中人可能得到证明其优势的机会，而处于谈判地位劣势的局中人可能会被迫暴露其弱势。为了证明其力量，一种局中人可能会采取强势行动，他会冒冲突的危险，而这种危险是处于弱势的局中人无法承担的。谈判过程的动态看来是形成可信信息交流的工具，其可信程度由冒冲突危险的愿意程度来决定。

8.1 一种简单的双人垄断局势

本文中考察的不完全信息谈判局势具有以下经济解释：政府愿意向两个企业，称为 1 和 2，提供一项合同。为了得到该合同，两个企业必须对数目为 100 的总额——这是这一合同的毛利润——的分配达成协定。一个企业无法单独得到该合同。为了确定总利润分配中的某种协定对企业 i 是否有利，需要知道企业 i 的机会成本，它取决于生产能力的利用程度。我们假设生产能力利用率比较低时，机会成本为 0；比较高时机会成本为 a。a 是一个满足 $0 \leqslant a \leqslant 50$ 的常数。表 8.1 显示了机会成本对生产能力利用率的依赖关系，每一格中左上角的数值对应于企业 1，右下角的数值对应企业 2。符号 H 和 L 分别表示"高"和"低"。

如果企业 i 的生产能力利用率比较高，则我们说企业 i 的类型为 H；同样，生产能力利用率比较低的称为类型 L。我们假设 4 种类型组合 (H, H)，(H, L)，(L, H) 和 (L, L) 具有同样概率（表 8.2）。表 8.1 和表 8.2 给出的信息是两个企业的公共信息。

表 8.1 机会成本(冲突点)

		企业 2 H	企业 2 L
企业 1	H	a, a	a, 0
	L	0, a	0, 0

表 8.2 概率矩阵

		企业 2 H	企业 2 L
企业 1	H	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	L	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

每个企业均有附加信息,即知道自己的类型,但这一信息仍是不完全的,因为它们不知道另一个企业的真实类型。我们假设企业无法证明它们为某一特定类型。因此,信息的不完全性不能通过交流而排除。一个类型为 L 的企业为增强其谈判优势会谎称其类型,而如果这种谎言被相信的话,则这会使它获利,因此类型为 H 的企业不能有效地说明它是类型 H。

两个企业之间的协定是对总额 100 的一种分配。令 z 为企业 1 的份额,则 $100-z$ 是企业 2 的份额。在[HS]的理论中,协定由一种双矩阵 $u=(u_{ikm})$给出,其中 u_{ikm}是局中人 i 在局中人 1 为类型 k 而局中人 2 为类型 m 时的支付。这一双矩阵对应于表 8.3 给出的两个企业间的协定。为了使这一例子和理论中的符号相符,方便时我们会称类型 H 和 L 为类型 1 和 2。

表 8.3 协定的双矩阵表示

		企业 2 H	企业 2 L
企业 1	H	z ; $100-z$	z ; $100-z$
	L	z ; $100-z$	z ; $100-z$

规范而言，冲突点（表 8.1）作为[HS]的协定集合 U 中的一个元素，也是一种协定。

由于[HS]的理论只是为有限协定集而建立，我们假设其中存在一种最小的货币单位，其价值为 ϵ；份额 z 必须是 ϵ 的整数倍，而且 $0\leqslant z\leqslant 100$；进而设 $1/\epsilon$ 是一个正整数（可能非常大）。

为了能够将该理论应用到这一范例中，我们假设两个企业的效用均是现金收入的线性函数。这两个企业是不完全信息谈判局势 $S=(U,c,r)$ 中的局中人，其中协定集 U 包含冲突点 c 和表 8.3 中的协议双矩阵。冲突点是表 8.1 的机会成本双矩阵，概率矩阵 Γ 由表 8.2 给出。

有时方便的做法是将这一例子的谈判局势视为一种由 4 个类型或"子局中人"（我们将如此称呼它们）进行的博弈。子局中人从 1 到 4 编号。编号 1，…，4 分别指局中人 1 的类型 H 和 L 以及局中人 2 的类型 H 和 L。

8.2 谈判模型

[HS]的理论基于一种谈判模型，它将谈判过程描述为一系列离散过程 $t=1,\cdots,T$。这一模型将谈判局势转换为一种谈

判博弈。可将模型总结为以下5项规则。

规则1:在每个阶段,每个局中人提出一项建议。一项提议就是一种协定 $u \in U$。提议同时进行,而且进行时并不知道对手在同一阶段中所给出的提议,只有在双方均提出提议后,这些提议才为另一方所知。

规则2:没有由同一局中人提出过的提议被称为一项新提议。如果在某一阶段 t,两个局中人均没有作出新提议,则谈判以冲突结束。如果发生这种情况,则谈判结束,且局中人获得他们的冲突支付。

规则3:在某些阶段 t,局中人双方均作出的同一项提议——可能是以前阶段中有一个局中人曾经提出的——称为被接受的提议。如果出现只有一个被接受提议的情形,则在该提议上达成协定。如果发生这种情况,则谈判结束,局中人获得由该协定所规定的支付。

规则4:如果出现存在两个被接受提议的情况——这出现在两个局中人均提出了另一方在前某阶段提出的提议之时——则由随机决策以同等概率在局中人中选择一个;由被选中的局中人选择两个被接受提议中的一个成为谈判过程达成的协定。此时谈判结束,局中人得到由协定规定的支付。

规则5:如果在阶段 t 中出现的情况是,其中至少有一个新提议而没有被接受提议,则谈判继续到下一阶段 $t+1$。

谈判博弈:规则1至规则5用于谈判局势中,则形成一种谈判博弈。谈判博弈可以视为由子局中人1,…,4进行的一种有限扩展型博弈。这一博弈中的策略被称为谈判策略。谈判策略对可能需要子局中人进行决策的每种可能局势指明一种提议 $u \in U$(在规则4情形中,选择限制在两个被接受提议上)。

8.3 解概念

[HS]中建立的一般性纳什解所基于的思路是，谈判博弈是以非合作的方式进行。一般来说，只有均衡点被视为非合作博弈解的合格候选项。[HS]中采用的观点在某种意义上比这更窄一些，而在另一种意义上又比这更宽一些。一方面，只有具有一种附加性质——严格性——的均衡点方被视为是合理的。另一方面，不仅严格均衡点本身而且严格均衡点的概率混合也被视为进行非合作谈判博弈的可能的合理性方式。

严格均衡点由以下性质刻画：如果一个局中人(如局中人j)采用了对其他局中人均衡策略的替代最优反应，而其他局中人仍采用他们的均衡策略时，所有局中人的支付均保持不变。在[HS]中认为，只有严格均衡点才能形成稳定的支付配置。这一例子表明在何种意义上非严格均衡点可能是非常不稳定的。

认为严格均衡点的概率混合也代表着理性行为方式的想法来自于一种假设，即认为局中人可以根据在博弈之前发生且可被共同观察到的随机事件来选择他们的行为[①]，其中随机事件起到信号作用，告诉局中人多个严格均衡点中的哪一个会在博弈中被采用。

如果采用这种观点，就会希望得到一种能够对每个谈判博弈指示出惟一严格均衡点的概率混合的理论。在[HS]中提出的理论还没有细致到这种程度，它对谈判博弈中的子局中人惟

① 正如 R.J.Aumann 所指出的，应该把更广范围内的行为协同方式都当作是合理的。我们这里将不对这些可能性进行考察。参见 R.J.Aumann. Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies. Research Program in Game Theory and Mathematical Economics. Research Memorandum No. 84, Jerusalem/Israel, January, 1973

一确定了一种支付向量，至少对应于严格均衡点的一种概率混合。这一支付向量被称为一般化纳什解。以一般化纳什解作为其支付向量的严格均衡点概率混合将被称为是解的表示。

协定集 U 的有限性便于理论的建立，但同时使其应用复杂化。由于考察一般化纳什解如何取决于 ϵ 的实例意义并不大，所以我们将不去寻找精确解，而是寻找一种近似解，它在 ϵ 趋于 0 时任意接近于精确解。我们将展示一种近似解，它可以由至多两个纯策略严格均衡点的概率混合表示。我们将这一近似解的表示称为主表示。8.4 节即描述主表示中谈判博弈的均衡点。

8.4 谈判博弈的差异均衡点和无差异均衡点

在谈判博弈机会成本参数 a 的整个区域 $0 \leqslant a < 50$ 上，谈判博弈具有一个特定的纯策略严格均衡点，由于在该处两种类型以同样方式行动，所以我们称之为无差异均衡点。对于 $25+\epsilon < a \leqslant 50$，再考察另一个纯策略严格均衡点，我们称之为差异均衡点，因为行为取决于局中人的类型。

无差异均衡点和差异均衡点之间具有很大不同，但在一些不那么重要的局势中，它们指示同样的行为。两种均衡点均要求所有 4 个子局中人服从以下所述的“一般性”建议(G1)和(G2)。此后一般性建议将通过对两种均衡点不同的“特别”建议来补充完成。

建议首先描述了它们所适用的局势，而后是所要求的行为。可惜的是，它必须覆盖那些均衡策略被采用时不会出现的情况。

对于构建近似解的表示而言，给出哪种建议在大多数情况下并不十分重要。不过，通过在所有可能情况中均确定合理选择的各均衡点来表示近似解就比较理想了，即便这会使阐述更为复杂。

有时我们会说一个局中人“要价 d”或者“选择 d 作为其要价”，其中 d 是一个 0 到 100 之间的数。这些表述意味着提出了一种协定，如果我们是在讨论局中人 1，则该协定为 $z=d$；如果我们讨论的是局中人 2，则该协定为 $z=100-d$（参见表 8.3）。

建议指明是对阶段 k 时，有假设 $k>1$。对阶段 1 有单独的建议。局中人在阶段 $1,\cdots,k-1$ 中所作出提议中的最低支付，被称为其在阶段 k 的“最低以往要价”。现考察局中人从另一局中人于阶段 $1,\cdots,k-1$ 所提出提议中所能获得的最高支付。为便利起见，我们称之为局中人在阶段 k 中的“让步支付”。

一般性建议如下所述：

(G1) 在阶段 k 中，你的最低以往要价低于你的让步支付。在这种情况下，选择你在阶段 k 的让步支付作为你在阶段 k 中的要价。

(G2) 必须在两种被接受协定之中进行选择。在这种情况下，如果其中一个对你更有利，则选择它；如果两者不分上下[1]，则选择冲突点。

在一般性建议适用时，特别建议不起作用。这一点在特别建议的陈述中将不会明确表述。无差异均衡点由以下建议 (N1) 到 (N3) 描述。

---

① 这种情况只有在两种被接受协定中有一个是冲突点时才会出现。由于规范而言，冲突点也是一种可能的协定，所以谈判博弈的规则未排除这一情况。

(N1) 在阶段 1 中要价 50。

(N2) 阶段 k 中你的让步支付不大于 50,则这种情况下在阶段 k 中要价 50。

(N3) 阶段 k 中你的让步支付大于 50,这种情况下选择你在阶段 k 中的让步支付作为你在阶段 k 中的要价。

差异均衡点的描述更为复杂。必须分别对两种类型给出单独的建议。类型 H 的子局中人服从以下所述的建议(H1),(H2)和(H3)。除非他自己以前偏离了其均衡策略,否则他将总是要价 $75-\epsilon$。为什么他的要价正好为 $75-\epsilon$,这将在 8.6 节中作部分解释。

(H1) 在阶段 1 要价 $75-\epsilon$。

(H2) 如在阶段 $1,\cdots,k-1$,你的要价总是 $75-\epsilon$,则在这种情况下在阶段 k 要价 $75-\epsilon$。

(H3) 如在阶段 $1,\cdots,k-1$ 中,至少一个阶段中你的要价不等于 $75-\epsilon$,则在这种情况下在阶段 k 中如(N2)和(N3)所指示的一样选择你的要价。

在差异均衡点中类型为 L 的子局中人服从以下所述的特别建议(L1)到(L4)。为了以启发性的方式对(L3)和(L4)的内容进行表述,我们引入以下定义:"另一个局中人在阶段 k 的预期提议"是指在阶段 k,如果另一个局中人是服从一般性建议(G1)和(G2)以及特别建议(H1),(H2)和(H3)的类型为 H 的子局中人,则他会提出的提议。

建议(L3)和(L4)可解释为,在这些局势中,类型为 L 的子局中人将根据另一个局中人为类型 H 的子局中人这一假设采取行动。

(L1) 在阶段 1 要价 $75-\epsilon$。

(L2) 如在阶段 1 你的要价为 $75-\epsilon$,而另一个局中人的要

价为 75 - ε，则在阶段 2 你应要价 50。

(L3) 在(L2)不适用的阶段 k 中，如果你的让步支付不大于另一个局中人的预期提议中给你的支付，则选择另一个局中人在阶段 k 中的预期提议作为你在阶段 k 中的提议。

(L4) 在(L2)不适用的阶段 k 中，如果你的让步支付大于另一个局中人的预期提议中给你的支付，则选择阶段 k 中你的让步支付作为你在阶段 k 的要价。

均衡进行过程：如果两个局中人采用特别建议(N1)，则两者均在阶段 1 中要价 50，协定立刻达成。无差异均衡点使得 4 个子局中人均获得均衡支付 50。

假设采用的是差异均衡点所指示的策略，相应子局中人的要价如表 8.4 所示。类型为 H 的子局中人根据(H1)和(H2)在阶段 1，2 和 3 要价为 75 - ε。类型为 L 的子局中人根据(L1)和(L2)在阶段 1 中要价为 75 - ε，而在阶段 2 中要价为 50。在阶段 3，类型为 L 的子局中人使用(L3)。他选择另一个局中人的预期提议作为自己的要价，因此要价为 25 + ε。最多 3 个阶段之后，博弈结束。

表 8.4　差异均衡点的均衡要价

	阶段 1	阶段 2	阶段 3
类型 H	75 - ε	75 - ε	75 - ε
类型 L	75 - ε	50	25 + ε

如果两个类型为 H 的子局中人相遇，在阶段 2 中会导致冲突。如果一个类型为 H 的子局中人具有一个类型为 L 的对手，则在阶段 3 中达成协定，其中类型 H 的子局中人得到 75 - ε，而类型为 L 的子局中人得到 25 + ε。在两者均为类型为 L 的子局中人时，在阶段 2 达成协定，两个人均获得 50。均衡支付显示

在表 8.5 所示的双矩阵中。由于对两种类型的每一种来说，另一个局中人为两种类型的条件概率均为 1/2，因此类型所得的期望支付如双矩阵表 8.5 的右边所示。

表 8.5 差异均衡点处的支付

	H	L	期望均衡支付
H	a, a	$75-\epsilon$, $25+\epsilon$	$37\frac{1}{2}-\frac{\epsilon}{2}+\frac{a}{2}$
L	$25+\epsilon$, $75-\epsilon$	50, 50	$37\frac{1}{2}+\frac{\epsilon}{2}$

8.5 无差异均衡点和差异均衡点的严格性

到现在为止，我们仍然没有证明 8.4 节中所描述的均衡点实际上就是谈判博弈的均衡点。下面我们将进行证明，而且我们将进一步显示，两种均衡点均是严格的。

无差异均衡点：我们首先考察无差异均衡点。显然，如果另一个局中人采用其均衡策略的话，则策略偏离不能导致多于 50 的支付。这说明无差异均衡点是一个均衡点。为了证明它是严格的，我们必须考察替代最优反应。显然，如果另一个局中人采用其均衡策略，则替代最优反应必须产生使两个局中人均得到支付 50 的协定。一个替代最优反应不改变另一个局中人的支付，这说明无差异均衡点是严格的。

对于极限情形 $a=50$，由无差异均衡点所指示的行为仍具有均衡点的性质，但不再是严格的。导致冲突的策略对类型为

H 的子局中人而言，是替代最优反应。因此，当我们考察无差异均衡点时，将极限情形 $a=50$ 从所考察区域 $0 \leqslant a < 50$ 中排除。

差异均衡点，类型为 H 的子局中人所处的局势：现在让我们将注意力转移到定义于 $25+\epsilon < a \leqslant 50$ 上的差异均衡点上。考察类型为 H 的子局中人所处的局势。假设另一个局中人的行动如差异均衡点所指示。如果类型为 H 的子局中人采用其均衡策略，则在另一个局中人为类型 L 时他得到 $75-\epsilon$，在另一个局中人类型为 H 时他得到 a。正如我们将要看到的，在上述情形的至少一种当中，策略偏离不能改进他的支付。

假设另一个局中人为类型 H。根据(H1)和(H2)，另一个局中人的要价将总是 $75-\epsilon$。策略偏离的结果或是导致冲突或是达成一种协定，策略偏离者从中获得 $25+\epsilon$。由于我们有 $25+\epsilon < a$，所以这并不能改进其支付。

假设另一个局中人为类型 L。偏离如果不在阶段 3 之前发生则没有意义。如果偏离者的要价在阶段 1 和 2 中为 $75-\epsilon$，则这一提议将在阶段 3 中被类型为 L 的对手接受。假设对要价 $75-\epsilon$ 的第一次偏离发生在阶段 1 或阶段 2，在此之后，类型为 L 的对手必将使用(L3)。根据(N2)，他将预期一种为 50 的要价并据此行动。这意味着偏离者必然或是面对冲突或是接受一种给予他 50 或者更少支付的协定(如果他足够愚蠢的话，他甚至可以选择低于 50 的要价)。

策略偏离不能提高类型为 H 的子局中人的支付。替代最优反应必然具有的性质是：如果另一局中人为类型 H，则将导致冲突；而另一局中人为类型 L 时，则形成和均衡策略一样的协定。这说明，就类型为 H 的子局中人的均衡策略而言，差异均衡点具有严格均衡点的性质。

差异均衡点，类型为 L 的子局中人所处的局势：现考察类

型为 L 的子局中人所处的局势。设另一局中人的行动如差异均衡点所示。如果类型为 L 的子局中人采用其均衡策略,则在另一方为类型 H 时,他获得 $25+\epsilon$;在另一局中人为类型 L 时,他获得 50。

假设另一方为类型为 H 的子局中人,则不存在策略偏离能够使类型为 L 的子局中人获得多于 $25+\epsilon$ 的支付。如果他至少有一次要价更低,则他甚至无法获得 $25+\epsilon$ 的支付,这是由于(G1)和(G2)。如果他从未要价更低,则另一方的要价将总是 $75-\epsilon$,这是由于(H1)和(H2)。显然,在这种情况下,类型为 L 的子局中人不可能得到多于 $25+\epsilon$ 的支付。更进一步,他只有在和类型为 H 的子局中人达成了与均衡策略中相同的协定才能得到 $25+\epsilon$。

以下有必要对类型为 L 的子局中人的两类策略偏离进行区分。考察一种策略偏离,其中类型为 L 的子局中人在阶段 1 中要价 $75-\epsilon$;同时如果在阶段 1 中两个局中人的要价均为 $75-\epsilon$,则他在阶段 2 中仍然要价 $75-\epsilon$。如果他如此行为,则他的行动和类型为 H 的子局中人相同,我们可以说他模仿类型 H。因此我们称这种策略为"模仿策略",其他策略则称为"非模仿策略"。

我们将首先考察非模仿策略。在此将证明,如果另一个局中人为类型 L 的子局中人而且他采用均衡策略,则采用非模仿策略不能产生高于 50 的支付。进一步,为了得到支付 50,非模仿策略必须得出和均衡策略相同的协定。根据我们对另一方为类型 H 的情形得到的结论,这足以证明,就非模仿策略而言,差异均衡点具有严格均衡点的性质。

非模仿策略:我们要区分两类非模仿策略。类别 1 包含所有在阶段 1 中要价不同于 $75-\epsilon$ 的那些非模仿策略。类别 2 包

含余下的非模仿策略。

以下将假设另一个局中人是类型为L的子局中人且其采用均衡策略。我们需要显示，在这些情况下，偏离者不会得到多于50的支付，而且除非他的非模仿策略总是产生使他和另一个类型为L的子局中人均获得支付为50的协定，否则他不能获得50。我们将首先对类别1的非模仿策略完成这一证明。

非模仿策略，类别1：为方便起见，将类别1分为4种子类别。

子类别1.1：阶段1的要价低于$25+\epsilon$。

子类别1.2：阶段1的要价等于$25+\epsilon$。

子类别1.3：阶段1的要价大于$25+\epsilon$，小于50。

子类别1.4：阶段1的要价不小于50。

在子类别1.1情形中，在阶段2，另一个局中人发现他处于适用(G1)的局势中。他接受偏离者阶段1的提议，偏离者的期望支付小于$25+\epsilon$。

在子类别1.2情形中，在阶段1达成协定。偏离者收到$25+\epsilon$。

在子类别1.3情形中，在阶段2，另一个局中人发现自己处于适用(L4)的局势中。他预期会有一种为50的要价，然而他的让步支付大于50。因此，他根据其让步支付确定要价。在阶段3，将存在一个或两个被接受协定。偏离者的支付预期小于50。

在子类别1.4情形中，在阶段2，另一个局中人发现自己处于适用(L3)的局势中。他预期会有一种为50的要价，而其让步支付不大于50，因此他在阶段2的要价为50。更进一步，在可能发生的任意此后阶段k中，他将总是发现自己处于适用(G1)，(G2)，(L3)或(L4)的局势中。无论是采用(L3)还是

(L4)，他都预期会有要价 50。偏离者不可能得到多于 50 的支付，而且除非达成的协定是双方均获得 50，否则他不能得到 50。

对 4 种子类别的考察显示，就类别 1 的非模仿策略而言，差异均衡点具有严格均衡点的性质。

非模仿策略，类别 2：这里我们将根据双方在阶段 1 中要价均为 $75-\epsilon$ 时，偏离者在阶段 2 中的要价情况区分 3 种子类别。为简明起见，我们将称这一要价为阶段 2 的要价。

子类别 2.1：阶段 2 的要价小于 50。

子类别 2.2：阶段 2 的要价为 50。

子类别 2.3：阶段 2 的要价大于 50。

在子类别 2.1 情形中，另一个局中人在阶段 2 适用(G1)。在子类别 2.2 情形中，在阶段 2 达成了协定。在上述两种情形中，偏离者均不能得到多于 50 的支付。如果他得到 50，则另一个局中人也得到 50。

在子类别 2.3 情形中，另一个局中人在阶段 3 中适用(L3)。他预期会有为 50 的要价，而自己在阶段 3 的要价也为 50。更进一步，在可能发生的任意此后阶段 k 中，他将总是发现自己处于适用(G1)，(G2)，(L3)或(L4)的局势中。他自己的要价将总不小于 50。偏离者不可能获得多于 50 的支付，而且如果他获得 50，则另一个局中人也获得 50。

现在完成了对非模仿策略的考察。就非模仿策略而言，差异均衡点具有严格均衡点的性质。

模仿策略：以下我们将显示，对于类型为 L 的子局中人来说，如果他采用模仿策略而另一个局中人采用差异均衡点所指示的行为，则他的预期支付小于其在差异均衡点处的预期均衡支付。为了证明差异均衡点是谈判博弈的严格均衡点就需要证明这一点。

假设另一个局中人为类型为 H 的子局中人，采用均衡策略。在这种情况下，模仿策略的使用将在阶段 2 中导致冲突，偏离者的支付为 0。

在模仿策略中，有一种是这样的：类型为 L 的子局中人总是如同一个服从差异均衡点指示的类型为 H 的子局中人一样的行动。这一模仿策略将被称为“假扮策略”。和假扮策略不同的是，其他模仿策略没有在阶段 2 或者之后阶段的许多情况下模仿类型为 H 的子局中人的行为。

现在假设另一个局中人为类型 L 的子局中人，且其采用均衡策略。在这种情况下，假扮策略的使用将产生以下结果：偏离者在阶段 1，2 和 3 中要价 $75-\epsilon$。在阶段 1，另一个局中人要价 $75-\epsilon$，在阶段 2 要价 50，在阶段 3 要价 $25+\epsilon$。在阶段 3 中达成了协定，偏离者得到 $75-\epsilon$，而另一个局中人得到 $25+\epsilon$。

直到阶段 2，其他模仿策略均将有与假扮策略相同的要价，但在阶段 3 中则存在不同。只要偏离者在阶段 3 中的要价既不是 $25+\epsilon$ 又不是 50，那么这种差别就并不重要。只有在发生这两种情况时，阶段 3 中才达成两种被接受协定。显然，这一局势对偏离者来说，比假扮策略所带来的要差一些。因此，我们将注意力集中在假扮策略上。

假设另一个局中人服从差异均衡点的指示，类型为 L 的子局中人如使用假扮策略，那么在另一个局中人类型为 H 时，则获得支付 0，在另一个局中人类型为 L 时则获得支付 $75-\epsilon$。由于另一个局中人的两种类型是等可能的，所以这使得类型为 L 的偏离者子局中人获得的期望支付为 $37\frac{1}{2}-\frac{\epsilon}{2}$。这一期望支付小于差异均衡点处的期望支付 $37\frac{1}{2}+\frac{\epsilon}{2}$。因此，差异均衡点是严格均衡点。

8.6 为什么恰好是 $75-\varepsilon$?

初看起来可能难以理解为什么由(H1),(H2)和(L1)所指示的要价正好为 $75-\varepsilon$。为了给出部分解释,即显示为什么这一要价不大于 $75-\varepsilon$,让我们来考察一个建议的修正集合,其中要价 $75-\varepsilon$ 被替换为某种满足 $50<b<100$ 的要价 b。b 是 ε 的整数倍。修正后的(H1),(H2)和(L1)建议与其他差异均衡点建议一起形成了谈判博弈的一种策略组合,我们将称之为差异均衡点的"b 变形"。

正如我们将看到的,满足 $b>75-\varepsilon$ 的 b 变形不再是严格均衡点。$b=75$ 时失去了严格性,而对 $b>75$ 而言,b 变形则不再是均衡点。对于 $b<75$,如果 a 足够大,则 b 变形是一个严格均衡点,$100-b<a$ 是其充分条件。

假设我们有 $b<75$ 和 $100-b<a$。以和 8.5 节中对差异均衡点进行分析时所采用的方法一样,我们可以证明 b 变形是严格均衡点,只需要将 $75-\varepsilon$ 换为 b 而 $25+\varepsilon$ 换为 $100-b$ 即可,在此将不再进行详细讨论。

为了证明 $b>75-\varepsilon$ 时,b 变形在机会成本参数的整个 $0<a\leqslant 50$ 的范围上不再是均衡点,只需要考察类型为 L 的子局中人的假扮策略。为了便于称呼,我们将称之为 b 变形假扮策略。类型为 L 的子局中人采用 b 变形假扮策略,是指他总是如同一个服从 b 变形指示的类型为 H 的子局中人一般行动。

如果所有 4 个子局中人均采用 b 变形所指示的行动,则支付如表 8.6 中的前两行所示。如果一种类型为 L 的子局中人采用其 b 变形假扮策略,而其他 3 个子局中人采用 b 变形指示

的行为，则会导致如表8.6中第三行的支付。对于 $b>75$，期望支付 $b/2$ 大于 $75-(b/2)$。b 变形假扮策略所得到的期望支付大于 b 变形对L类型指示的策略所得到的期望支付。因此对于 $b>75$，b 变形不再是均衡点。

表8.6　b 变形的支付

	H	L	期望支付
H	a ; a	b ; $100-b$	$\frac{a+b}{2}$
L	$100-b$; b	50 ; 50	$75-\frac{b}{2}$
L假扮	0 ; a	b ; $100-b$	$\frac{b}{2}$

利用8.5节中采用的推理，可以很容易地看到，$b=75$ 时 b 变形是均衡点，不过其严格性丧失了。b 变形假扮策略是一个替代最优反应，并戏剧性地改变另一方子局中人的期望支付。对他们而言，类型为L的局中人是使用均衡策略还是 b 变形假扮策略至关重要。

看来设定 $b=75-\varepsilon$ 而不是 $b=75$ 的理论更为理想。直觉上，显然 $b=75$ 的 b 变形均衡点的稳定性比差异均衡点差得多。这正是约翰·豪尔绍尼和笔者在[HS]的理论中觉得应要求严格性的原因。

现在可以理解为何(H1)，(H2)和(L1)指示的要价不大于 $75-\varepsilon$。

8.7　对差异均衡点结构的一些评论

如果采用差异均衡，则类型组合为(H，H)时会导致冲突结

局，而其他 3 种类型组合(H, L)，(L, H)和(L, L)则会达成不同协定(这里的符号以局中人 1 和 2 的顺序表示他们的类型)。下面看看这种对类型组合的依赖是如何通过谈判过程的动态而达成的。

在阶段 1，两种类型均作出同样要价 75 − ε。因此在阶段 2 开始时，局中人和其在博弈开始时相比，对另一个局中人的类型的了解不会更多。在两个局中人均作出 75 − ε 的开价之后，类型为 H 的局中人需要冒冲突的危险重复这一要价。如果他不重复其要价，另一方类型为 L 的局中人会坚持要支付 50；如果他重复其要价，则他显示了其谈判地位的优势。类型为 L 的局中人不会重复其开价，要价 50 将反映其谈判地位的弱势。如果双方均采用均衡策略，则双方在阶段 2 结束之后都将知道另一个局中人的类型。动态谈判过程使这一信息得以有效传递。

差异均衡点的一些特征带有主观性，从[HS]理论的观点来看没有多大意义(对无差异均衡点情况也是如此)。为了更清楚地说明这一点，我们引入以下定义：如果对于任意类型组合，两个均衡点对可能结局(U 中的协定和冲突)均赋予同样的概率分布，则谈判博弈的两个均衡点被称为是"结局等价"。特别地，如果(H, H)导致冲突，而(H, L)，(L, H)和(L, L)分别导致协定(75 − ε, 25 + ε)，(25 + ε, 75 − ε)和(50, 50)(这里第一个数字为局中人 1 的支付，第二个数字为局中人 2 的支付)，则一个均衡点与差异均衡点结局等价。

可以很容易地看到，谈判博弈有多个均衡点与差异均衡点结局等价。不过，差异均衡点所指示的行为的一些细节就并没有初看上去那么主观了。为了说明这一点，我们应证明关于阶段 1 中要价的一个命题。

第一阶段要价相等的命题：考虑谈判博弈的一个均衡点，其

中类型为 H 的子局中人的均衡策略指示在阶段 1 中要价为 75 − ε。如果这样一种均衡点和差异均衡点结局等价，则类型为 L 的子局中人的均衡策略也指示其在阶段 1 中要价为 75 − ε。

命题的证明：设想谈判博弈存在一个均衡点与差异均衡点结局等价，而且具有如下性质：在阶段 1 中类型为 H 的子局中人要价为 75 − ε，同时至少一个类型为 L 的子局中人（比如局中人 1 的类型为 L 的子局中人）要价与之不同。假如除了局中人 2 的类型为 L 的子局中人外，其他所有子局中人服从这一假设均衡点的指示。正如我们将看到的，局中人 2 的类型为 L 的子局中人可以通过采用以下行为模式而改进自己的支付：在阶段 1 中要价 75 − ε。如果他观察到另一方的要价在阶段 1 中为 75 − ε，则他在阶段 2 中要价 25 + ε；如果他观察到另一方在阶段 1 中的要价不同于 75 − ε，则在阶段 2 和之后所有可能阶段中，他如同自己是一个服从假设均衡点指示的类型为 H 的子局中人一般采取行动。通过这种方式，他在另一方类型为 H 时获得 25 + ε，在另一方类型为 L 时获得 75 − ε。而假设均衡策略在另一方类型为 H 时导致的支付为 25 + ε；在另一方类型为 L 时导致的支付为 50。这和假设的均衡点性质存在矛盾，因此命题成立。

解释：阶段 1 中，类型为 L 的子局中人和类型为 H 的子局中人采取同样行动并非差异均衡点的一种主观设定。在阶段 1 中，两种类型均以同样的高要价开始。类型为 L 的局中人不成熟地暴露其弱势谈判地位，因此他阻止了另一局中人类型为 L 的子局中人扮演类型为 H 的子局中人。另一局中人的类型为 H 的子局中人将不得不冒冲突的风险来表现其优势。

8.8 主表示

本文中所采用的解概念的特性在8.3节中已作了解释。近似解是4个子局中人的支付向量。主表示是导致这一支付向量的均衡点的一种特定概率混合。本节的目的是描述主表示及其对机会成本参数的依赖性,证明延迟到后几节中。

主表示是无差异均衡点和差异均衡点的一种概率混合,相应概率取决于机会成本参数。令 $p(a)$为差异均衡点的概率,无差异均衡点的概率为 $1-p(a)$。

由于我们对参数 ϵ 的影响并不感兴趣,所以我们不计算主表示处的确切期望支付,而是计算 $\epsilon\to0$ 时这些支付的极限。这些支付极限将被称为"极限支付"。差异均衡点的极限支付在类型为H时为 $37\frac{1}{2}+\frac{a}{2}$,类型为L时为 $37\frac{1}{2}$(参见表8.5)。要计算主表示的极限支付,将这些支付乘以 $p(a)$再加上来自于无差异均衡点的 $50[1-p(a)]$即可。表8.7显示了 $p(a)$和极限支付是如何取决于机会成本参数的。极限支付也在图8.1中进行了表现。

表8.7 主表示

机会成本参数	差异均衡点的概率		极限支付
a	$p(a)$	类型H	类型L
$0\leqslant a\leqslant 33\frac{1}{3}$	0	50	50
$33\frac{1}{3}<a<37\frac{1}{2}$	$\frac{3a-100}{a-25}$	$\frac{3}{2}a$	$\frac{25a}{2a-25}$
$37\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 50$	1	$37\frac{1}{2}+\frac{a}{2}$	$37\frac{1}{2}$

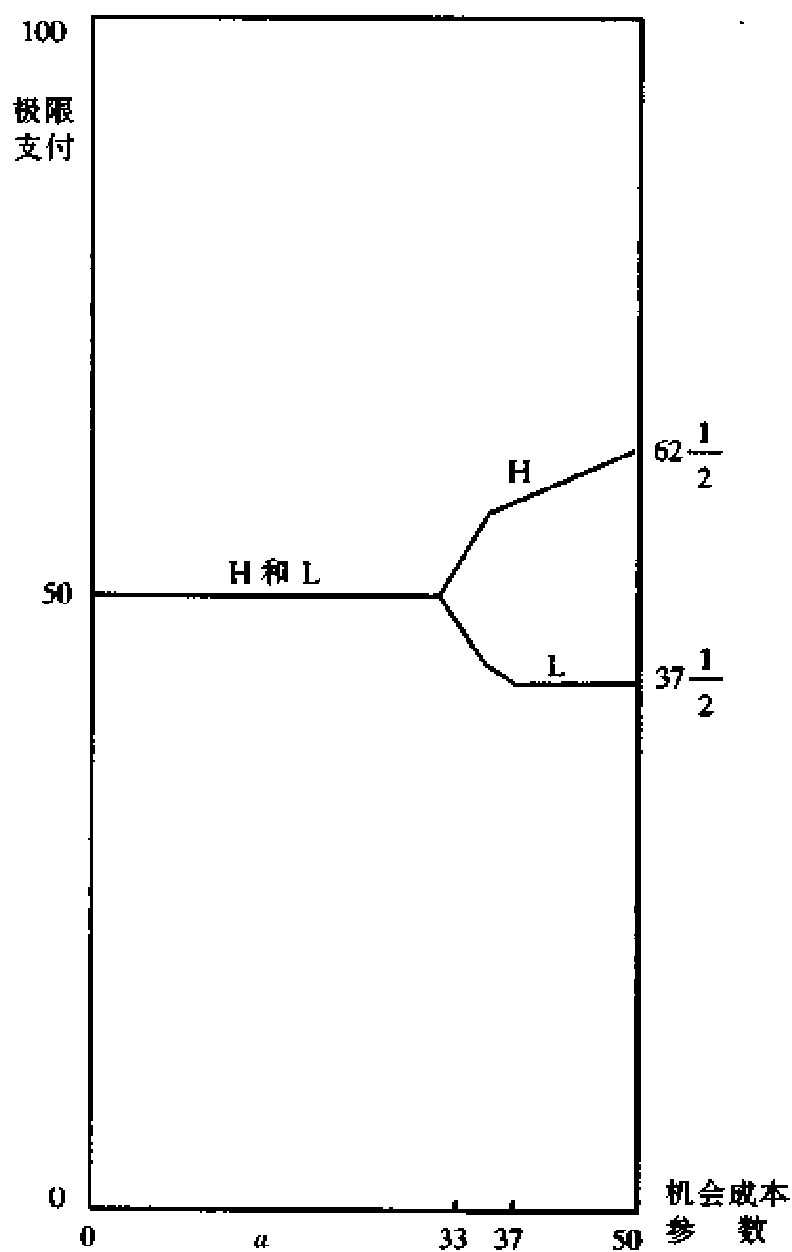


图 8.1 类型的极限支付

只有在 $33\frac{1}{2}$ 至 $37\frac{1}{2}$ 的小区间内，主表示是一种真正概率混合，其中两种均衡点均有正概率。在其他地方主表示仅指示

着两种均衡点中的一个。

对于 $0 \leqslant a \leqslant 33\frac{1}{3}$,只有无差异均衡点出现在主表示中。一般纳什解只有在机会成本参数足够高时才会导致两种类型具有不同支付。

对于 $37\frac{1}{2} \leqslant a \leqslant 50$,只有差异均衡点出现在主表示中。正如所期望的,$p(a)$是机会成本参数的非减函数。

8.9 主表示代表了一种近似一般纳什解的证明准备

本文剩余部分将显示,8.8 节所描述的主表示事实上是对近似一般纳什解的表示。

以下我们将采用[HS]中的符号和术语。例如在 8.1 节结束时所解释的,子局中人将被编号为 1 到 4。

一般化纳什解 $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \cdots, \tilde{x}_4)$是 4 个子局中人各自期望支付的向量。有时,为了明确表现对 ε 变量的依赖,我们将采用符号 $\tilde{x}^\varepsilon = (\tilde{x}_1^\varepsilon, \cdots, \tilde{x}_4^\varepsilon)$来表示一般化纳什解。

令 $\tilde{x}^\varepsilon = (\tilde{x}_1^\varepsilon, \cdots, \tilde{x}_4^\varepsilon)$为对应于 8.8 节所描述的主表示的支付向量(这里 ε 项没有被忽略)。令 $\bar{x} = (\bar{x}_1, \cdots, \bar{x}_4)$为表 8.7 中的极限支付组成的极限支付向量。对于 $\varepsilon \to 0$,支付向量 x^ε 收敛于 $\bar{x}$。

假设 $x^\varepsilon = (x_1^\varepsilon, \cdots, x_4^\varepsilon)$是一种期望支付向量,它和 x^ε 一样具有谈判博弈严格均衡点的概率混合形成的表示(x^ε 是 ε 和 a 的函数)。如果对于 $\varepsilon \to 0$,在区间 $0 \leqslant a \leqslant 50$ 的每一处,支付向

量 x^ε 和 $\tilde{x}^\varepsilon$ 收敛于同样极限，则支付向量 x^ε 被称为谈判局势的"近似解"。在这种精确度下，我们将证明 x^ε 是一种近似解。

一般化纳什解 $\tilde{x}$ 是均衡集 X 的一个元素。均衡集 X 是所有严格均衡支付向量构成的集合的凸包。由于我们没有完全考察谈判博弈的所有严格均衡点，我们不能在 X 上最大化一般纳什积。求 $\varepsilon \to 0$ 时的一般化纳什解的极限将以另一种方法完成。我们将构建一种"替代均衡集"X'，它包含 X 作为其子集。一般纳什积在 X' 上的主表示极限支付向量 $\bar{x}$ 处有最大值。利用这一事实就可以证明，x^ε 是一个近似解。

在本节中，我们将证明 $\tilde{x}$ 必然满足一个重要条件[式(8.21)]，它可以用来构造替代均衡集。这一条件可以从 $\tilde{x}$ 的非合作均衡性质和公理 2(局中人对称性)导出。此条件的一种推论是：我们必然有 $\tilde{x}_1 \geqslant \tilde{x}_2$ 和 $\tilde{x}_3 \geqslant \tilde{x}_4$，这和直觉的预期是一样的。有趣的是，这只需要利用公理 2 而不需要其他公理就可以证明。

由于我们的例子对局中人来说是对称的，所以从公理 2(局中人对称性)可知，一般纳什解满足：

$$\tilde{x}_1 = \tilde{x}_3 \tag{8.1}$$

且

$$\tilde{x}_2 = \tilde{x}_4 \tag{8.2}$$

由于 $\tilde{x}$ 是 X 的元素，所以它可以表示为有限个严格均衡支付向量 y^j 的和：

$$\tilde{x} = \sum_{j=1}^{J} \alpha_j y^j \quad \left(\sum_{j=1}^{J} \alpha_j = 1\right) \tag{8.3}$$

其中，对于 $j = 1, \cdots, J$，有 $0 < \alpha_j \leqslant 1$。对于每个 y^j，我们可有严格均衡点：

$$t^j = (t_1^j, t_2^j, t_3^j, t_4^j) \tag{8.4}$$

根据谈判博弈的对称性，我们可以通过交换局中人 1 和 2

在 t^j 中的角色来构建一个新的严格均衡点 t^{J+j}。令 y^{J+j} 为 t^{J+j} 的条件支付向量。显然，y^{J+j} 由 y^j 通过交换局中人导出。因此由于式(8.1)和式(8.2)，我们有：

$$\tilde{x} = \sum_{j=1}^{J} a_j y^{J+j} \tag{8.5}$$

现在很显然，条件支付向量 $\tilde{x}$ 可以通过对于局中人而言完全对称的严格均衡点上的概率混合实现。均衡点 $t^1, \cdots, t^{2J}$ 必然以概率 $a_j/2$ 被采用，其中对于 $j = J+1, \cdots, 2J$；a_j 等于 a_{j-J}。从现在开始我们将称该混合为"对称混合"。

令 W_{km} 为对称混合中冲突点 c 实现的概率(冲突点可以作为一种冲突提议序列的结果出现，也可以作为一种协定出现)。令 $\overline{W}_{km}$ 为补足概率 $1 - W_{km}$。现在考察对称混合中达成非 c 协定的情况。令 z_{km} 为在这种协定下，局中人 1 的类型为 k，局中人 2 的类型为 m 时，局中人 1 的支付的条件期望。由于非 c 协定具有如表 8.3 所示的形式，所以对应于 z_{km} 局中人 2 的支付的条件期望为 $100 - z_{km}$。我们用符号 $\bar{z}_{km}$ 表示 $100 - z_{km}$。

由于局中人 1 和局中人 2 的行动在对称混合中完全对称，我们必然有：

$$W_{12} = W_{21} \tag{8.6}$$

且对于 $k = 1,2$ 和 $m = 1,2$，

$$z_{km} = \bar{z}_{km} \tag{8.7}$$

对于 $k = m$，式(8.7)导出：

$$z_{11} = z_{22} = 50 \tag{8.8}$$

现在可以很容易地看到，$\tilde{x}$ 的元素可以写为如下形式[①]：

① 对于 $\overline{W}_{12} = 0$，不存在条件期望 z_{12}；不过此时可以给 z_{12} 赋予任意值而不会改变(8.9)式和(8.10)式的正确性。

$$\tilde{x}_1 = \tilde{x}_3 = \frac{1}{2}(W_{11} + W_{12})a + \frac{1}{2}W_{11}\cdot 50 + \frac{1}{2}W_{12}z_{12} \tag{8.9}$$

$$\tilde{x}_2 = \tilde{x}_4 = \frac{1}{2}\overline{W}_{12}\bar{z}_{12} + \frac{1}{2}\overline{W}_{22}\cdot 50 \tag{8.10}$$

对称混合是均衡点的混合这一点，对式(8.9)和式(8.10)中的参数 W_{km}和 z_{km} 施加了约束。为了导出这种约束，我们考察对称混合所指示行为的某特定偏离。

考察子局中人 1 的以下偏离：在所有其他子局中人维持均衡行为不变时，子局中人 1"模仿"子局中人 2 的行为，也就是说，在对称混合中出现的所有均衡点 t^j 处他采用 t_2^j 而不是 t_1^j。令 x_1' 为这种偏离造成的策略组合混合所对应的条件支付向量的第一个元素。在新的混合中，子局中人 1 和子局中人 3 与 4 之间的冲突概率为 W_{21}和 W_{22}，因为子局中人 1 现在以和子局中人 2 相同的方式行动。然而，由于局中人 1 的冲突支付不为 0，所以 x_1' 和 $\tilde{x}_2$ 不同。偏离支付 x_1' 可以写为如下形式：

$$x_1' = \frac{1}{2}(W_{12} + W_{22})a + \frac{1}{2}\overline{W}_{12}\bar{z}_{12} + \frac{1}{2}\overline{W}_{22}\cdot 50 \tag{8.11}$$

我们现在考察子局中人 2 的以下偏离：在所有其他子局中人保持采用对称混合所指示行为不变时，子局中人 2 模仿子局中人 1 的行为，也就是说，在每个 t^j 处他采用 t_1^j 而不是 t_2^j。这种偏离使得子局中人 2 得到如下条件支付 x_2''：

$$x_2'' = \frac{1}{2}\overline{W}_{11}\cdot 50 + \frac{1}{2}\overline{W}_{12}z_{12} \tag{8.12}$$

由于对称混合是均衡点的混合，我们必然有：

$$x_1' \leqslant \tilde{x}_1 \tag{8.13}$$

和

$$x_2'' \leqslant \tilde{x}_2 \tag{8.14}$$

根据式(8.13)和式(8.14)，下式成立：

$$x'_1 - \tilde{x}_2 \leqslant \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 \leqslant \tilde{x}_1 - x'' \quad (8.15)$$

式(8.9)至式(8.11)导出：

$$x'_1 - \tilde{x}_2 = \frac{1}{2}(W_{12} + W_{22})a \quad (8.16)$$

和

$$\tilde{x}_1 - x''_{22} = \frac{1}{2}(W_{11} + W_{12})a \quad (8.17)$$

因此式(8.15)等价于式(8.18)：

$$\frac{1}{2}(W_{12} + W_{22})a \leqslant \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 \leqslant \frac{1}{2}(W_{11} + W_{12})a \quad (8.18)$$

数值

$$W_1 = \frac{1}{2}(W_{11} + W_{12}) \quad (8.19)$$

和

$$W_2 = \frac{1}{2}(W_{12} + W_{22}) \quad (8.20)$$

具有明显的解释：W_i 为类型 i 的局中人达到冲突(即冲突点或 c 处的协定)的概率。条件式(8.18)现在可以写为：

$$W_2 a \leqslant \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 \leqslant W_1 a \quad (8.21)$$

由于 W_2 不能为负，由式(8.21)可知，我们必然有 $\tilde{x}_1 \geqslant \tilde{x}_2$。由公理1(获利能力)，我们必然有 $\tilde{x}_1 > a$，因此由式(8.9)可知，$W_i < 1$成立，这和式(8.21)一起导出：

$$W_2 \leqslant W_1 < 1 \quad (8.22)$$

条件式(8.21)对 $\tilde{x}_1$ 和 $\tilde{x}_2$ 之差给出了上、下限。8.10节开始处我们将导出 $\tilde{x}_1$ 和 $\tilde{x}_2$ 之和的等式。

8.10 一般纳什积在替代均衡集上的最大化

式(8.9)和式(8.10)相加,我们得到:

$$\tilde{x}_1+\tilde{x}_2=W_1a+\frac{1}{2}(\overline{W}_{11}+\overline{W}_{22})\cdot 50+\frac{1}{2}\overline{W}_{12}\cdot 100 \tag{8.23}$$

由于

$$\frac{1}{2}(\overline{W}_{11}+\overline{W}_{22})\cdot 50+\frac{1}{2}\overline{W}_{12}\cdot 100=(2-W_1-W_2)\cdot 50 \tag{8.24}$$

这等价于:

$$\tilde{x}_1+\tilde{x}_2=100-(50-a)W_1-50W_2 \tag{8.25}$$

根据式(8.21)和式(8.25),我们导出了关于$\tilde{x}$的两种条件,其中只涉及到 W_1 和 W_2,而没有涉及 z_{12}和任何概率 W_{mk}。为了将这些条件应用到我们最大化一般纳什积的问题中,W_1 和 W_2 必不能独立选择。根据式(8.19)和式(8.20),我们必然有:

$$W_1-W_2=\frac{1}{2}(W_{11}-W_{12})\leqslant\frac{1}{2} \tag{8.26}$$

式(8.22)和式(8.26)导出:

$$0\leqslant W_1-W_2\leqslant\frac{1}{2} \tag{8.27}$$

令 X'为所有满足以下条件的条件支付向量 $x=(x_1,x_2,x_3,x_4)$组成的集合:$x_1=x_3$ 且 $x_2=x_4$,而且至少有一个概率对 W_1 和 W_2($W_1<1$)满足式(8.27),以及

$$W_2a \leqslant x_1 - x_2 \leqslant W_1a \tag{8.28}$$

和

$$x_1 + x_2 = 100 - (50 - a)W_1 - 50W_2 \tag{8.29}$$

根据式(8.21)和式(8.25)，一般化纳什解 $\tilde{x}$ 必然是 X' 的元素。作为对均衡集 X 上的一般纳什积最大化的替代，我们将通过 X' 上的最大化来完成这一任务。因此，X' 可视为均衡集 X 的一种替代。

由于在我们的例子中，所有的边际概率等于 1/2，以及在 X' 中，我们总有 $x_1 = x_3$ 和 $x_2 = x_4$，所以 X' 上的一般纳什积等于：

$$P = (x_1 - a)x_2 \tag{8.30}$$

定义：

$$D = \frac{x_1 - x_2}{2} \tag{8.31}$$

和

$$E = \frac{x_1 + x_2}{2} \tag{8.32}$$

式(8.30)[①]等价于：

$$P = (E + D - a)(E - D) \tag{8.33}$$

利用式(8.31)和式(8.32)，条件式(8.28)和式(8.29)可以写为：

$$W_2 \cdot \frac{a}{2} \leqslant D \leqslant W_1 \cdot \frac{a}{2} \tag{8.34}$$

$$E = 50 - (25 - \frac{a}{2})W_1 - 25W_2 \tag{8.35}$$

式(8.33)对 D 取偏导可得：

① 原文为式(8.3)有误。——译者注

$$\frac{\partial P}{\partial D} = -2D + a \tag{8.36}$$

根据式(8.34)和 $W_1 < 1$，我们必然有：

$$D < \frac{a}{2} \tag{8.37}$$

由式(8.36)和式(8.37)可得：

$$\frac{\partial P}{\partial D} > 0 \tag{8.38}$$

因此，对于固定的 W_1 和 W_2，我们必须选择尽可能大的 D 以使 P 最大化。由式(8.34)可知，D 必须按以下方式选择：

$$D = W_1 \cdot \frac{a}{2} \tag{8.39}$$

在 X' 上最大化 P 的任务现在简化为：在服从边界条件式(8.27)的情况下，使 W_1 和 W_2 的函数 P 最大化。根据式(8.35)和式(8.39)，我们有：

$$E + D - a = 50 - a + (a - 25)W_1 - 25W_2 \tag{8.40}$$

和

$$E - D = 50 - 25W_1 - 25W_2 \tag{8.41}$$

显然，从式(8.33)、式(8.40)和式(8.41)可知，对于固定的 W_1，概率 W_2 必须选择得尽可能小。根据式(8.27)，这意味着：

$$W_2 = 0 \quad (W_1 \leqslant \frac{1}{2}) \tag{8.42}$$

$$W_2 = W_1 - \frac{1}{2} \quad (W_1 \geqslant \frac{1}{2}) \tag{8.43}$$

根据式(8.40)至式(8.43)，我们现在可以最大化 W_1 的函数 P：

$$P = [50 - a + (a - 25)W_1](50 - 25W_1) \quad (W_1 \leqslant \frac{1}{2}) \tag{8.44}$$

$$P = [62\frac{1}{2} - [a + (a - 50)W_1)]62\frac{1}{2} - 50W_1] \quad (W_1 \geq \frac{1}{2}) \tag{8.45}$$

为了表明我们能排除最大值在$\frac{1}{2} \leqslant W_1 < 1$区间达到的可能性，我们取式(8.45)的导数：

$$\frac{dP}{dW_1} = 12\frac{1}{2}[9a - 500 + (400 - 8a)W_1] \tag{8.46}$$

由于$a < 50$，$400 - 8a$是非负的，因此我们有：

$$\frac{dP}{dW_1} \leqslant 12\frac{1}{2}(a - 100) < 0 \quad (W_1 \geqslant \frac{1}{2}) \tag{8.47}$$

因此，函数式(8.45)在区间$\frac{1}{2} \leqslant W_1 < 1$内$W_1 = \frac{1}{2}$处达到最大。这意味着$P$在区间$0 \leqslant W_1 < 1$上的最大值必然在区间$0 \leqslant W_1 \leqslant \frac{1}{2}$内达到。取式(8.44)的导数，我们得到：

$$\frac{dP}{dW_1} = 25[3a - 100 - 2(a - 25)W_1] \quad (W_1 \leqslant \frac{1}{2}) \tag{8.48}$$

对于$0 < a \leqslant 33\frac{1}{3}$，下式成立：

$$3a - 100 - 2(a - 25)W_1 \leqslant W_1(a - 50) \leqslant 0 \tag{8.49}$$

因而在这一区间内dP/dW_1总是为负。因此，P的最大值在以下地方达到：

$$W_1 = 0, \quad 0 < a \leqslant 33\frac{1}{3} \tag{8.50}$$

由式(8.48)可以很容易地看到，对于最大值有：

$$W_1 = \frac{3a - 100}{2a - 50}, \quad 33\frac{1}{3} \leqslant a \leqslant 37\frac{1}{2} \tag{8.51}$$

对于$37\frac{1}{2} \leqslant a \leqslant 50$和$0 \leqslant W_1 \leqslant \frac{1}{2}$，我们有：

$$3a - 100 - 2(a - 25)W_1 \geqslant 0 \tag{8.52}$$

因此对于最大值有：

$$W_1 = \frac{1}{2}, \quad 37\frac{1}{2} \leqslant a \leqslant 50 \tag{8.53}$$

由式(8.42)、式(8.50)、式(8.51)和式(8.53)可知，我们可以通过式(8.39)和式(8.35)计算 D 和 E；在此基础上可以利用式(8.30)和式(8.31)来确定使一般纳什积在 X' 上最大化的向量的元素。其结果正好是主表示的极限支付向量 $\bar{x} = (\bar{x}_1, \cdots, \bar{x}_4)$。子局中人 1 和 3 得到类型 H 的极限支付，子局中人 2 和 4 得到类型 L 的极限支付，如表 8.7 所示。

8.11 对主表示代表近似一般化纳什解的证明

为了证明主表示的支付向量 x^ϵ 是一种近似解，我们需要证明，在 $\epsilon \to 0$ 时，精确解 $\tilde{x}^\epsilon$ 和 x^ϵ 收敛于同一极限：

$$\lim_{\epsilon \to 0} x^\epsilon = \lim_{\epsilon \to 0} \tilde{x}^\epsilon \tag{8.54}$$

这是近似解的定义。$\bar{x}$ 是 x^ϵ 的极限：

$$\lim_{\epsilon \to 0} x^\epsilon = \bar{x} \tag{8.55}$$

现只需证明：

$$\lim_{\epsilon \to 0} \tilde{x}^\epsilon = \bar{x} \tag{8.56}$$

为此，我们引入以下定义。令 X'' 为替代均衡集的闭包。由于一般化纳什解是 x 的连续函数，所以 X'' 上一般纳什积的最大值也在 $\bar{x}$ 处达到。

替代均衡集 X' 由线性不等式(8.27)、式(8.28)和式(8.29)

和 $W_1<1$ 以及 $x_1=x_3$ 和 $x_2=x_4$ 一起定义。由于这些不等式对 x_1, x_2, W_1 和 W_2 而言是线性的,可以很容易看出,X' 是凸的,因此 X'' 也是凸集。由于对于 $x_1>a$ 和 $x_2>0$,一般纳什积 P 的对数是 x_1 和 x_2 的严格凹函数,故而 P 在 X'' 上的最大值只能在 $\bar{x}$ 处达到。

对于 ϵ 的任意值,令 X^ϵ 为谈判局势的均衡集。和 X^ϵ 不同,替代均衡集 X' 和 ϵ 无关,集合 X^ϵ 是 X' 的子集,任意 $\tilde{X}^\epsilon$ 是 X' 的元素。

令 P^ϵ 为 x^ϵ 的一般纳什积,并令 $\tilde{P}^\epsilon$ 为 $\tilde{x}^\epsilon$ 的一般纳什积。进而,令 $\bar{P}$ 为 $\bar{x}$ 的一般纳什积。由于 $\tilde{P}^\epsilon$ 为 X^ϵ 上一般纳什积的最大值,而 X^ϵ 为 X' 的子集,所以我们有:

$$P^\epsilon \leqslant \tilde{P}^\epsilon \leqslant P \tag{8.57}$$

式(8.57)和式(8.55)一起导出:

$$\lim_{\epsilon\to 0}\tilde{P}^\epsilon = \bar{P} \tag{8.58}$$

如果式(8.56)不成立,则根据 X' 的有界性,必可找到 ϵ 值的一种序列 $\epsilon_1, \epsilon_2, \cdots$ 使得对应一般纳什积 $\tilde{x}^\epsilon$ 序列收敛于某种不同于 $\bar{x}$ 的极限 $\tilde{x}$。然而,由于一般纳什积的连续性,根据式(8.58)可知,$\bar{P}$ 为 $\tilde{x}$ 的一般纳什积。另一方面,$\tilde{x}$ 属于 X'',而一般纳什积在 X'' 上只有在 $\bar{x}$ 处达到最大值,所以我们必然有 $\tilde{x}=\bar{x}$。这一矛盾说明式(8.56)成立,x^ϵ 是一种近似解。

8.12 对近似解和精确解之间关系的一些评论

注意，X'上的一般纳什积的最大化不仅惟一确定了$\bar{x}$的构成，也惟一确定了概率W_{km}和与$\bar{x}$相关的条件期望z_{km}。根据$W_2=0$，我们有：

$$W_{12}=0 \tag{8.59}$$

和

$$W_{22}=0 \tag{8.60}$$

式(8.59)和式(8.50)，式(8.51)和式(8.53)一起导出

$$W_{11}=0,\quad 0\leqslant a\leqslant 33\frac{1}{3} \tag{8.61}$$

$$W_{11}=\frac{3a-100}{a-25},\quad 33\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant 37\frac{1}{2} \tag{8.62}$$

$$W_{11}=1,\quad 37\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 50 \tag{8.63}$$

条件期望z_{11}和z_{22}由式(8.8)确定。利用式(8.59)和式(8.60)，条件期望z_{12}可以由$\bar{x}$的元素计算得到。我们得到

$$z_{12}=50,\quad 0\leqslant a\leqslant 33\frac{1}{3} \tag{8.64}$$

$$z_{12}=50+25\frac{3a-100}{a-25},\quad 33\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant 37\frac{1}{2}\text{①} \tag{8.65}$$

$$z_{12}=75,\quad 37\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 50 \tag{8.66}$$

W_{11}也就是表 8.7 中的概率 $p(a)$。式(8.59)的结论至式(8.66)的结论说明，主表示除了由一般纳什解惟一确定的极限支付之外还具有一些重要性质，特别地从中可知，$\varepsilon\to 0$ 时，和 $\tilde{x}^{\varepsilon}$ 任意表示相关的冲突概率必然收敛于式(8.59)至式(8.63)所给出的那些概率。

读者可能会问，在近似解和精确解之间是否存在某种差异。在 $0\leqslant a\leqslant 33\frac{1}{3}$ 时不存在差异，这里 x^{ε} 等于 $\bar{x}$，而 $\bar{x}$ 属于任意 X^{ε}。与之相反，在 $33\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant 50$ 时，近似解和精确解不同。下面我们将对此论断给出简约证明。

可以构造谈判博弈的一个混合严格均衡点，它可以替代主表示中的差异均衡点，因此得到具有更高的一般纳什积的期望支付向量。以下这一均衡点将被称为"混合差异均衡点"。

我们将不详细描述混合差异均衡点，而仅描述如果所有 4 个子局中人采用他们的均衡策略时，会导致的博弈进行过程。根据 8.4 节和 8.5 节的论述，可得到指示严格均衡点的建议。

均衡行为如下所述：

阶段 1：两种类型均要价 75；

阶段 2：类型为 H 的子局中人要价 75，类型为 L 的子局中人要价 50；

阶段 3：两个局中人均选择一种满足 $d>75$ 的要价 d，这

---

① 原文为 $33\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant 50$，有误，应为 $33\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant 37\frac{1}{2}$。——译者注

样的要价等概率出现。

阶段 4:(a)如果阶段 3 中两个局中人均作出了同样的要价,则类型为 H 的子局中人要价 75 - ε,类型为 L 的子局中人要价 25 + ε。(b)如果在阶段 3 局中人作出不同要价,则类型为 H 的子局中人要价 75,而类型为 L 的子局中人要价 25。

如果在修正主表示中,此种均衡点而不是差异均衡点被采用,则产生的期望支付向量 $\hat{x}^\epsilon$ 是 x^ϵ 和 $\bar{x}$ 的凸线性组合。由于一般纳什积的凹性,$\hat{x}^\epsilon$ 会导致比 x^ϵ 更高的一般纳什积。

参考文献

Robert J. Aumann. Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies. Research Program in Game Theory and Mathematical Economics. Research Memorandum No. 84, Jerusalem, Israel, January, 1973

John C. Harsanyi, Reinhard Selten. A Generalized Nash Solution for Two Person Bargaining Games with Incomplete Information. Management Science, 1972, January, 18(5): Part 2, 80～105

John F. Nash. The Bargaining Problem. Econometrica, 1950, 18: 155～162

9. 特征函数型谈判的非合作模型

合作博弈理论为特征函数型博弈提供了多种解概念，其中最主要的理论为冯·诺依曼－摩根斯顿解(Von Neumann-Morgenstern, 1944)、沙普利值(Shapley, 1953)、谈判集(Aumann-Maschler, 1964)和核(Schmeidler, 1969)。尽管也曾提出过一些像等量份额分析(Selten, 1972)这样初级的描述性理论，但上述以及其他解概念的目的均是规范性的而非描述性的。

合作解概念多样化的原因之一在于以下事实，即特征函数型博弈只是真实博弈局势的不充分描述，对提议如何作出以及协定如何达成均未明确。如果希望进行一种特征函数型博弈实验，则必须确定特殊的规则，以控制协商谈判过程，因而以不同的方式进行此项工作会导致不同的结果是意料之中的。

在进行具备高度规范化匿名互动和交流的特征函数型博弈实验时，非常有必要明确其详尽规则。在卡汉(Kahan)和拉泼波特(Rapoport)的实验中，局中人只能通过有限电子信息集合进行交流，例如提议和决定接受还是拒绝其他局中人的提议(Kahan-Rapoport, 1974)。如果仔细考察他们的实验设计，显然会发现局中人实际上处于非合作扩展型博弈中。这样就应该尝

试利用非合作博弈理论来分析这一类型的局势。

这里并未试图考察卡汉和拉泼波特所使用的扩展型博弈，取而代之的是考察简单得多的规则集。

约翰·豪尔绍尼(John C. Harsanyi)为冯·诺依曼－摩根斯顿解所建立的非合作模型，显示了将合作解概念以扩展型谈判博弈形式进行重新解释将会对合作博弈理论的理解有多大帮助(Harsanyi, 1974)。对此处引入的非合作模型的分析也得出了一种关于合作解概念称之为稳定需求向量(Albers, 1975)的结论。阿尔伯斯(Albers)的理论类似于约翰·克罗斯(John Cross)的理论(Cross, 1967)，但两者的稳定条件不同。两种解概念均始于同样的基本思路，即考察需求向量而非支付转移。需求向量的元素总和并不一定等于全联盟的值。在对两者的联系研究中，值得一提的是特贝(Turbay)的一篇未发表论文，其中提出了一种非常接近于约翰·克罗斯的理论，但其数学形式更令人满意(Turbay, 1977)。

本文中将引入的非合作模型中蕴含的谈判规则非常简单。规范而言，这一模型为具有完美信息的无限递归博弈(Everett, 1954)。

我们分析的目的是考察这一博弈的静态均衡点。它将显示，任意静态均衡点均与满足阿尔伯斯理论所要求的 3 个条件中的两种的需求向量相对应。与阿尔伯斯定义的完全稳定需求向量相对应的均衡点可以由附加的直观合理性质加以描述。

9.1 特征函数型博弈

特征函数是一种函数 v，它向 $N=\{1,\cdots,n\}$ 的任意子集 C

赋予一个实数 $v(C)$，其中 N 是局中人集合，N 的子集被称为联盟；空联盟 ϕ 总有零值：

$$v(\phi) = 0 \tag{9.1}$$

如果我们有：

$$v(i) = 0 \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{9.2}$$

特征函数被称为零标准化的。如果对于满足 $C \cap D = \phi$ 的任意两个联盟 C 和 D，下式成立：

$$v(C \cup D) \geqslant v(C) + v(D) \tag{9.3}$$

特征函数被称为超加函数。如果我们有：

$$v(N) > 0 \tag{9.4}$$

零标准化超加特征函数被称为是本质的。

令 v 为一种零标准化、超加、本质的特征函数，如果：

$$v(C) > 0, \text{意味着 } v(N \setminus C) = 0 \tag{9.5}$$

我们说 v 具有一阶段特性。

联盟的值 $v(C)$ 可解释为一个货币额，C 中的局中人如果在支付分配上达成协定的话，就可以将这一总额在他们之中分配。一般认为，在特征函数型博弈中，其进行的方式决定每个局中人只能进入一个联盟[其他解释也有可能(Harsanyi, 1963)，但这里对此不予讨论]。一阶段特性的作用在于，只有一种满足 $v(C)>0$ 的联盟可以形成。如果式(9.5)不成立，则正值联盟的形成可能只是博弈的第一阶段，$N \setminus C$ 中的局中人仍可以继续形成更进一步的此类联盟。

阿尔伯斯的理论和这里所要提出的谈判模型，均不能有效应用于没有一阶段特性的特征函数博弈中。在两种情形中均有可能作出针对这些博弈的推广，然而在这里将不对此进行尝试。以下考察将仅限于具有一阶段特性的特征函数。

谈判博弈将定义为具有一阶段特性、零标准化、超加的本质

特征函数 v_c。符号 v 将用来表示任意特定的此类特征函数，所有定义均与 v 有关。

9.2 稳定需求向量

需求向量 $\boldsymbol{d}=(d_1,\cdots,d_n)$是一种具有 n 个实数元素的向量。我们采用以下符号约定：

$$d_C = (d_i)_C \tag{9.6}$$

此处，d_C 是 $\boldsymbol{d}$ 的元素 d_i 的集合($i\in C$)。

$$d(C) = \sum_{i\in C} d_i \tag{9.7}$$

$$F_i(d)=\{C \mid C\subseteq N, i\in C, d(C)=v(C)\}, i=1,\cdots,n \tag{9.8}$$

具有 $d(C)=v(C)$的联盟 C 将称为是 $\boldsymbol{d}$ 相容的。$F_i(d)$ 可以描述为包含局中人 i 的 $\boldsymbol{d}$ 相容联盟的集合。

阿尔伯斯定义的稳定需求向量由以下 3 项条件刻画：

(a) 最大性：$d(C)\geqslant v(C)$，　$C\subseteq N$；

(b) 可行性：$F_i(d)\neq\phi$，　$i=1,\cdots,n$；

(c) 平衡性：对于任意两个局中人 $i,j\in N$，我们有 $F_i(d)=F_j(d)$，或有 $F_i(d)\setminus F_j(d)\neq\phi$ 和 $F_j(d)\setminus F_i(d)\neq\phi$。

需求向量 $\boldsymbol{d}$ 如果满足(a)和(b)，则称为是半稳定的；如果满足(a)，(b)和(c)，则称为是稳定的。

解释：需求向量 $\boldsymbol{d}$ 可以解释为联盟中对支付的期望水平向量。以上条件背后所隐含的直观思路可以表述为：没有人能提高其期望水平，也没有人会被迫降低它。

条件(a)要求，需求是最大的，其意是指，如果某联盟可以满足其成员的需求，则其中任一成员均不能提高其需求而又不退出该联盟。条件(b)要求局中人 i 的需求是可行的，其意义是他至少可以提出一个联盟 $C(i\in C)$满足其成员的需求。注意，联盟超出成员要求的情况已经为(a)所排除。条件(b)所基于的思路是，$F_i(d)\neq\phi$ 的局中人为实现可行性，不得不降低其需求。

条件(c)排除了 $F_i(d)$是 $F_j(d)$的真子集的可能性。如果 $F_i(d)$是 $F_j(d)$的真子集，则局中人 j 可以提出一种 d 相容的联盟排除局中人 i，而局中人 i 不能提出一种 d 相容的联盟排除局中人 j。这会造成 i 对 j 的单方面的依赖。在 $F_i(d)=F_j(d)$的情形中，两个局中人相互依赖，即他们中没有一方能够提出一个包含自己并排除对方的 d 相容联盟。在条件(c)所允许的第二种情况中，两个局中人均不在此意义上依赖于对方。我们可以说这种依赖性必须是“平衡的”。这一平衡性的概念当然和已引入的核的非空性条件(Shapley, 1967)要求的平衡性有所不同。

阿尔伯斯证明了一种定理，它表明稳定需求向量总是存在的(Albers, 私人交流)。

9.3 递归博弈

我们将仅限于没有随机行动的完美信息递归博弈。更进一步，我们将对支付加以限制，从而进一步限制所考察的博弈类型。尽管埃弗雷特(Everett)引入的概念具有更一般的形式(Everett, 1954)。但对本文来说，将递归博弈定义为具有上述性质的博弈更为方便。

递归博弈 $G=(X,x_0,Z,P,A,h)$具有以下性质：

X：位置集合，一种任意设定的集合；

x_0：初始位置，X 的一个元素；

Z：终点集合，X 的一种子集；

$P=(P_1,\cdots,P_n)$：局中人分割，$X\setminus Z$ 对局中人集合 P_i 的分割；

A：选择函数，对任意 $x\in X\setminus Z$ 赋予非空选择集 $A(x)\subseteq X$；

h：支付函数，对任意 $z\in Z$ 赋予支付向量 $h(z)=(h_1(z),\cdots,h_n(z))$。函数 h 满足一种限制，其形式为：对于 $i=1,\cdots,n$ 和任意 $z\in Z$，$0\leqslant h_i(z)\leqslant\overline{h}$。其中 $\overline{h}$ 为常数(博弈无限进行下去则有零支付)。

解释：在 $x\in X\setminus Z$ 位置上，具有 $x\in P_i$ 的局中人 i 必须在 $A(x)$中选择一个位置。博弈开始于 x_0，而一旦达到了某个终点 $z\in Z$，则博弈结束。$h_i(z)$是到达 z 时局中人 i 的支付。博弈无限进行时，支付对所有局中人来说均为 0。支付限制 $h_i(z)\geqslant 0$表达了一种思路：我们希望建模描述这样一种局势，其中博弈无限进行是不受欢迎的，因为局中人采取导致博弈无限进行的行为会使自己无法获利。

递归博弈类似于一种扩展型博弈，但可能会出现这种情况：并非 X 中的所有元素均可以从 x_0 达到。

策略：不需要对个体局中人定义策略。我们将仅定义全局行为策略，它确定了每种可能形势中所有局中人的行动。

令 $G=(X,x_0,Z,P,A,h)$为一个递归博弈。

在点 $x\in X\setminus Z$ 处的局部策略 b_x 是在具有有限承托集的 $A(x)$上的概率分布，b_x 赋予 $y\in A(x)$的概率记为 $b_x(y)$，“具有有限承托集”意指只对有限数目的选择 $y\in A(x)$赋予正概率

$b_x(y)$。对于任意 $x\in X\setminus Z$，令 B_x 为所有局部策略组成的集合。

全局策略 b 是一个函数，对每个 $x\in X\setminus Z$ 赋予局部策略 b_x，令 B 为 G 的所有全局策略组成的集合。

备注：以上定义的全局策略为静态的，这就是说，行为仅依赖于 x 而与整个以往历史无关。我们所要定义的静态均衡点具有这一性质，而且我们对其他均衡点没有兴趣。可以证明，静态均衡点对非静态偏离而言也是稳定的，但这里将不加以证明。

期望支付：对于任意 $x\in X$ 和任意全局策略 $b\in B$，我们定义局中人 i 在 x 处 b 的期望支付为 $E_i(b|x)$。为此，我们需要一些辅助定义。如果我们有 $x_{k+1}\in A(x_k)$，$k=1,\cdots,m-1$，对 $k=1,\cdots,m$，满足 $x_k\in X$ 的序列 $x_1,\cdots,x_m$ 被称为从 x_1 到 x_m 的位置链。如果 b 被采用，则位置链 $x_1,\cdots,x_m$ 的概率为所有 $b_{x_k}(x_{k+1})$，$k=1,\cdots,m-1$，的乘积。令 $p(x,z,b,m)$ 为 b 被采用时所有从 x 到 z 的位置链(至多 m 个位置)的概率总和。局中人 i 的期望支付定义如下：

$$E_i(b|x)=\lim\sum_{z\in Z}p(x,z,b,m)h_i(z)\quad(i=1,\cdots,n)\tag{9.9}$$

由于 b_x 具有有限承托集，至多 m 个位置的位置链将以正概率达到有限多的 $z\in Z$。由于 $h_i(z)\geqslant 0$，式(9.9)中的极限为 m 的非减函数。更进一步，这一总和式的上限为 $\bar{h}$。因此式(9.9)中的极限总是存在的。

静态均衡点：如果我们有：

$$E_i(b\mid y)=\max_{w\in A(x)}E_i(b\mid w)\tag{9.10}$$

则对于 $i=1,\cdots,m$，位置 $x\in P_i$ 处的一种选择 $y\in A(x)$ 被称为在 x 处最优的。

全局策略 b 是 G 的静态均衡点的条件是：对于任意 $x\in$

$X\setminus Z$，b 赋予 x 处的局部策略 b_x，存在任意满足 $b_x(y)>0$ 的 $y\in A(x)$ 为 x 处最优。

局部和全局最优性：以上给出的静态均衡点定义基于局部最优条件。可以证明，式(9.10)意义上的局部最优性也意味着全局最优。为此，我们引入以下定义：局中人 i 对 b 的偏离 c 是一个仅在位置 $x\in P_i$ 处和 b 不同的全局策略，也就是说，我们有 $b_x=c_x$ 对所有 $x\notin P_i$ 的 $x\in X\setminus Z$ 成立。我们得到

$$E_i(c\mid x)>E_i(b\mid x) \qquad (9.11)$$

的条件是：对于足够大的 m，我们有：

$$\sum_{z\in Z}p(x,z,c,m)h_i(z)>E_i(b\mid x) \qquad (9.12)$$

令 $\overline{m}$ 为使得式(9.11)成立的第一个 m，我们构造一个新博弈 G_x，它始于 x，与 G 在规则上只有一点不同，即任何超过 $\overline{m}$ 位置的博弈进行过程被在第 $\overline{m}$ 个位置 $x_{\overline{m}}$ 剪掉，该位置成为一个终点，其支付对所有局中人 $j=1,\cdots,n$ 为 $E_j(b\mid x_{\overline{m}})$。

如果式(9.10)成立，b 对 G_x 的限制是 G_x 的一个均衡点[众所周知在具有有限长度的完美信息博弈中，式(9.10)意义上的局部最优意味着全局最优]。由于在 b 对 G_x 的限制中，局中人 i 的均衡支付为 $E_i(b\mid x)$，所以由式(9.10)可知，式(9.12)不成立，我们可以得到结论，以下定理成立：

定理 1：如果 b 是 G 的静态均衡点，则对于 $i=1,\cdots,n$ 可得，对于任意 $x\in P_i$ 和局中人 i 对 b 的策略偏离 c，下式成立：

$$E_i(c\mid x)\leqslant E_i(b\mid x) \qquad (9.13)$$

子博弈完美性：如果一个均衡点在任意子博弈上生成均衡点，则它是子博弈完美的(Selten，1965，1975)。我们不想详细考察子博弈完美性的定义，这里并不需要。不过值得指出的是，以上定义意义上的均衡点的静态性蕴含着其子博弈完美性，最优

条件式(9.10)指明了 x 处的局部支付。

9.4 特征函数型谈判的非合作模型

谈判模型的基本思路可以通过对规则的非正式评论作最好的解释。递归博弈的精确定义将在 9.5 节中给出。对规则的语言描述可以由图 9.1 的流程图表现。

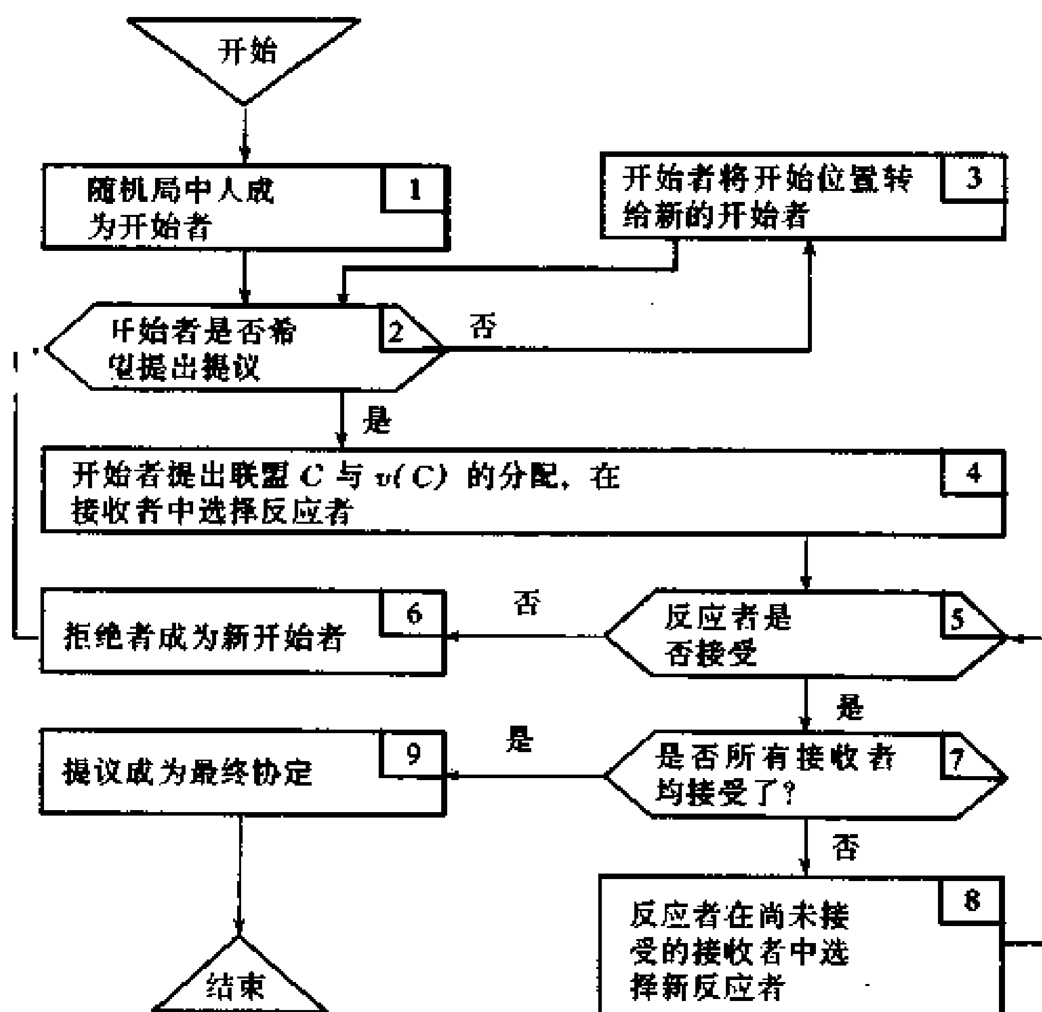


图 9.1 谈判过程的流程图

规则

(1) 开始者：一个局中人可能会发现自己处于开始者的位置，如果愿望的话，他可以提出一种建议。在博弈的开始，以一个随意选择的局中人为开始者(方框 1)。即便随机选择不是模型的正式组成部分，我们仍可将他视为是随机选择的。开始者必须决定他是否希望提出一种提议(六边形 2)。如果他不希望这样做，他必须将开始位置转给另一个局中人，另一个局中人则成为新的开始者(方框 3)。

(2) 提议：一个不愿意转交初始位置的开始者必须提出一个 $v(C)>0$ 的联盟 C，他是其中一员，并提出 C 的成员对$v(C)$的支付分配意见。C 的其他成员被称为提议的接收者。开始者同时必须选择一个接收者；从此接收者为反应者(方框 4)。

(3)反应者：反应者可以接受或者拒绝该提议(六边形 5)。如果他拒绝，则他成为新的开始者(方框 6)，旧的提议被废弃，而他可以提出新的一个建议(六边形 2)。如果反应者接受，则需要问是否所有新的接收者均接受提议(六边形 7)。如果此种情况发生，则博弈结束。否则，反应者必须在尚未接受提议的接收者中选择一个新的反应者。

(4)结束：博弈在某提议为所有接收者接受后结束，该提议则成为最终协定，且提议联盟的成员接受所提议的支付。所有其他局中人得到零支付。在博弈无穷进行下去的情况下，所有局中人得到零支付。

评论：规则描述了一种完美信息博弈。这意味着，在博弈的任一阶段，每个局中人知道此前发生的所有事情。我们的分析在不那么严格的信息情况下也不会变。开始者并不需要知道所有情况，而反应者只需要知道提议和尚未接受的接收者集合。当然，所有局中人都知道博弈的规则。

如果希望建模描述一种局中人以序贯顺序行动而不是同时行动的特征函数型谈判过程，则很难想像更为简单的方案。

在实验室过程中，开始者可以将提议写在一张卡片上，而后将其给予被选中的反应者，如此等等。这种类型的实验显然较易安排。

9.5 谈判博弈

9.4 节中解释的规则产生一种递归博弈 $G=(X,x_0,Z,P,A,h)$，它将被称为谈判博弈。谈判博弈可以描述为一系列位置类型，它分别指出需要作出决策的局中人、选择集合以及与之关联的终点处的支付。此系列如下所示：

位置 局中人，选择集合，支付

y_i P_i 中开始者位置。选择集合 $A(y_i)$包含两种位置：

(1)$(j,\{i\},d_C)$，$i,j\in C$ 且 $d(C)=v(C)>0$，$d_C\geqslant 0$

(2) y_j， $j\in N\setminus\{i\}$

(j,S,d_C) P_j 中反映者位置 $j\in C$ 且 $S=C\setminus\{j\}$（集合 S 是 C 中曾经提议或接受了 d_C 的那些成员的集合）

选择集合 $A((j,\{i\},d_C))$包含两种位置：

(1)y_j；

(2)$(k,S\cup\{j\},d_C)$，$S\cup\{j\}\subseteq C$，

或者(C,d_C)，$S\cup\{j\}=C$

(C,d_C) 具有支付的终点

$$h_i((C,d_C))=\begin{cases}d_i & i\in C\\ 0 & i\notin C\end{cases}$$

初始位置 x_0 是 y_i 之一。

实例：在规则的表述中，对谈判博弈 G 的解释已很清楚。不过，借助于如图 9.2 所示的博弈进行过程的数值示例来表现博弈的构造会更有助于理解。

其中，假设 x_0 是局中人 1 的开始者位置 y_1。他提出提议 $(70,10)_{1,3}$，这意味着，他提议联盟 $C=\{1,3\}$，自己得 70 而局中人 3 得 10。局中人 3 拒绝该提议选择 y_3，并提出局中人 1 得到 40，局中人 2 得 20，自己得 30。他选择局中人 1 作为反应者，局中人 1 接受，并选择局中人 2 为反应者。现在每个成员均提出或接受了该提议，这导致终点，提议成为最终协定。

特征函数：

$N=\{1,2,3\}$；

$v(1)=v(2)=v(3)=0$；

$v(1,2)=90, v(1,3)=80, v(2,3)=70.$

博弈进行过程如图 9.2 所示。

(1) y_1

(2) $(3,\{1\},(70,10)_{1,3})$

(3) y_3

(4) $(1,\{3\},(40,30,30)_{1,2,3})$

(5) $(2,\{1,3\},(40,30,30)_{1,2,3})$

(6) $(\{1,2,3\},(40,30,30)_{1,2,3})$

图 9.2　一种数值给定的特征函数 v 的谈判博弈进行过程示例

9.6　谈判博弈的静态均衡点

我们首先进一步引入一些符号，以便表述结论和证明。G

仍是指谈判博弈。

对于任意全局策略 b 和任意 $x\in X$，令 $Z(b|x)$ 为 x 之后，如果采用 b 则以正概率达到的所有终点的集合。

进一步定义：

$$q_i = E_i(b \mid y_i) \quad (i = 1,\cdots,n) \tag{9.14}$$

我们称 q_i 为 b 中局中人 i 的配额，我们将向量 $\boldsymbol{q} = (q_1,\cdots,q_n)$ 称为 b 的需求向量。我们的符号约定式(9.6)、式(9.7)和式(9.8)也将适用于 $\boldsymbol{q}$。

联盟 C 的成员的数目记为 $|C|$。

引理 1：

令 b 为 G 的静态均衡点，并令 $\boldsymbol{q}$ 为 b 的需求向量。则

$$q(C) \geqslant v(C) \tag{9.15}$$

对于任意 $C\subseteq N$ 成立。

证明：

设 $q(C)<v(C)$，并设 $j\in C$，定义

$$\varepsilon = \frac{1}{|C|}[v(C) - q(C)] \tag{9.16}$$

局中人 j 可以提出以下提议：

$$d_C = (q_i + \varepsilon)_C \tag{9.17}$$

正如我们将看到的，对提议的所有接收者来说，最好是接受它。显然，对一个反应者来说，如果所有其他局中人均已接受了它，则他必须接受它，拒绝只会有损其配额。根据对尚未接受的接收者数目的归纳可知，所有接收者必须接受这一提议，不论他们成为反应者的顺序如何。这说明，局中人 j 在 y_j 处可以得到多于 q_j 的支付，这和 b 为静态均衡点的假设矛盾。

引理 2：

令 b 为 G 的静态均衡点，并令 $\boldsymbol{q}$ 为 b 的需求向量。则

$$E_i(b \mid y_i) \leqslant q_i \quad (i, j = 1, \cdots, n \text{ 且 } i \neq 1) \quad (9.18)$$

证明：

在 y_i 处，局中人 i 可以将开始位置转交给局中人 j，从而得到 $E_i(b \mid y_j)$。

引理 3：

令 b 为 G 的静态均衡点，并令 $\boldsymbol{q}$ 为 b 的需求向量。对于任意 $z \in Z(b \mid y_j)$，在某些 C 中，我们有 $z = (C, q_C)$，以及 $h_j(Z) = q_j$；更进一步，对于 $q_j > 0$ 我们有 $j \in C$。

证明：

令 s 为从 y_j 到 $(C, d_C) \in Z(b \mid y_j)$ 的一种位置序列，一旦 y_j 被达到，则 s 由 b 以正概率实现。考察一个局中人 $i \in C$，在 s 中必然存在一个位置 $x \in P_i$，使得在 x 之后，s 上没有开始者位置 y_m。我们或者有 $x = y_i$，或者有局中人 i 是 (C, q_C) 达到之前就不得不接受 d_C 的接收者之一。

x 这一位置处的期望支付 $E_i(b \mid x)$ 必然至少为 q_i，因为如果 $x \neq y_i$ 则局中人 i 可以通过拒绝而达到 y_i。设如果 b 被采用而 x 已达到，尚未接受 d_C 的接收者均不拒绝 d_C 的概率为 α。这些接收者之一拒绝 d_C 的概率为 $1 - \alpha$。如果这种情况发生，则根据引理 2，局中人 i 最多得到 q_i。我们可得以下不等式成立：

$$q_i \leqslant E_i(b \mid x) \leqslant \alpha d_i + (1 - \alpha) q_i \qquad (9.19)$$

其中，d_i 为局中人 i 在 d_C 中的元素。由于 α 为正，这导致 $q_i \leqslant d_i$。由于这一推理可用于任意 $i \in C$ 和任意 $(C, d_C) \in Z(b \mid y_j)$，由引理 1 可知，对于任意终点 $(C, d_C) \in Z(b \mid y_j)$，我们有 $d_C = q_C$。

如 $q_j = 0$，则局中人 j 的支付在 $Z(b \mid y_j)$ 中的任意终点处为

0。如 $q_j>0$，则对于任意$(C, q_C)\in Z(b|y_j)$，局中人 j 必然为C中的成员，否则 $E_i(b|y_i)$将会小于 q_j。

纯静态均衡点：如果局部策略 b_x 选择$y\in A(x)$赋予概率1，而对所有其他选择赋予概率 0，则称其为是纯的。如果全局策略 b 对任意$x\in X\setminus Z$ 均赋予纯局部策略b_x，则它被称为纯的。纯全局策略可以描述为函数 f，它对任意 $x\in X\setminus Z$ 赋予 $y=f(x)\in A(x)$，它由 b 的局部策略b_x 以概率 1 选择。与一般博弈理论惯例相同，我们通过以这种方式与之对应的函数 f 来识别纯全局策略 b。如果静态均衡点是纯全局策略，则称其为纯的。

定理 2：

G 的静态均衡点b 的需求向量q 总是半稳定的。如果 q 是半稳定需求向量，则可以找到 G 的纯静态均衡点f，使 q 为f 的需求向量。

证明：

令 b 为静态均衡点。由引理 1 可知，b 的需求向量q 满足(a)。对 $q_i=0$，集合 $F_i(q)$包含$\{i\}$。对于 $q_i>0$，由引理 3 可得条件(b)。因此 q 是半稳定的。

现在假设 q 是任意半稳定需求向量。我们构造一个纯静态均衡点，使 q 为其需求向量(示例可参见 9.9 节)：

$$f(y_i)=(j,\{i\},q_{C_i}),\quad C_i\in F_i(q) \tag{9.20}$$

$$f((i,S,d_C))=\begin{cases}(C,d_C) & C=S\cup\{i\},\ d_i\geqslant q_i\\ (j,S\cup\{i\},d_C) & S\cup\{i\}\subset C \text{ 且对于 } k\in C\setminus S,\ d_k\geqslant q_k\\ y_i & \text{其他}\end{cases} \tag{9.21}$$

开始者提出提议 q_{C_i}，他得到其配额。如果所有接收者能从中至少获得其配额，则他们会接受该提议。因此 q_{C_i} 被所有接收者接受，而 q_i 为局中人 i 在 y_i 处的支付期望。

局中人 i 在 y_i 处不能通过偏离改进其支付。具有 $d_i > q_i$ 的提议 d_C 将不得不对至少一个局中人 $j \in C$ 给予 $d_j < q_j$。这一局中人将拒绝这一提议。显然，接受至少会带来 q_i 的提议是最优的。拒绝一种 $d_i < q_i$ 的提议，或者拒绝一个对某些其他局中人 $k \in C \setminus S$ 来说，有 $d_k < q_k$（他们以后总会拒绝该提议）的提议也是最优的。因此，f 是 G 的纯静态均衡点。

9.7 附加性质

半稳定性是需求向量上非常弱的一种条件。我们从定理 2 可知，谈判博弈允许存在相当宽范围的可能静态均衡点。这产生了一个问题，即这些均衡对该博弈所作的理性指示是否具有同样的合理性。正如我们将看到的，如果作为附加要求引入 3 种合理的性质，则我们会得到范围窄得多的静态均衡点，此类静态均衡点的需求向量是稳定的。在详细描述这 3 种性质之前，我们需要进一步引入一些定义和符号约定。在这些定义中，b 仍将表示谈判博弈 G 的给定静态均衡点。另外，$q = (q_1, \cdots, q_n)$ 仍将是 b 的需求向量，b_x 将标记 b 赋予 x 的局部策略。

有效性：如果 b 指示接受 (j, S, d_C)，而且没有接收者会拒绝 (j, S, d_C) 之后的所有可能反应者位置 (i, R, d_C)，则反应者位置 (j, S, d_C) 被称为对 b 是有效的。这意味着对于满足

$$R = S \text{ 且 } i = j \tag{9.22}$$

或

$$R \supseteq S \cup \{j\} \text{ 且 } i \in C \setminus R \tag{9.23}$$

的 $x=(i,R,d_C)$，对于某些 $k \in C \setminus (R \cup \{i\})$，我们有：

$$b_x((k,R \cup \{i\},d_C)) = 1 \tag{9.24}$$

或者

$$b_x((C,d_C)) = 1, \quad R \cup \{i\} = C \tag{9.25}$$

如果(j,S,d_C)是有效的，则如 b 被采用，终点(C,d_C)必会达到。更进一步，b 将会以最短的可能方式达到。

开始者位置 y_i 不视为有效的，但终点定义为有效的。

不受惩罚的挑衅：如果有

$$d_i > q_i \text{且} d_j < q_j \tag{9.26}$$

位置$(j,\{i\},d_C)$被称为是 i 对 j 的挑衅。

如果此外我们还有：

$$E_i(b \mid x) = q_i \tag{9.27}$$

和对所有

$$z = (C,q_C) \in Z(b \mid x), \ i \in C \tag{9.28}$$

我们说一种挑衅是不受惩罚的。

根据引理 3，式(9.27)在 $q_i>0$ 时蕴含着式(9.28)。不过，对于 $q_i=0$，式(9.28)是一种附加条件。

这一定义来自于以下思路：q_i 是局中人 i 在 y_i 处可以得到的最大值。如果式(9.27)不成立，则在 y_i 处作 x 选择会受到惩罚，$E_i(b \mid x)$会小于 q_i。不过在 $q_i=0$ 情形中，无法用这种方式惩罚局中人 i。条件式(9.28)对应于如下假设：如果两种情况支付相同的话，一个局中人更偏好于进入最终联盟而不是在它之外。这种归属偏好表明这样一种想法，即被排除在最终联盟之外对局中人来说，是一种惩罚形式。

附加性质：我们将查看以下 3 种加在谈判博弈 G 的静态均衡点 b 上的附加性质的效果。

(S) 简短性质：如果对 $x \in X \setminus Z$，选择集合 $A(x)$ 包含至少一个位置 y，它在 x 处最优且有效，则具有 $b_x(w)>0$ 的任意 w 是有效的。

(M) 混合性质：如果 $x \in A(y_i)$ 是最优和有效的，则 $b_{y_i}(x)>0, i=1,\cdots,n$。

(P) 挑衅性质：对于任意两个局中人 i 和 j 下列论述成立，即如果局中人 i 对 j 作不受惩罚的挑衅，则局中人 j 也对 i 作不受惩罚的挑衅。

解释：简短性质要求，反应者不会拒绝一个给予他最优值且将被所有尚未接受的其他局中人所接受的提议。这种行为可以解释为一种次级偏好，它要求尽量缩短博弈的剩余进行过程，其中博弈长度不是以位置数量度，而是以最终协定达到之前还需要提出的提议数目进行量度。对简短的偏好是一种次级标准，在支付不同时不起作用，它只是帮助在具有相同支付的选项中进行选择。

简短性质也适用于开始者，要求开始者在具有有效选择时使用它。

混合性质意指，开始者必须以正概率选择每个有效选择。这可以解释为：他在不同的有效选择间无偏好，因而可能会在它们之中随机选择。

挑衅性质可被视为阿尔伯斯施加的稳定条件(c)的非合作版本。假设(P)不成立，则局中人 i 具有对 j 的不受惩罚的挑衅，而局中人 j 对局中人 i 没有不受惩罚的挑衅，则局中人 i 如果试图利用其不受惩罚挑衅得到更多的话，他没有任何风险。如果局中人 j 保持 b 不变，则他会予以拒绝。但我们可以由式

(9.28)看到，最终会有一种包含局中人 i 并给予其配额的联盟提议。这意味着局中人 i 有能力如其意愿任意延迟博弈的结束，而局中人 j 却不具有这一能力。

9.8 附加性质的后果

为了证明将此 3 种性质和需求向量稳定性相联系的一个定理，我们需要几个引理。在这些引理中，b 将总是具有需求向量 q 的谈判博弈 G 的静态均衡点。

引理 4：

如果 b 有性质(S)，则具有(j, S, q_C)形式的任意 x 是有效的。更进一步，具有$(j, \{i\}, q_C)$形式的任意 x 在y_i 处是最优的且是有效的。

证明：

引理的第二部分是第一部分的直接推论。第一部分可以通过对$|C \setminus S| = k$ 作归纳而证明。对于 $k = 1$，性质(S)要求(C, q_C)选择，因为这一终点为惟一有效且最优的选择。如果论断直到 $k-1$ 均成立，则可知它对 k 也成立，理由为接受是反应者惟一有效和最优的选择。

引理 5：

令 b 具有性质(S)和(M)，对于任意两个局中人 i 和 j，以下成立：当且仅当 $F_j(q) \subseteq F_i(q)$时，局中人 i 具有对j 的不受惩罚的挑衅。

证明：

我们首先考察 $q_j = 0$ 的情形。在这种情况下，局中人 i 对局中人j 没有不受惩罚的挑衅，因为他没有任何挑衅手段。另

一种情况为 $F_j(q) \subseteq F_i(q)$ 不成立，即 $\{j\}$ 在 $F_j(q)$ 中但不在 $F_i(q)$ 中。这等同于 $q_j = 0$ 的情况。以下我们假设 $q_j > 0$。

我们首先展示 $F_j(q) \subseteq F_i(q)$ 的必要性。假设 $F_j(q) \setminus F_i(q) \neq 0$。我们将表明，局中人 i 对局中人 j 的任何挑衅都会受到惩罚。局中人 j 将拒绝该挑衅。在 y_j 处有有效且最优选择，其提议联盟不包含局中人 i。根据(M)，这些选择以正概率中选。由引理 3 可知，局中人 i 的支付将低于 q_i。

设 $F_j(q) \subseteq F_i(q)$。由于 $q_j > 0$，局中人 i 可以找到对局中人 j 的一种挑衅。局中人 j 将拒绝该挑衅，但根据引理 4，他必须在 y_j 处作出有效和最优选择。这一选择会涉及到提议一种包含局中人 i 的联盟，其支付分配形如 q_c。根据引理 3，只有这样的选择是有效的。它说明局中人 i 的挑衅是不受惩罚的。

引理 6：

在条件(S)，(M)和(P)下，b 的需求向量 $\boldsymbol{q}$ 是稳定的。

证明：

由引理 5 和(P)可知，如果 b 具有性质(S)，(M)和(P)，则 $\boldsymbol{q}$ 必然满足稳定条件(c)。

定理 3：

G 的具有性质(S)，(M)和(P)的静态均衡点 b 的需求向量 $\boldsymbol{q}$ 是稳定的。对于任意稳定需求向量 $\boldsymbol{q}$，存在具有性质(S)，(M)和(P)的静态均衡点 b，使得 $\boldsymbol{q}$ 是 b 的需求向量。

证明：

定理的第一部分正好为引理 6 的论断。令 $\boldsymbol{q}$ 为稳定需求向量。现考察具有以下性质(i)和(ii)的全局策略。

(i) 对于 $i = 1, \cdots, n$，b 的局部策略 b_{y_i} 对所有具有 $x = (j, \{i\}, q_c)$ 形式的 $x \in A(y_i)$ 赋予正概率，对所有其他选择赋

予概率零。

(ii) 在反应者位置 $x=(i,S,d_C)$ 处，b 的策略 b_x 总是对式(9.21)定义的选择 $f((i,S,d_C))$ 赋予概率 1。

我们将表明，具有(i)和(ii)的全局策略 b 为具有性质(S)，(M)和(P)的静态均衡点。

b 的均衡性可以立刻得到：如果 b 被采用，则根据 b 作的选择总是导致支付 q_i。由于所有终点具有形式(C,d_C)，超过 q_i 的改进是不可能的。

由引理 4 可知，(S)和(M)由结构满足，(P)来自于引理 5。

9.9 简单实例

考察以下零标准化 3 人特征函数型博弈：

$$v(1,2)=v(1,3)=v(1,2,3)=100 \qquad (9.29)$$

$$v(2,3)=40 \qquad (9.30)$$

需求向量(50, 50, 50)对 v 是半稳定的。使人感兴趣的是考察将(50, 50, 50)作为需求向量的纯静态均衡点 f。此类均衡点可以利用式(9.20)和式(9.21)构造。在此情形中，存在两个此类均衡点：一个具有 $C_1=\{1,2\}$，另一个具有 $C_1=\{1,3\}$。我们选择第一个：

$$C_1=\{1,2\} \qquad (9.31)$$

$$C_2=\{1,2\} \qquad (9.32)$$

$$C_3=\{1,3\} \qquad (9.33)$$

我们设 y_i 是初始位置 x_0。为什么局中人 1 所得不可能多于 50 呢？他可以试图通过提议，给局中人 3 以 45 使自己得到

55 而非给局中人 2 以支付 50。根据 f，如果他这样做，会发生什么事呢？局中人 3 将拒绝该提议，以便给出一个新提议，给局中人 1 以 50，给自己以 50。根据 f，局中人 3 坚信局中人 1 会接受该提议。

任何时候局中人 1 提出一个自己所得多于 50 的提议，都会发生同样的事情，即提议将会被拒绝，他会被要求平均分配 100。不管他以这种方式偏离 f 多长时间，这种过程均会持续下去。

具有 $d_1 = 55$ 和 $d_2 = 45$ 的位置

$$x = (2, \{1\}, d_{\{1,2\}}) \tag{9.34}$$

是局中人 1 对局中人 2 的一种不受惩罚的挑衅。局中人 2 不具有对局中人 1 的不受惩罚的挑衅。显然，这和均衡点 f 的特殊性有关。

假设我们以某种方式改变 f，使得局中人 1 以同样概率对局中人 2 或局中人 3 提出 100 的平均分配。如果这样，均衡性质就会丧失。局中人 3 不能再拒绝 45 的提议，因为拒绝之后，他将只有 1/2 的概率获得 50。这显示了性质(M)之所以重要的原因。

仅存在对 v 的一种稳定需求向量，即(60, 20, 20)[①]。在定理 3 的证明中，具有性质(i)和(ii)的静态均衡点要求每个局中人 i 在其开始者位置 y_i 处对另外两个局中人均以正概率提出提议，局中人无法冒险要求比其份额更多的支付。

---

① 原文为(80, 20, 20)有误。——译者注

9.10 先行优势

谈判博弈 G 的所有静态均衡点 b 均具有值得一提的共同重要特性。令局中人 j 为其开始者位置 y_j 为 G 的初始位置的局中人。我们说这一局中人 j 先行。显然，局中人 j 在博弈中的期望支付为 $q_j = E_j(b \mid y_j)$。其他局中人 i 最多得到其配额 q_i。此时，先行的局中人肯定会在最终联盟之中，而这对另一个局中人来说就不一定成立了。

在 b 满足(S)，(M)和(P)的情形中，可以对先行地位的优势得出一些结论。假设 q_i 和 q_j 为正，且 $F_j(q)$ 至少包含一种不属于 $F_i(q)$ 的联盟。这意味着，由于局中人 j 在 j 可以提出一种排除 i 的提议，所以局中人 j 不依赖于 i。如果(M)满足，这样的提议将以正概率提出。其后果是，局中人 i 的期望支付 $E_i(b \mid y_j)$ 将小于 q_i。在此意义上，对局中人 j 来说，具有先行地位更为有利。

如果我们有 $F_i(q) = F_j(q)$，则只要两种情形中采用的均是需求向量为 q 的静态均衡点，局中人 i 和 j 中何者具有先行地位并不重要。如果(S)，(M)和(P)成立，且未发生 $F_i(q) = F_j(q)$ 的例外情况，当我们比较采用具有同样需求向量 q 的静态均衡点的不同局势，就会发现先行地位的有限优势。

可能会有人反对先行优势中隐含的不对称性，但很可能此类不对称性在谈判的完美信息博弈模型中无法避免。因此，可能会有人倾向于拒绝这种模型，而更倾向于将具有同时选择的谈判过程概念化。当然，考察那种模型也很重要，但放弃完美信

息方法仍为时过早。

有一点是相当可信的，即至少在某些现实局势中，类似于先行优势的情况是一种现实规则。假设存在某种由联盟造成的获利机会，但相关局中人有一段时间没有注意到。如果其中一个局中人最早认识到可以进行一种博弈，显然他会是为了组成联盟而首先接触其他局中人，认为这对他比较有利并不是不合理的。

回溯先林（Schelling）对社会现象的对称博弈模型的研究（Schelling，1960）就走得太远了，尽管在他的论述中存在一些真理。对称和不对称模型在描述关于显著利益的冲突局势中各有所长。

参考文献

Albers W. Zwei Lösungskonzepte für kooperative Mehrpersonenspiele, die auf Anspruchsniveaus der Spieler basieren, OR-Verfahren XXI, 1 – 13, Meisenheim, 1975

Aumann R J, Maschler M. The Bargaining Set for Cooperative Games. In: Dresher, Shapley, Tucker eds. Advances in Game Theory. Princeton, N.J.: Ann. Math. Stud. 1964, 52: 443 – 476

Cross J H. Some Theoretic Characteristics of Economics and Political Coalitions. Journal of Conflict Resolution, 1967, 11: 184 – 195

Everett H. Recursive Games. Princeton: Princeton University, 1954 (mimeographed)

Harsanyi J C. A Simplified Bargaining Model for n-Person Cooperative Games. International Economic Review, 1963, 4: 194 – 220

Harsanyi J C. An Equilibrium-Point Interpretation of Stable Sets and a Proposed Alternative Definition. Management Science, 1974, 20: 1422 ~ 1495

Kahan J, Rapoport A. Test of the Bargaining Set and Kernel Models in Three-Person Games. In: Rapoport A ed. Game Theory as a Theory of Conflict Resolution. Reidei, Dordrecht, 1974. 161 ~ 192

Von Neumann J, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. second edition, Princeton, 1944

Rapoport A, Kahan J. Computer Controlled Research on Bargaining and Coalition Formation. In: Behavior Research Methods and Instrumentation, 1974, 6: 87 ~ 93

Schelling Th. The Strategy of Conflict. Cambridge(Mass.): Harvard University Press, 1960

Schmeidler D. The Nucleolus of a Characteristic Function Games. SIAM J. Appl. Math., 1969, 17: 1163 ~ 1170

Selten R. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1965, 121 Teil I: 301 ~ 324, Teil II: 667 ~ 689

Selten R. Equal Share Analysis of Characteristic Function Experiments. In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung-Contributions to Experimental Economics, 1977, Vol. III. J. C. B. Mohr, Tübingen, 130 ~ 165

Selten R. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 4: 25 ~ 55

Shapley LI. A Value for n-Person Games. In: Kuhn H W, Tucker A W eds. Contributions to the Theory of Games, Vol. II. Ann. Math. Stud. 28, Princeton University Press, Princeton, J. J., 1953, 307 ~ 317

Shapley Ll. On Balanced Sets and Cores. Naval Research Logistic Quarterly, 1967, 14: 453～460

Turbay G. Unpublished Ph. D. Dissertation, Rice University, Houston, Texas, 1977

第四部分　实验经济学

10. 经济行为中的公平原则

本文的目的是对简单的奖励分配公平原则影响可观测经济行为的方式进行一些讨论。实验结果充分表明了这一原则和解决经济分配冲突之间的关系。

这里所提出的理论解释的基础是霍曼斯（Homans）的分配公正理论，不过没有采用他的术语（Homans，1961）[①]。

从现代功利主义道德理论的规范观点来看，正如豪尔绍尼（Hansanyi，1955）工作中所表现的，公平原则作为一种集体决策的适当工具并非无可非议，不过，特定的规范规则常常在实践中被采用。对此，理论研究者不能加以忽视。贝叶斯决策理论的规范结论和经验观察到的人类行为之间的差异，需要根据有限理性理论进行解释（Simon，1959；Sauermann 和 Selten，1962）。公平原则作为一种可为决策者采用的规范规则似乎是非常合理的，但此外没有更强的逻辑分析和计算的能力了。

一美元的分配。让我们首先考察一种非常简单的实验局势：两个实验主体被要求在他们之间分配一美元。这一实验曾

---

① 在经济学意义上理应避免采用 Homans 所述意义上的“投资”一词。

由赖德格和欧文实施（Nydegger 和 Owen，1974）。实验主体总是同意平均分配，每个人得到 50 美分。

对此类行为存在至少 3 种不同解释：

(A) 该协定基于一种规范公平原则。

(B) 该协定反映了权力局势的对称性。

(C) 该协定是先林意义上的惟一显著点（Schelling，1960）。

欧文和赖德格没有考察道德解释（A）和显著性解释（C）。他们的目的是检验适用于这一局势的博弈理论解概念。

分配 120 张扑克牌。在赖德格和欧文所进行的另一个实验（Nydegger 和 Owen，1974）中，要求两个实验主体 A 和 B 在他们之间分配 120 张扑克牌；A 每张扑克牌获得 2 美分，而 B 每张扑克牌获得 1 美分。结果总是实验主体达成协定，40 张给 A，80 张给 B。从而他们达成一种等量分配，每个人获得 80 美分。

根据绝大多数博弈理论研究者所赞同的谈判问题的纳什解（Nash，1950），A 和 B 均应获得 60 张扑克牌，对应 A 的支付为 120 美分，B 的支付为 60 美分。

显然，道德解释（A）和权力解释（B）在这里也适用。显著性解释（C）的适用性则受到怀疑，因为纳什解，即双方得到同样数目的扑克牌，在显著性上似乎并不比每个谈判者均获得 80 美分的等量决策要差。当然也可以说，等量分配因为具有规范意义，所以更显著。这种版本的解释（C）和解释（A）之间难以区分。

正如我们根据其他实验所能看到的，采用博弈理论研究者的自然倾向——专注于权力解释——并不可靠。

奖励分配实验：对个体奖励分配进行实验研究的一种有趣

思路由列文塞尔（Leventhal）及其合作者（Leventhal 和 Michaels, 1969）首先提出，并得到米库拉（Mikula）及其同事的进一步研究（Mikula, 1973; Mikula 和 Uray, 1973; Mikula, 1975）[①]。在典型的奖励分配实验中，两个主体各在分开的房间内完成一项共同任务。之后，一个主体被要求在两人中分配一些现金，他可以按其希望的任何方式划分现金，也可以全部据为己有。

事实上，据观察实验主体很少会行使他在这一局势中的权力，频繁出现等量分配奖励的结局。

在米库拉的绝大多数实验中，实验主体被引导相信他自己对共同目标贡献得较多（例如 60%），或较少（例如 40%）。在后一种情况中，当主体的个体贡献看上去比较少时，可观察到一种按被公布的贡献比例分配奖励的倾向。然而在前一种情况中，当主体的个体贡献看上去较多时，结局则更多地偏向于对总额进行等量分配。

显然，实验性的奖励分配决策受到社会公正思想的强力驱动。对工作成绩作度量的可行性，使奖励分配者能采用比例公平规则。比例公平规则可被视为等量分配原则的一种修订版。等量分配原则指示对每个人作同样的奖励，而比例公平规则则指示对每单位工作成绩作同样的奖励。

米库拉实验中的奖励分配主体似乎是在简单等量分配原则和比例公平规则两种相互冲突的标准中进行选择。值得注意的是，他倾向于以对自己不利的方式解决这一冲突。米库拉将这一点归结于一般性的谦虚标准，这种标准可规范不同地位的人之间的社会交流。地位低的一方承认双方的地位差异，而高的

① 在最后提到的 Mikula 的论文中可以找到其他相关参考文献。

一方则会淡化这种差异（Mikula，1975）。

必须指出，在文献描述的奖励分配实验中，现金支付并不大。读者可能会问，如果是同样的实验，但以更高的现金支付形式进行，是否会观察到不同的行为。可以猜想，面临显著的金钱刺激时，社会标准的影响会有所减弱。

正如我们已经看到的，权力解释对理解奖励分配实验中的可观测行为没起什么作用。这说明，在现金支付不大的博弈实验中，等量支付分配是因为主体的行为由公平标准而非权力考虑造成的。

弗里德曼的双头垄断实验：在弗里德曼（Friedman）的双头垄断实验中，实验主体进行了相同的多时段不对称双头垄断实验，且允许他们进行书面交流。一般来说，实验主体能达到帕累托最优组合处的合作（Friedman，1967，1970）。这一组合往往是在“等量分割点”处，在那里双方的利润近似相等。在其他情况中，协定定位在等量分割点和联合利润最大化之间。显然在这里也可以看到等量分配原则的影响，尽管这一原则受到联合利润最大化倾向的修正。两种不同社会标准之间的折衷形式得到了解释。

更进一步的双头垄断实验研究。伯格（C. C. Berg）和笔者进行过一种连续的和面对面谈判的双头垄断实验，其中尽管协定是没有强制力的，但实验主体通常能成功地达成合作。（Selten 和 Berg，1970）。实验中观察到两种显著不同的合作模式：(a) 具有旁支付的协定，它在博弈结束时为两个局中人提供了等量的现金支付；(b) 没有旁支付的协定，它实现了帕累托最优，且为两个局中人提供近似相等的利润。这两种合作模式可以解释 18 例合作中的 15 个。

两种合作模式均采用了同样的等量分配原则，但所用的奖

励量度是不同的，因为现金支付包含了初始资产，而初始资产没有包含在利润之中。

权力差异似乎对作为协定结果的支付分配方式不具有显著的影响。我们对结果的解释，部分来自于等量分配的突出性，部分来自于强势局中人对牺牲其优势以尽快达成合作的意愿强度。对奖励分配的研究支持了这一解释。这些结果说明，等量分配原则的影响来自于其作为公平分配社会标准的性质。

一般公平原则。各种应用模式的等量分配原则和比例公平规则可以理解为一般公平原则的特例，这种原则可应用于更广泛的团体成员分配奖励的局势中。假设一个团体有 n 个成员，编号为 1，…，n 。要使用类似于以上讨论的公平规则，其中必须有一种能被接受的奖励量度方法，我们称这种量度方法为分配标准。对于任意可能的奖励分配，分配标准对每个成员 i 定义了奖励量度 r_i，其中 r_i 为非负实数。

在只需要分配一定数额的现金的局势中，很自然会采用的分配标准是，将赋予组员的现金支付作为奖励度量 r_i。为了说明其他分配标准的可能性，可以想像一下关于供给配额的卡特尔谈判，其中这些配额也可被视为奖励度量。伯格和笔者所进行的双头垄断实验中出现的两种合作模式显示，有时在同一问题中可能使用多种不同分配标准。

使用更为一般的公平原则的第二项要求是，存在一种可接受的方式，以定义公平奖励组合(r_1，…，r_n)。这可借助于一种比较标准进行，该比较标准对每组成员 i 赋予正权重 w_i。在很多情形中可以很自然地使用平均主义比较标准，对 $i=1$，…，n，有 $w_i=1$，但其他比较标准显然也是可能的。在以上讨论的奖励分配实验一例中，所公布的对共同目标贡献率量度即提供了一种替代比较标准。

公平奖励组合现在可以定义为满足以下条件的组合$(r_1, \cdots, r_n)$：

$$\frac{r_1}{w_1}=\frac{r_2}{w_2}=\cdots=\frac{r_n}{w_n} \qquad (10.1)$$

可以将公平奖励组合描述为对每单位权重赋予同样数目单位奖励的组合。显然，公平奖励组合的定义决定性地依赖于局势中采用的分配标准和比较标准。

公平成本分配。一般公平原则也可以应用于涉及到成本分配而不是奖励分配的问题。例如，生产公共品的成本可能会根据一种适当的比较标准在其使用者中分配。公平原则的规范结构在这些情形中仍然保持不变，尽管这里在组成员间进行分配的是负担而非利益。

分配标准和比较标准的性质。分配标准和比较标准并不总是由局势特征惟一确定的，在另一方面，它们也绝不是完全任意选择的。一般而言，问题的特性决定了替代可能的有限个数，组成员必须在其中达成一致。

合理的分配标准和比较标准必须满足的一个要求是其与问题的相关性。分配标准必须是对需要进行分配的奖励或者负担的一种有意义的度量，而比较标准必须和问题显著相关且是可证合理的。当然，这种相关准则相当模糊，需要具体情况具体解释。不过，它仍对标准的选择有重要影响。

为能实现其作为公平分配计算的基础的功能，分配标准和比较标准需要的第二种特性可以称为“可把握性”。r_i 和 w_i 的数值必须是由所有组员很容易地确切观察到。如个体效应之类的隐性变量是不可把握的，因此不能作为分配或比较标准。社会标准必须是可由社会控制的。因此，可把握性是分配和比较标准的重要特性。

配额卡特尔。卡特尔形成的文献揭示了经济学领域内公平原则的应用（Kastl, 1963）。在配额卡特尔中，供给配额就是一个客观存在的分配标准。以往供给量的某种平均值常常被当做比较标准。如果生产技术特性的决定有很容易的方法对生产能力作精确的量度，则生产能力也可以当做比较标准。

公平和权力。很难相信，公平原则对解决经济分配冲突（如配额卡特尔）的影响应完全归因于对社会标准的遵从。预期有权力的组员会力图获得比其份额更多的东西才是合理的。不过也可能存在有力的理由，使得有权力的个体认为，不强行使用其优势更为有利。例如，假设两个伙伴 A 和 B 必须在 100 现金单位的分配上达成一致，一方面，除了平均主义之外没有其他比较标准可以采用；另一方面，伙伴 A 在某种意义上明显地更有权力，因此有充分的理由要求得到多于 50 的份额。但他应该多要多少呢？在绝大多数情况下难以确定 50 和 100 之间的某数目为 A 的自然份额。如果 A 坚持这样的份额要求，如 70，则在达成任何协定之前都可能需要艰难的谈判。另一方面，B 知道 A 更有力，因此 B 同意 A 至少得到 50 的原则。如果 A 提出均分，B 会马上接受。这样，A 就可以省去很多麻烦，而且他表现出了自己的大度，从而建立了有利的合作精神。

伙伴 B 在尽快达成协定的问题上和 A 具有同样利益，但和 A 不同的是，他除了 0 之外没有其他自然的份额下限。他不可能作出肯定会低于适于其权力份额的合理要求。因此，只有 A 才能以保险的方式采取大方的行动。

权力概念。在以上对公平和权力的评论中，权力概念以其自然意义被使用，其意义可以由以下不严格的定义刻画：权力是享有超公平份额的能力——那些能够这样做的人具有权力，

而那些无法保有其公平份额的人则在权力上处于不利地位。

与豪尔绍尼对权力范围的全面讨论相比，这种解释相当粗糙，不能说是对这一问题的透彻解释（Harsanyi，1962a，b），不过在日常对这一词的使用中，常常是把权力与公平联系在一起，这就已把握了该词的一个重要性质。

公平和联盟形成。在他处已经显示，面对面联盟谈判的特征函数型博弈的实验结果和被称为等量份额分析的简单理论惊人地吻合（Selten，1972）。3 个假设描述了在此理论意义上的规范支付配置。第一个假设，分配完全性，要求已形成联盟的单位无法再获得更大的联合支付。如果支付配置在等量分配核中，则第二个假设得到满足。这时，即使向联盟成员提供等数额并超过其成员最终所得的支付也无法形成替代联盟。第三个假设要求在已形成的联盟内，强势局中人不会得到比弱势局中人更少的支付（“强势”和“弱势”的确切定义这里不再重复，在绝大多数实验案例中，直观上的力量排序就已说明了）。

已经显示，规范支付配置集合总是非空的（Selten，1972）。

为了说明这一概念，我们考察以下特征函数型 3 人博弈 v：

$$\left.\begin{array}{l} v(i)=0, \quad (i=1,2,3) \\ v(1,2)=100, \quad v(1,3)=90, \quad v(2,3)=80 \\ v(1,2,3)=120 \end{array}\right\} \tag{10.2}$$

完全分配要求形成 3 人联盟，并在其成员间分配 120。局中人 1 强于局中人 2 和 3，而局中人 2 强于局中人 3。第三个假设要求局中人在能反映力量次序的支付向量（x_1，x_2，x_3）

上达成一致。我们必然有

$$x_1 \geqslant x_2 \geqslant x_3 \tag{10.3}$$

至少局中人 1 和 2 其一的获得不少于 50；否则支付配置将不会在等量分配核中，因为反之（1，2）联盟会形成，并平均分配支付 100，且 1 与 2 均得到了超过（x_1，x_2，x_3）中的支付。根据由力量次序所施加的条件可知，局中人 1 的支付 x_1 至少为 50。类似地可以看到，只有在局中人 2 和 3 中至少有一个获得不低于 40 的支付时，（x_1，x_2，x_3）才会在等量分配核中。由 $x_2 \geqslant x_3$ 可知，我们必然有 $x_2 \geqslant 40$。对 v 的规范配置产生的支付向量由以下条件描述：

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \geqslant 50, \quad x_2 \geqslant 40 \\ x_1 \geqslant x_2 \geqslant x_3 \geqslant 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 120 \end{array}\right\} \tag{10. 4}$$

显然，平均主义支付向量 $x_1 = x_2 = x_3 = 40$ 为这些条件所排除。在属于规范配置的支付向量中，至少向量（50，40，30）与平均主义比较标准下的公平分配不同。

正如我们所见，等量份额分析并不是简单地预示等量支付分配，而是公平原则在规范支付配置集的确定中扮演了重要角色。一般核概念中的支付向量对具有主观支付分配的各种可能的替代联盟具有稳定性，而等量分配核的稳定性不那么强。只有对应等量分配原则的那些联盟支付分配被认为是潜在破坏稳定的，这些联盟协定是特别危险的替代，因为公平标准使得它们更容易被接受，弱势伙伴知道他们不能期望得到比等量份额更多，而强势伙伴则在提出等量分配建议时不需要证明其提议的合理性。

在以上所讨论的意义上，局中人的力量被认为与其权力相

关。因此在一个联盟中，弱势伙伴得到比强势伙伴更高的支付份额是不合理的。如果将权力和公平关联起来看，这是显而易见的。

等量分配核的一般化。在助长了等量份额分析发展的实验局势中，除平均主义之外，没有其他比较标准能证实自己的使用性。在可建模为特征函数型博弈的实际经济冲突局势中，其他比较标准可能更为适用。如果局中人为企业，而联盟具有兼并的含义，则企业总资产算是一个合适的比较标准。显然，对于任意给定的比较标准，我们可以得出一种等量分配核的相应修正版，我们称之为公平核。令 w_1，…，w_n 为局中人对应于比较标准的权重；n 人特征函数型博弈 v 的公平核是所有满足以下条件的支付配置的集合，其支付向量（x_1，…，x_n）具有如下性质：不存在非空联盟 C 满足

$$\frac{w_i}{\sum_{i\in C} w_i} v(C) > x_i \quad (i\in C) \qquad (10.5)$$

不等式(10.5)的左边表现的是局中人 i 在联盟 C 中的公平份额。与等量分配核情形一样，分配标准由支付 x_i 给出。如果特征函数 v 有 $v(i)=0$ 并不是对所有局中人 i 成立，则人们可能会希望考虑另一种分配标准，即 $x_i-v(i)$。通过这种方法，我们得到标准化公平核，并描述为：不存在非空联盟 C 满足

$$\frac{w_i}{\sum_{i\in C} w_i}\left[v(C)-\sum_{i\in C} v(i)\right] > x_i - v(i) \qquad (10.6)$$

这显然是其他地方（Selten，1972）定义的标准化等量分配核的一般化。

不能公平化的分配冲突。毫无疑问，存在一些公平原则不能适用的重要经济分配冲突，其原因是找不到合理的分配标准和比较标准。联合工资谈判即是这样一个例子。这种分配冲突可以称为不能公平化的。

一种对工资谈判卓有成效的实验分析方法已由宏观经济决策博弈 KRESKO（Tietz，1973）提供了。泰特兹（R. Tietz）和纬伯（H. J. Weber）曾经对 KRESKO 数据作出了杰出的理论解释（Tietz 和 Weber，1972；Tietz，1975；Weber 和 Tietz，1975）。这一研究说明，在不能公平化的双人谈判局势中，结局由平衡期望水平原则确定，其精神和公平原则相近。泰特兹和纬伯所做的理论解释不仅关心最终结局，也关心整个谈判过程。这里将不给出对这一工作的详细讨论，我们将注意力集中在最终结局上，以便展现平衡期望水平原则和公平原则之间的联系。

平衡期望水平原则。此原则基于的思路是：在谈判阶段开始之前，双方均有多种期望水平以及对谈判结局的预期。因此他们会有对所能得到的最小额的估计，以及正常情况预期会得到的数额，等等。在 KRESKO 博弈中，谈判者需要填写问卷，并需要回答 5 个此类的水平问题。这些水平按一般标度安排，其中排序的增加对应着更为有利但更难以获得的期望水平。我们将这一标度称为期望标度。

协定满足平衡期望水平原则，是指结局对两个谈判者而言在期望标度中处于同样水平。

尽管 KRESKO 博弈中的实验主体没有被告知其对手在期望标度上的级别，但他们在最终结局中成功地获得了近似平衡的期望水平。在谈判的口头交流过程中，意见交流似乎使实验主体能够感受到错失的信息。

平衡期望水平原则和以上所讨论的公平原则差别不大，两种情形中均可以发现成功的均等化相关量。在这种意义上，我们可以说公平的思路也体现在平衡期望水平原则之中。另一方面，使得两个谈判者的期望和预期可以相比的共同量度标度不具有可把握性，而它正是分配和比较标准的关键特征。

公平和期望水平的形成。泰特兹和韦伯没有解释期望水平的形成。在此方面，到目前为止，从 KRESCRO 数据中只能得到定性分析结果（Weber，1976）。在可以获得分配和比较标准的可公平化分配冲突中，可以合理地推想期望水平的形成得到公平原则的引导。例如，假设组员认为彼此权力相等，则没有人有理由要求得到多于其公平份额的支付。在这种类型的实验局势中，公平份额是期望水平形成的自然聚点。因此可以期望在公平分配中，所有组员的期望水平在期望标度上是相等的。如果确实如此，则公平原则和平衡期望水平原则就是相吻合的。

特征函数型博弈实验提供了权力不等伙伴之间分配冲突的例子。对此我们不能期望它的两个原则都和没有显著权力差异局势中的相吻合。强势局中人可能会比弱势局中人要求更高的支付份额。对公平的考虑将仍然对期望水平的形成具有间接的影响。替代联盟支付的等量份额会成为自然的聚点，这和等量份额分析的精神是一致的。

参考文献

Friedman J W. An Experimental Study of Cooperative Duopoly. Econometrica 1967, 35：379－397

Friedman J W. Equal Profits as a Fair Division. In：Sauermann H ed. Beiträge zur

experimentellen Wirtschaftsforschung-Contributions to Experimental Economics, Vol. II. J. C. B. Mohr, Tübingen, 1970, 19~32

Harsanyi J C. Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility. Journal of Political Economy, 1955, 63: 309~21

Harsanyi J C. Measurement of Social Power, Opportunity Costs and the Theory of Two Person Bargaining Games. Behavioral Science, 1962a, 7: 67~80

Harsanyi J C. Measurement of Social Power in *N*-Person Reciprocal Power Situations. Behavioral Science, 1962b, 7: 81~91

Homans G C. Social Behavior: Its Elementary Forms. New York: Hartcourt, Brace and World, 1961

Kastl L ed. Kartelle in der Wirklichkeit. Festschrift für Max Metzner. Carl Heymans Verlag, Köln – Berlin – Bonn, 1963

Leventhal G S, Michaels J W. Extending the Equity Model, Perception of Inputs and Allocation of Rewards as a Function of Duration and Quantity of Performance. Journal of Personality and Social Psychology, 1969, 12: 303~309

Mikula G. Gewinnaufteilungsverhalten in Dyaden bei variiertem Leistungsverhältnis. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 1973, 3: 126~133

Mikula G. Studies on Reward Allocation. Berichte aus dem Institut für Psychologie der Universität Graz A 8010 Graz, Schuberstr. 6a/II, 1975

Mikula G, Uray H. Die Vernachlässigung individueller Leistungen bei der Lohnaufteilung in Sozialsituationen. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 1973, 4: 136~144

Nash J F. The Bargaining Problem. Econometrica, 1950, 18: 155~162

Nydegger R V, Owen G. Two-Person Bargaining, An Experimental Test of the Nash

Axioms. International Journal of Game Theory, 1974, 3: 239~250

Sauermann H, Selten R. Anspruchsanpassungstheorie der Unternehmung. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1962, 577~597

Schelling Th. The Strategy of Conflict. Cambridge (Mass.): Harvard University Press, 1960

Selten R. Equal Share Analysis of Characteristic Function Experiments. In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung-Contributions to Experimental Economics, Vol. Ⅲ. J. C. B. Mohr, Tübingen, 1972, 130~165

Selten R, Berg C C. Drei experimentelle Oligopolspielserien mit kontinuierlichem Zeitablauf. In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung-Contributions to Experimental Economics, Vol. Ⅱ. J. C. B. Mohr, Tübingen, 1970, 162~221

Simon H A. Theories of Decision Making in Economics and Behavioral Science. American Economic Review, 1959, 253~283

Tietz R. Ein anspruchsanpassungsorientiertes Wachstums-und Konjunkturmodell (KRESKO). In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung. J. C. B. Mohr, Tübingen, Vol. Ⅳ, 1973

Tietz R. An Experimental Analysis of Wage Bargaining Behavior. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1975, 13: 44~91

Tietz R, Weber H. -J. On the Nature of the Bargaining Process. In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung-Contributions to Experimental Economics, 1972, Vol. Ⅲ. J. C. B. Mohr, Tübingen, 305~334

Weber H. -J. Zur Theorie der Anspruchsanpassung in repetetiven Entscheidungssituationen. Frankfurter Arbeiten zur experimentellen Wirtschaftsforschung,

Nr. A4, April, 1976

Weber H. -J., Tietz R. Statische und dynamische Vorteilsausgleichstheorien der Verhandlung. In: Becker O, Richter R eds. Dynamische Wirtschaftsanalyse, J. C. B. Mohr, Tübingen, 1975

11. 3人配额博弈谈判的非合作模型中的联盟概率

3人特征函数型博弈的实验结果显示，不同的联盟以不同的频率出现。典型地，在没有总联盟和单个局中人支付为0的不对称3人配额博弈中，两个较强的局中人的联盟比其他两人联盟出现得更多[5,6]。最近列文索恩（Levinsohn）和拉泼波特（Rapoport）发现一个非常有趣的经验规则，即两个较强局中人组成联盟的相对频率似乎线性相关于一种结构指标，这一指标量度的是配额之间的不平等程度[6]。

对于这些经验发现，可能会问的一个问题是，是否能对不同联盟具有不同频率的现象提供博弈理论解释。一般来说，不能期望人类决策行为和博弈理论推理的逻辑完全一致[12]。不过，仍需探讨理性解释的可能性。博弈理论分析可以提供重要的启示，即便其结果在描述的正确性上意义有限。

奥曼（R. Aumann）和马什克勒（M. Maschler）提出的协商集理论认为，在没有全联盟的3人配额博弈中，会形成一种双人联盟，联盟中的局中人获得配额作为其支付，但没有给出对联盟频率的预期[2]。可应用于这一局势的其他几种理论也得到了同样的结论。这在冯·诺依曼－摩根斯顿解（应用于

支付配置而不是支付转移）和约翰·克罗斯解及其变种中[1,3,15]均成立。与这些理论不同，等量份额分析排除了两个较弱局中人的联盟，而且有时除了两个较强局中人的联盟之外不允许任何其他联盟出现[10]。至少在某些实验环境中，等量份额分析所排除的那些联盟确实以不可忽视的相对频率出现[5,7]。显然，应该有更充分的理论对这些联盟也赋予正概率。

本文的目的是提出一种非合作谈判模型，它能够导出联盟概率。预测频率和观测频率之间，尽管差异比较显著，但并没有极端性的差异。

11.1 3 人配额博弈

令 V 为一种没有全联盟且单个局中人支付为 0 的 3 人博弈的特征函数，

$$V(1) = V(2) = V(3) = 0 \tag{11.1}$$

$$V(12) = a; \quad V(13) = b; \quad V(23) = c \tag{11.2}$$

我们假设 a，b 和 c 是正的。不失一般性地对局中人编号，使得：

$$a \geqslant b \geqslant c > 0 \tag{11.3}$$

进而为了保证配额 q_1，q_2，q_3 为正，我们假设

$$b + c > a \tag{11.4}$$

这些配额定义如下：

$$q_1 = \frac{a + b - c}{2} \tag{11.5}$$

$$q_2 = \frac{a + c - b}{2} \tag{11.6}$$

$$q_3 = \frac{b + c - a}{2} \tag{11.7}$$

全联盟 123 无法形成；函数 V 对这一联盟没有定义。为简明起见，我们排除了极限情形 $c = 0$ 和 $b + c = a$。

11.2 谈判模型

谈判模型的形式为无限扩展型博弈。这一博弈在无限多个阶段 $t = 1, 2, 3, \cdots$ 上进行，其意是指：规则允许博弈进行无限多个阶段，但进行有限长度也是可以的，且事实上这对局中人更为有利。每个阶段具有同样的结构：一个在阶段 t 之前未结束的博弈会在阶段 t 开始时生成一个子博弈，该子博弈和整个博弈同构。因此，博弈完全由任意阶段 t 的规则和无限进行时的支付约定界定。

11.2.1 阶段 t 的规则

对于 $t = 1, 2, 3\cdots$ 阶段 t 如果被达到的话，博弈会按照以下方式进行：在阶段的开始，3 个局中人对包括随机局中人在内的所有以往选择信息完全了解。这一阶段分为 4 个步骤。前 3 个步骤形成了一种试探性联盟 C_t。

第 1 步：随机选择选中局中人 1，2，3 中的一个。3 个局中人各以同样的概率 1/3 中选。随机选择的结果使所有局中人知道。

第 2 步：令 i 为第 1 步中所选中的局中人。局中人 i 必须提出联盟 ij，或是联盟 ik，其中 j 和 k 是其他两个局中人。局中人 i 的提议使所有局中人知道。

第3步：令 ij 为由局中人 i 所提出的联盟。局中人 j 可以接受 ij 或提出 jk。如果他接受 ij，则试探性联盟 C_t 为 ij；如果他提出 jk，则试探性联盟 C_t 为 jk。试探性联盟 C_t 使所有局中人知道。

第4步：令局中人 g 和 h 是 C_t 的成员，并令 X_{gh} 为所有满足以下条件的向量 $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, x_3)$ 的集合：

$$x_g + x_h = V(gh), \quad x_g \geqslant 0, \quad x_n \geqslant 0 \qquad (11.9)$$

$$x_m = 0 \qquad (11.10)$$

其中，m 是不在 C_t 中的局中人；局中人 g 和 h 同时独立地分别选择提议 $x^g \in X_{gh}$ 和 $x^h \in X_{gh}$。如果两种提议相吻合，则博弈结束，局中人1，2，3得到由共同提议 $\boldsymbol{x}=x^g=x^h$ 规定的支付 x_1，x_2，x_3。在冲突情形 $x^g \neq x^h$ 中，博弈前进到阶段 $t+1$。

11.2.2 无限进行

博弈无限进行时，每个局中人的支付为0。

11.2.3 解释

我们可以称步骤1，2，3为联盟形成阶段，步骤4为支付谈判阶段。联盟形成阶段可以视为一种完美信息博弈，其结局是试探性联盟。谈判阶段是联盟内支付谈判的一种非常简单的模型。

联盟形成阶段的完美信息特征易于分析。总体上的对称性由第1步的随机选择实现。无论随机选择得到何种结果，联盟形成阶段剩余的两步2和3正好足以允许3种双人联盟中的任何一种形成。

11.2.4 行为策略

局中人 i 的行为策略 s_i 是一个函数，它对局中人 i 的每个信息集在 u 处的选择赋予概率分布 s_{iu}。本文中，行为策略将总是有限行为策略，即 s_{iu} 仅对有限数目的选项赋予正概率。由于这里没有考虑更为一般性的行为策略，所以“有限”一词将被省略。对于谈判模型，有限性这一条件产生的惟一限制是在第 4 步。

令 $s=(s_1, s_2, s_3)$ 为谈判模型的行为策略组合，即行为策略的一个三元集，每个局中人有一个行为策略。由于谈判模型是一种无限博弈，所以有必要解释局中人 i 在 s 处的期望支付 H_i（S）的含义。幸运的是，对此在谈判模型中没有产生什么难题。令 H_{it}（S）为局中人 i 在直到阶段 t 的期望支付（以后的支付被省略）。由于 s 仅允许直到阶段 t 的博弈过程中出现有限数目种可能，所以期望支付 H_{it}（S）可以准确定义。更进一步，序列 H_{i1}（s），H_{i2}（s），…是非减的，具有上限 a，这是因为支付只能通过博弈终局时的第 4 步的协定获得。因此，这一序列收敛于一个极限。局中人 i 的期望支付 H_i（s）定义为这一极限。由于无限进行下去会导致零支付，所以很自然会通过这种方法为行为策略组合定义期望支付。

11.3 建议解的特性

对于非合作博弈而言，合理的博弈理论解只能是均衡点或者均衡点的集合。指示非均衡行为的理论是自相矛盾的，原因是至少有一个局中人，如果他相信其他局中人遵从指示的话，

就会有动力作策略偏离。

不幸的是，不能期望人类决策行为是完全理性的，对于博弈局势来说更是如此。学习过程而不是抽象思考决定了有经验的局中人的行为。博弈学习的数学模型，如布朗－罗宾逊(Brown-Robinson)过程，如果收敛的话则将收敛于均衡点，不过事情并不总是如此[8,9,14]。在学习过程不收敛时，要预测有经验者的行为，均衡点理论仍然是一个有用的工具。数值实例给人的印象是，在这种情况下，可期望会有混合策略均衡点周围周期波动的趋势。这些波动的平均结果可能会类似于混合策略均衡点。

应该说把混合策略均衡点当做经验平均行为的近似，这一经验关系并没有得到有力证据的证实。不过，看来值得采用这一方法。

在 11．2 节中引入的谈判模型有多个均衡点，我们将应用合理的标准在其中选择惟一的一个。根据此处的研究目的，在这里应用约翰·豪尔绍尼和笔者[4]所建立的选择方法并不合适，在此将仅就此特定问题进行分析，解概念不能扩展应用到更广范围的博弈中。

由于所提出的理论的范围有限，所以将避免技术术语的冗长规范定义，这些术语的通常意义就已适用了。

将中选的惟一均衡点是一个行为策略均衡点，我们将此均衡点称为谈判博弈的“解”。以下对解特征的要求描述将和必要的术语解释一起引入。

11.3.1 子博弈一致性

行为策略均衡点的子博弈一致性要求局中人对于同构子博弈的策略是不变的。这里将不给出关于子博弈一致性的更为规

范的定义，而是解释这一要求对于 11．2 节中引入的谈判博弈的意义。

在随机选中一个特定局中人 i 之后，开始于第 2 步的所有子博弈是同构的。子博弈一致性要求在第 2 步中，局中人 i 总是以同样的概率在 ij 和 ik 之间进行选择，而不考虑 t 和博弈的以往历史。类似地，第 3 步中一个局中人的各种决策发生的概率必须总是相同的。所有在某阶段 t 中始于第 4 步的试探性联盟 C_t 的子博弈为同构的。C_t 的成员必须总是采取同样的行动。

注意，子博弈一致性不是谈判博弈规则的一部分。局中人被允许采用任何行为策略，只有解被要求具有子博弈一致性。

子博弈一致性不应和子博弈完美性混淆，子博弈完美性要求在每个子博弈上生成均衡点[11,12]。行为策略子博弈完美均衡点可能不是子博弈一致的，反之亦然。

11.3.2 正联盟提议概率

我们说谈判博弈的子博弈一致行为策略均衡点具有正的联盟提议概率，是指它总是对在第 2 步或第 3 步进行决策的局中人的两种选择均指示着正的概率。

如上所述，经验观察说明，所有双人联盟以正概率形成。显然，学习不能消除这些联盟中的任何一种的形成趋向。因此，把正联盟提议概率当做解的约束条件是合理的，如果该解试图表现有经验的局中人的行为的话。

11.3.3 独立正联盟概率

我们称达成了协定的试探性联盟为最终联盟。令 α，β 和 γ 分别为谈判博弈中给定均衡点达成的最终联盟 12，13 和 23

的概率。我们说谈判博弈的一个均衡点具有独立正联盟概率是指：在阶段 1 的第 1 步中的随机选择之后，达成 12，13 和 23 作为最终联盟实现的条件概率为正，而且与随机选择选择了哪一个局中人无关。这意味着在给定阶段 1 的第 1 步时，12，13 和 23 实现的条件概率总是同样的正概率 α，β 和 γ。

11.3.4 纳什谈判性质

考察谈判博弈的子博弈一致行为策略均衡点，令 w_1，w_2 和 w_3 分别为局中人 1，2 和 3 各自的预期均衡支付。由于在阶段 t 开始的子博弈总是和整体博弈同构，w_1，w_2 和 w_3 也是这些子博弈的预期支付。

假设 gh 为某阶段 t 的试探性联盟 C_t。局中人 g 和 h 面临的局势可以描述为一种关于 $V(gh)$ 在 g 和 h 之间的分配的谈判问题，其中 w_g 和 w_h 为冲突支付。能够达成一种有利可图的协定的条件是：

$$w_g + w_h \leqslant V(gh) \tag{11.11}$$

纳什谈判理论应用于此局势确定的协定，使它与 w_g 和 w_h 之和的差须在两个局中人之间均匀分配。这一协定对应于以下提议 $x=(x_1, x_2, x_3) \in X_{gh}$：

$$x_g = w_g + \frac{1}{2}[V(gh) - w_g - w_h] \tag{11.12}$$

$$x_h = w_h + \frac{1}{2}[V(gh) - w_g - w_h] \tag{11.13}$$

$$x_m = 0 \tag{11.14}$$

其中，m 为不在 C_t 中的局中人。

如果对式(11.11)成立的任意两个局中人 g 和 h 满足以下条件：一旦 g 和 h 发现他们在一个联盟 C_t 中，他们均会选择

由式(11.12)、式(11.13)和式(11.14)描述的 $x \in x_{gh}$ 提议，则我们说谈判博弈的子博弈一致行为策略均衡点具有纳什谈判性质。这一提议称为纳什提议。

纳什谈判性质可以解释为一个条件，这一条件保证在第 4 步的局势中，局中人双方如果没有达成均衡解的话，则会承担同样的损失。在这一意义上要求均衡协定应与冲突风险相权衡。

11.4 解

正如我们将看到的，包括子博弈一致性、正联盟提议概率、独立正联盟概率和纳什谈判性质在内的 4 个要求，确定了谈判博弈的惟一行为策略均衡点。在惟一性还没有得到证明之前，我们称任何具有这些性质的均衡点为“一个解”。

引理 1：

解对试探性联盟 C_t 的两个成员 g 和 h 总是指示同样的提议 $x \in X_{gh}$。

证明：

子博弈一致性要求提议和以往历史无关。试探性联盟提议 gh 将总是相同的。除非 g 和 h 的提议相吻合，否则 gh 处不可能达成任何协定。根据独立正联盟概率的要求，两种提议必须吻合。

备注：这一证明中只用到了子博弈一致性和独立正联盟概率的要求。

引理 2：

解具有如下性质：任意均衡博弈方式在阶段 1 的第 4 步形成一种双人联盟之后马上结束。

证明：

引理 2 是引理 1 的直接推论。

引理 3：

令 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)$ 为由解指示的试探性联盟 C_t 的两个成员 g 和 h 的共同提议，则由 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)$ 所确定的支付如下所示：

$$x_g = q_g \tag{11.15}$$

$$x_h = q_h \tag{11.16}$$

$$x_m = 0 \tag{11.17}$$

其中，m 是不在 C_t 中的局中人，q_g 和 q_h 是 g 和 h 由式(11.5)、式(11.6)和式(11.7)所定义的配额。

证明：

考虑一个需要在阶段 1 的第 3 步中进行决策的局中人，他必须在两种他为成员之一的双人联盟中进行选择。正联盟提议概率要求两种选择均具有正概率。根据引理 2，无论他选择何种联盟都将是最终联盟。由于他的两种选择均具有正概率，而且需要他作出决策的局势本身也以正概率发生，所以他必定对两种选择无差异。这就使得他必定在其为成员之一的两种联盟中获得同样的协定支付。这一推理适用于每个局中人。显然，只有式(11.15)、式(11.16)和式(11.17)所描述的配额协定满足条件，即每个局中人在其为成员之一的两种联盟中获得同样的协定支付。

引理 4：

解达成最终联盟 12，13 和 23 的概率 α，β 和 γ 如下：

$$\alpha = \frac{q_1 q_2}{q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3} \tag{11.18}$$

$$\beta = \frac{q_1q_3}{q_1q_2 + q_1q_3 + q_2q_3} \quad (11.19)$$

$$\gamma = \frac{q_2q_3}{q_1q_2 + q_1q_3 + q_2q_3} \quad (11.20)$$

这里，q_1，q_2 和 q_3 为由式(11.5)、式(11.6)和式(11.7)所定义的配额。

证明：

由引理 2 和引理 3 可知，均衡支付如下：

$$w_1 = (\alpha + \beta)q_1 = (1 - \gamma)q_1 \quad (11.21)$$

$$w_2 = (\alpha + \gamma)q_2 = (1 - \beta)q_2 \quad (11.22)$$

$$w_3 = (\beta + \gamma)q_3 = (1 - \alpha)q_3 \quad (11.23)$$

纳什谈判性质要求以下条件得到满足：

$$q_1 - w_1 = q_2 - w_2 \quad (11.24)$$

$$q_1 - w_1 = q_3 - w_3 \quad (11.25)$$

$$q_2 - w_2 = q_3 - w_3 \quad (11.26)$$

根据式 (11. 21)、式 (11. 22) 和式 (11. 23)，这等 A 价于：

$$\gamma q_1 = \beta q_2 = \alpha q_3 \quad (11.27)$$

这和

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \quad (11.28)$$

一起得到式(11.18)、式(11.19)和式(11.20)。

引理 5：

每个解对第 2 步和第 3 步进行的决策指示着同样的概率。

证明：

假设在阶段 1 的第 1 步，局中人 1 被随机选择选中。这一

局势如图 11．1 所示。在第 3 步，局中人 2 和 3 必定以同样的概率选择联盟 23。否则对局中人 1 来说，他不会对 12 和 13 无偏好。在 12 和 13 两种情况下，他得到同样的协定支付 q_1，并且会倾向于选择实现概率较高的联盟。

如果随机选择选中了局中人 2 或 3，可以以同样的方式导出在第 2 步和第 3 步中的决策的惟一选择概率。

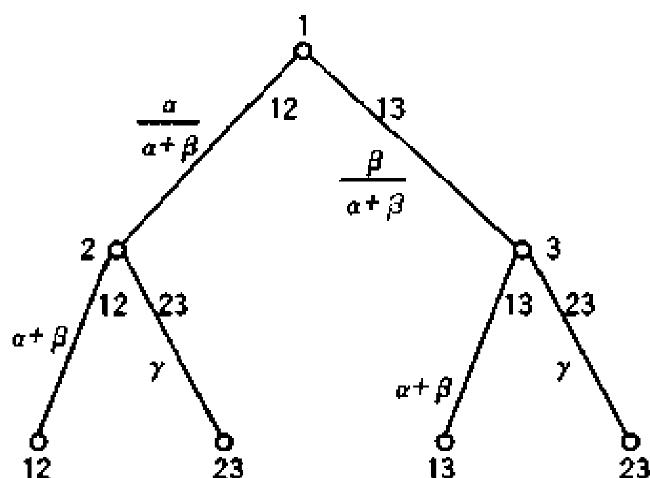


图 11.1 第 1 步选中了局中人 1 之后，第 2 步和第 3 步的选择概率

定理：

谈判博弈有且仅有一个解。解实现 12，13 和 23 的概率分别由式(11.18)、式(11.19)和式(11.20)给出。在解所指示的联盟协定中，联盟成员得到其配额作为支付。

证明：

显然，由引理 1 至引理 4 决定的行为策略组合是谈判博弈的惟一解。更进一步，可以很容易地看到这一策略组合事实上是谈判博弈的一个均衡点。局中人策略偏离既不能提高他成为最终联盟成员的概率，也不能提高他的协定支付。显然，这一均衡点是与子博弈一致的。例如，引理 5 的证明所示，正提议

概率和独立正联盟概率的要求得到满足。由式（11．24）、式（11．25）和式（11．26）成立可知，纳什谈判性质即得到满足。

备注：如以上所述，子博弈一致性并不意味着子博弈完美性。这里的解既是子博弈一致的，也是子博弈完美的。其原因就在于，同构子博弈的每一类中的任一子博弈以正概率实现。由于博弈是无限的，所以参考文献[13]中完美性的精炼概念在这里并不适用。

11.5 与实验结果的比较

11.2节中所规定的谈判博弈规则可以被当做一种实验程序。到目前为止，还没有进行过这样的实验。不过，将这一理论和由其他规范化了的谈判程序中获得的实验结果进行比较是有意义的。这些谈判程序将局中人置于意义严格的无限非合作扩展型博弈局势中，其中不能有博弈之外的交流机会。这样的实验已由卡汉（kahan）和拉泼波特[5]进行过。

卡汉和拉泼波特所采用的谈判规则产生了一种非常复杂的扩展型博弈，对该博弈进行分析相当困难。现在仍不清楚他们的规则是否能产生和此处谈判博弈解相似的均衡点，不过猜想能够也并非不合理。

表11．1显示了卡汉和拉泼波特的实验中所采用的博弈。表11．2包含本理论对这些博弈所预测的联盟概率。

表11．3显示，在许多情形中预测值和观测值相当接近。

表11.1 卡汉和拉泼波特的配额博弈

博弈	a	b	c	q_1	q_2	q_3
Ⅰ	95	90	65	60	35	30
Ⅱ	115	90	85	60	55	30
Ⅲ	95	88	81	51	44	37
Ⅳ	106	86	66	63	43	23
Ⅴ	118	84	50	76	42	8

表11.2 卡汉和拉泼波特博弈的联盟概率

博弈	α	β	γ
Ⅰ	0.424	0.364	0.212
Ⅱ	0.489	0.267	0.244
Ⅲ	0.390	0.328	0.283
Ⅳ	0.526	0.282	0.192

表11.3 卡汉和拉泼波特博弈的观测和预测的联盟频率①

博弈	12	13	23	χ^2
Ⅰ	27 19.94	15 17.09	5 9.97	5.22
Ⅱ	25 23.47	8 12.80	15 11.73	2.81
Ⅲ	17 18.70	16 15.73	15 13.57	0.31
Ⅳ	35 25.26	7 13.51	6 9.22	8.02
Ⅴ	42 37.04	6 7.06	0 3.90	2.91②

注：① 观测值在上，预测值在下。

② χ^2值是结合13类型和23类型计算而得的。

5种博弈中只有一种在博弈Ⅳ中，已在5%的水平上拒绝对本理论的随机偏离零假设。不过仍存在对理论的显著差异。这通过对整个表作Chi平方检验，表明它在5%水平上是显著的（$\chi^2=19.27$，自由度为9）。

此理论看来存在一种偏差，趋于低估两个强势局中人的联盟概率。可以猜测这是产生偏差的原因，这种偏差使得对整表的零假设被拒绝。不过，预测和观测之间的一致性仍比随机原因要强得多。这可以通过表11.1中观测频率和预测频率之间的秩相关显示出来。斯皮尔曼（Spearman）秩相关系数为0.954，在1%水平上显著。

参考文献

1 Albers W. Zwei Lösungskonzepte für kooperative Mehrpersonenspiele, die auf Anspruchsniveaus der Spieler basieren, OR-Verfahren, XXI 1～13

2 Aumann R J, Maschler M. The Bargaining Set for Cooperative Games. In: Dresher M, Shapley L S, Tucker A W eds. Advances in Game Theory. Ann. Math. Stud. Princeton N. J., 1964, 52: 443～476

3 Cross J G. Some Theoretic Characteristics of Economic and Political Coalitions, Conflict Resolution 1967, XI 2: 184～195

4 Harsanyi J C. A Solution Concept für n-Person Cooperative Games. International Journal of Game Theory, 1976, 5: 211～225

5 Kahan J P, Rapoport A. Test of the Bargaining Set and Kernel Models in Three Person Games. In: Rapoport A ed. Game Theory as a Theory of Conflict Resolu-

tion, Dortrecht Holland, D. Reidel, 1974, 161～192.

6 Levinsohn J R, Rapoport A. Coalition Formation in Multistage Three Person Cooperative Games. In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung-Contributions to Experimental Economics, Vol. 8, Mohr, Tübingen 1978

7 Riker W H. Bargaining in a Three-Person Game. American Political Science Review, 1967, 61: 642～656

8 Robinson J. An Iterative Method of Solving a Game. Annals of Mathematics, 1951, 54: 296～301

9 Rosenmüller J. Über Periodizitätseigenschaften spieltheoretischer Lernprozesse, Zeitschrift für Wahrschein-lichkeitstheorie und verwandte Gebiete, 1971, 17: 259～308

10 Selten R. Equal Share Analysis of Characteristic Function Experiments. In: Sauermann H ed. Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung - Contributions to Experimental Economics, Vol. Ⅲ. Mohr, Tübingen, 1972, 130～165

11 Selten R. A Simple Model of Imperfect Competition, where 4 are Few and 6 are Many. International Journal of Game Theory, 1973, 2: 141～201

12 Selten R. The Chain Store Paradox, Working Paper No. 18, Institute of Mathematical Economics. University of Bielefeld, July 1974, to be published in Theory and Decision

13 Selten R. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 4: 25～55

14 Shapley L S. Some Topics on Two-Person Games. In: Dresher M, Shapley L S, Tucker A W eds. Advances in Game Theory. Ann. Math. Stud. 52, Princeton N. J., 1964, 1～28

15 Von Neumann J, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton N. J., 1944

12.3人特征函数实验的等量分配支付限额

内容摘要:本文对3人特征函数型博弈实验引入了一种新的描述理论。该理论基于的思路是:如果局中人进入一种联盟,则形成他们希望获得的最低数额的期望水平。这些期望的形成由以下因素决定:联盟的等量分配额;当一个局中人进入联盟时,这一额度的增长量。这一推理考虑了局中人的力量排序。

运用泽尔滕和克里斯克勒(Krischker)合作文章中引入的方法,对几种理论在文献中取得的一系列3人博弈实验中的预测成功率进行了比较,结果是新的等量分配支付限额理论比等份额分析和具有或不具有权力变换的奥曼-马什克勒(Aumann-Maschler)协商集理论更为成功。

本文将提出关于3人特征函数型博弈的一种新的描述理论。"等量分配支付限额"理论所基于的思路是:局中人会形成关于一种期望水平,该期望水平是他们愿意在具有两个或3个局中人的联盟中接受的支付的下限。这些期望水平由博弈的结构导出,它们的基础是联盟的等份额分配价值和联盟价值增加额。该理论采用假设推理过程形式,根据力量排序考察局中人。

根据等份额思想顺序对局中人确定其支付下限。

联盟价值的等量份额和力量次序是在等量份额分析(Selten,1972)框架中引入的基本概念。在此方面,新理论和等量份额分析有关。

在本书所包含的克里斯克勒(W. Krischker)与笔者的论文中,曾建立了一种方法,该方法可以对带有数据的特征函数博弈实验进行不同理论的比较。这一方法将用于研究文献(Maschler, 1978;Kahan 和 Rapoport, 1974;Rapoport 和 Kahan, 1975)中所报告的 3 人博弈的 571 次运行样本。克里斯克勒与笔者论文的结果证实,即使考虑到权力变换因素,等量分配核也表现出比协商集更好的总体性能。不过,该比较同时也反映了等量分配核的特定弱点,而此弱点正是这里的新理论可以避免的。

12.1 标准化 3 人博弈

在 3 人特征函数型博弈中,3 个局中人 1,2,3 可以形成多种联盟之一,以便分配取决于具体联盟的特定支付数量。本文中,我们只考察一种特定类型的 3 人博弈,其中的局中人如果没有成功地进入最终联盟,则支付为 0。这样的博弈被称为是标准化的。我们使用符号 ij 标记局中人 i 和 j 组成的两人联盟,符号 123 表示所有 3 个局中人组成的全联盟。我们将注意力限制在两种类型的标准化 3 人博弈上:①没有全联盟的博弈,只允许形成双人联盟 12,13 和 23;②具有全联盟的博弈,12,13,23 和 123 均可以形成。如图 12.1 所示,12,13,23 和 123 可获得的数额分别记为 a,b,c 和 g。不失一般性地,我们可以假设

$a \geqslant b \geqslant c$。如果需要的话，此条件可以通过对局中人的重新编号实现。我们假设 $c \geqslant 0$ 和 $g \geqslant 0$。

以下博弈一词将总是指以上所引入的第一类或第二类标准化 3 人特征函数型博弈。超可加博弈指全联盟满足附加条件 $g \geqslant a$ 的博弈。

实验中所使用的博弈是标度的，这是指存在一个最小的不可分支付单位，它同时也是支付大小的度量单位。

有时也会用符号 $v(12)$，$v(13)$，$v(23)$ 和 $v(123)$ 来分别表示 a，b，c 和 g。

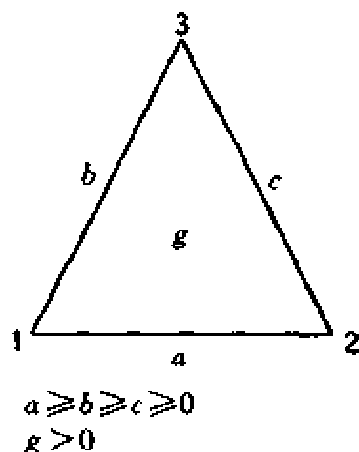


图 12.1 3 人特征函数型博弈的图示

12.2 等量分配支付限额

由于 $b > c$，所以直观上的明显含意是局中人 1 比局中人 2 强。类似地，由于 $a > b$，所以局中人 2 强于局中人 3。我们使用符号 $\succ$ 和 $\sim$ 分别表示关系“强于”和“同样强”。局中人编号的约定，意味着以下力量排序：

$$1 \succ 2 \succ 3, \qquad \text{则 } a > b > c;$$

$1 \sim 2 \succ 3$，　则 $a = b > c$；

$1 \succ 2 \sim 3$，　则 $a > b = c$；

$1 \sim 2 \sim 3$，　则 $a = b = c$。

对于任意特征函数型博弈，关于力量次序的一般定义可以在其他地方找到(Selten，1972)。

力量次序在等量分配支付限度理论中扮演了重要角色。该理论中确定的支付限度具有期望水平的特征。有限理性理论可追溯至西蒙(H. A. Simon)，期望水平为目标变量的下限(Simon，1957；Sauermann 和 Selten，1962)。等量分配限度理论所采用的推理过程按照力量次序逐个对局中人确定其期望水平。期望水平被称为等量分配支付限度，或者简言之为支付限度。

局中人 1，2 和 3 的支付限度将分别记为 u_1，u_2 和 u_3。我们现在将引入一些辅助概念和与之相关的对 u_i 的一些假设。

联盟份额：联盟份额为等量分配的联盟价值。12，13，23 和 123 的联盟份额分别为 $a/2$，$b/2$，$c/2$ 和 $g/3$。

假设 1：考察一种联盟 C，i 是其中最强的成员，即 C 中没有成员比 i 更强，则 u_i 至少和不超过 C 的联盟份额的最大整数一样高。

替代份额：令 i, j, k 为 3 个局中人 1，2，3，但不一定是以同样的次序。当且仅当 i 强于 j 时，我们有 $v(ik) > v(jk)$。对于 $i \succ j$，jk 中用 i 替代 j 会产生正的增量 $v(ik) - v(jk)$。这一增量受到 i 和 k 的控制。因此我们除以 2 以定义一种等量份额：

$$e_{ij} = \frac{v(ik) - v(jk)}{2} \tag{12.1}$$

我们称 e_{ij} 为局中人 i 对于 j 的替代份额。

假设 2：对于 $i \succ j$，局中人 i 的支付限额 u_1 至少和不超过他对 j 的替代份额的最大整数一样高。

完全份额：如以上一样，令 i,j,k 为 3 个局中人 1,2,3，但不一定是同样的次序。假设 $g>v(jk)$，如果是 123 而不是 jk 形成，则所有局中人的联合支付的增量为 $g-v(jk)$。这一增量受到所有 3 个局中人的控制，因此我们除以 3 以形成等量份额 $(g-v(jk))/3$，该数目被称为局中人 i 的完全份额。

假设 3：局中人 i 的支付限额 u_i 至少和不超过其完全份额的最大整数一样高。

备注：显然，假设 3 只适用于具有全联盟的博弈。如果这样的博弈并非超可加的，则 $(g-v(jk))/3$ 可能为负。这并不会产生什么问题，因为我们将假设 u_i 总是至少为 1。在这一方面，需要注意这里所考察的博弈是标度的，1 是最小的可行正支付。

假设 4：局中人 i 的支付限额 u_i 至少为 1。

备注：我们的假设具有推论性，该推论可用于验证局中人支付的下限。此后我们将引入一种一般性原则，其作用在于论证这一结论：经以上论断之一验证的最高限额是局中人 i 的支付限额 u_i。局中人 1 和 2 的支付限额 u_i 和 u_2 已由假设 1 至假设 4 及该一般性原则确定。惟一需要加在以上 4 个假设上的论断只和局中人 3 有关。

局中人 3 的竞争性限额：为了说明这一概念的来因，我们将注意力集中在没有全联盟，而且满足“三角公式”

$$b+c\geqslant a \tag{12.2}$$

的博弈情形中。进一步假设 a,b 和 c 为正，且可被 2 整除。根据假设 1，我们必然有 $u_1\geqslant a/2$ 和 $u_2\geqslant c/2$。局中人 1 对 2 和 3 的替代份额 $(a-c)/2$ 和 $(b-c)/2$ 不会大于 $a/2$。由三角公式 (12.2) 可导出，局中人 2 对 3 的替代份额 $(a-b)/2$ 不大于 $c/2$。以上非正式引入的一般性原则，使得 $u_1=a/2$ 和 $u_2=c/2$。如

果 12 形成，则局中人 1 至少获得 u_1，局中人 2 至少获得 u_2。因此，局中人 1 最多获得 $a-u_2$，局中人 2 最多获得 $a-u_1=a/2$。在这些准备之后，我们现在可引入一直观的思路，该思路会产生局中人 3 的竞争性限额定义。为了打破 1 和 2 形成 12 的自然倾向，局中人 3 不得不准备向他们中的每一个提供其在 12 中能够得到的最大数额。为了使局中人 2 得到其最大数额，局中人 3 只能满足于 $c-(a-u_1)$。两种数额中的较低者就是局中人 3 的竞争性限额 w：

$$w = \min\left(b-a+\frac{c}{2}, c-\frac{a}{2}\right) \qquad (12.3)$$

当然，w 可能是负的，在这种情况下局中人 3 没有机会与联盟 12 中的最大出价竞争。

以上给出的推理在有 $u_1=a/2$ 和 $u_2=c/2$ 时，与具有全联盟的博弈也是有关的。如果确实有 $u_1=a/2$ 和 $u_2=c/2$，则联盟 12 看上去是有吸引力的。原因是它具有最高的等量份额，而且将 $a-u_1$ 和 $a-u_2$ 视为合理的支付期望的试探性上限并非不合理。

同时也可以看到，将同样的推理加以必要修改，应用于 $u_1>a/2$和 $u_2>c/2$ 的情形中就不合理了。正如我们所见，假设 2 和局中人 1 无关，他的支付限额由 $a/2$ 或 $g/3$ 决定。在后一种情况中，联盟 12 并不是很有吸引力的，不能用来导出试探性的支付上限。如果局中人 2 的替代份额$(a-b)/2$ 大于 $c/2$，竞争性限额 w 就总是为负的，即便它是按$u_2=(a-b)/2$而不是按$u_2=c/2$计算的。如果局中人 2 的完全份额决定其支付限额，则 12 对他而言是没有吸引力的，不能用来导出试探性的支付上限。

假设 5：如果我们有 $u_1=a/2$ 和 $u_2=c/2$，则 u_3 至少与不超过由式(12.3)确定的竞争性支付限额 w 的最大整数一样高。

假设 6：局中人 i 的支付限额是由假设 1 至假设 5 之一确定的最高下限。

公式：现在可以通过完整公式来描述 u_1，u_2 和 u_3。对于任意实数 λ，令 int λ 为不超过 λ 的最大整数。

$$u_1 = \text{int}\max\left[\frac{a}{2}, \frac{g}{2}, 1\right] \tag{12.4}$$

$b = c$ 时，

$$u_2 = u_1 \tag{12.5}$$

$b > c$ 时，

$$u_2 = \text{int}\max\left[\frac{c}{2}, \frac{a-b}{2}, \frac{g-b}{3}\right] \tag{12.6}$$

$a = b$ 时，

$$u_3 = u_2 \tag{12.7}$$

$u_1 = \text{int}\,\frac{a}{2}$， $u_2 = \text{int}\,\frac{c}{2}$ 且 $a > b$ 时，

$$u_3 = \text{int}\max\left[w, \frac{g-a}{3}, 1\right] \tag{12.8}$$

其中，$w = \min\left[b - a + \frac{c}{2}, c - \frac{a}{2}\right]$

$a > b$ 且 $u_1 > \text{int}\,\frac{a}{2}$ 或 $u_2 > \text{int}\,\frac{c}{2}$ 时，

$$u_3 = \text{int}\max\left[\frac{g-a}{3}, 1\right] \tag{12.9}$$

以上公式也适用于没有全联盟的博弈，只要将 g 代为 0 即可。

不难看出，式(12.4)至式(12.9)来自假设 1 至假设 6，以此方法计算的 u_i 的数额满足假设 1 至假设 6。

取整支付限额：实验博弈中的主体的期望水平被认为是整数额。例如，如果 $c/2$ 为局中人 2 的支付限额而我们有 $c = 55$，则我们会观察到他在最终联盟中可能接受数额为 25 的支付。

对于此处所考察的绝大多数实验博弈样本而言，可认为能被5整除的数具有足够的取整水平。因此我们定义取整支付限额 r_i 如下：如果 $u_i \geqslant 5$，则 r_i 是不超过 u_i 且能被5整除的最大数；如果 $u_i < 5$，则 $r_i = 1$。这可由下式表述：

$$r_i = \max[1, 5 \text{ int } \frac{u_i}{5}] \quad (i = 1, 2, 3) \qquad (12.10)$$

预测：取整等量支付限额理论可给出以下预测：

(A) 如果存在至少一个双人或者3人联盟 C 满足

$$\sum_{i \in c} r_i \leqslant v(C) \qquad (12.11)$$

则这样一个联盟会形成。

(B) 如果形成一种双人或3人联盟 C，则最终支付 x_i 会满足以下条件：

$$x_i \geqslant r_i \quad (i \in C) \qquad (12.12)$$

博弈的最终结局具有 $(C_1, \cdots, C_m; x_1, x_2, x_3)$ 配置形式，其中 $C_1, \cdots C_m$ 是局中人集合的分割形成非空联盟，而 x_1, x_2, x_3 是整数支付，满足

$$\sum_{i \in C_j} x_i = c(C_j) \quad (j = 1, \cdots, m) \qquad (12.13)$$

且

$$x_i \geqslant 0 \quad (i = 1, 2, 3) \qquad (12.14)$$

在所有实际案例中，预测(A)排除了每个局中人形成一种以其自身为惟一成员的联盟结构。这是对没有形成任何双人或3人联盟的结果的规范解释。这一联盟结构被称为空结构。

由于 r_i 总是至少为1，预测(A)也排除了具有 $v(C) = 0$ 的2人或3人联盟 C。

预测(B)排除了不满足式(12.11)的双人或3人联盟结构。

有限理性性质：等量分配支付限额理论具有一些有趣的有

限理性性质。首先，它将局中人描述为寻求满意而不是最大化，他们的行为由期望水平决定。其次，不期望局中人会进行复杂的计算，他们不必求解任何联立方程组系统，而只是进行加、减和做2除、3除。

式(12.4)和式(12.10)可能会给人以模型比较复杂的印象。不过导出这些方程的推理是非常简单的。表面上的复杂是由于不同启发性原则在不同情形下对期望水平的形成起决定作用。实际上，在每种特定情形中，理论的应用是非常容易的。

实验结果说明，人类决策行为是独断的，这就是说，在任何单一情况中，人类的决策行为是根据其中具体的情景差异和简单指导原则作出的(Selten, 1979; Selten 和 Tietz, 1980)。

最后值得指出的是，等量分配支付限额理论没有涉及到通常的博弈理论中的互动模式，可以按照力量次序先后逐个确定支付限额。此类线性可能是有限理性推理过程的典型特征。

12.3 预测成功率比较

克里斯克勒和笔者所提出的方法可应用到关于特征函数型博弈的几种理论中，其中也包括等量分配支付限额理论。

根据一系列数据，这一方法计算了总成功率，即正确预测的数目除以案例的数目。从总成功率中减去预测域限制以获得净成功率。相对大小的量度赋予联盟结构以相同权重，在每种联盟结构中赋予配置以相同权重。精确的定义此处无法重复。

我们将注意力集中在4种理论之上。为简明起见，我们将采用两个大写字母作为缩写。

BS：无空结构的协商集，允许5以内的偏离(在 Krischker

和笔者的论文中进行了讨论)。

UB:无空结构的联合协商集,允许5以内的偏离(以下进行讨论)。

EC:等量分配核(在 Krischker 和笔者的论文中进行了讨论)。

EB:取整等量分配支付限额。

联合协商集:马什克勒认为,在某些环境中协商集可用于原始特征函数的特定变换,这种变换被称为权力函数。他考察了两种权力函数 v_1 和 v_2,这两种函数在具有全联盟的博弈中可以表述如下:

$$v_1(i)=[g-v(jk)]/2 \tag{12.15}$$

$$v_1(jk)=v(jk)+[g-v(jk)]/2 \tag{12.16}$$

$$v_1(123)=g \tag{12.17}$$

$$v_2(i)=[g-v(jk)]/3 \tag{12.18}$$

$$v_2(jk)=v(jk)+2[g-v(jk)]/3 \tag{12.19}$$

$$v_2(123)=g \tag{12.20}$$

其中,i,j 和 k 是局中人1,2,3的任意排序。

现在仍不很清楚具有 v_1 和 v_2 的协商集适用于何种预测。不过按以下方式解决这一模糊性是比较合适的:

(a) 这样的预测只是对超可加博弈作出;

(b) 预测排除了具有 $v(ij)<g$ 的双人联盟 ij。

令 B 为原始博弈的无空结构的协商集,令 B_1 和 B_2 为 v_1 和 v_2(b)协商集,其中不含有空结构,也不含有被(b)排除了的联盟结构。定义

$$U=B\cup B_1\cup B_2 \tag{12.21}$$

UB 理论预测了所有配置 $\alpha=(C_1,\cdots,C_m;x_1,x_2,x_3)$组成

的集合，其中必有一种配置 $\beta=(C_1,\cdots,C_m;y_1,y_2,y_3)\in U$①满足，对于 $i=1,2,3$，有 $|x_i-y_i|\leqslant 5$。

以这种方法获得的联合协商集比其个体成员性能更好一些。

12.4 比较的结果

比较结果在本文最后的表中进行了总结。表 12.1 对马什克勒报告的 27 种超可加博弈案例进行了评价。

联合协商集 UB 具有比普通协商集高得多的净成功率，总成功率高得多而预测区域只是略大一些。权力协商集非常小，因为它们排除了许多联盟结构，因此对其他联盟结构具有较小的区域。

在表 12.4 所示的拉泼波特和卡汉实验中，UB 和 BS 之间的差异很小。

联合协商集在表 12.1 中比等量分配核性能要好一点。不过在表 12.4 中，UB 的净成功率比 EC 的要小很多。

等量分配核在表 12.1 到表 12.4 中结果均相当不错，不过它要比取整等量分配限额 PB 差一些。值得指出的是，PB 在表 12.1 和表 12.2 中具有最小的区域，而表 12.3 和表 12.4 中 PB 的区域比其他理论都大。

表 12.5 展示了由卡汉和拉泼波特采用的博弈Ⅰ到Ⅴ。在博弈Ⅰ，Ⅱ和Ⅲ中，双人联盟的价值彼此较为接近，而在博弈Ⅴ和Ⅵ中它们彼此差别很大。

对于 $a\geqslant b>c$，等量分配核排除了联盟 23。在没有全联盟

① 原文为 $\beta=(C_1,\cdots,C_m;y_2,y_3)\in U$，有误，予以更正。——译者注

的博弈Ⅰ,Ⅱ和Ⅲ中尽管它比其他双人联盟发生次数少一些,但其发生的次数仍相当多。正如卡汉和拉泼波特所指出的,这可能是因为双人联盟价值之间差异相对较小的缘故。

表12.6显示EC在没有全联盟的博弈Ⅰ,Ⅱ和Ⅲ中性能相当差,这是因为EC排除了联盟23。对于没有全联盟的Ⅳ和Ⅴ,EC相当不错。它对于具有全联盟的所有5种博弈情况也是如此,这可以从表12.7中看到。如果全联盟可行,则双人联盟的重要性就下降了。

新理论PB在表12.6和表12.7中均相当成功。对于所有具有或不具有全联盟的5种博弈,其净成功率均显著高于BS和UB。

要确认等量分配支付限额理论适用于更广范围的数据,仍需要进行进一步的考察。

表12.1 马什克勒超可加3人博弈的27次进行结果

(Maschler, 1978)

	BS	UB	EC	PB
总成功率	0.59	0.89	0.85	0.89
区域	0.19	0.20	0.19	0.13
净成功率	0.40	0.69	0.66	0.76

表12.2 马什克勒非超可加3人博弈的51次进行结果

(Maschler, 1978)

	BS	EC	PB
总成功率	0.45	0.78	0.92
区域	0.32	0.20	0.20
净成功率	0.13	0.58	0.72

表 12.3 没有全联盟的博弈 I 到 V 的 240 次进行结果

(Kahan 和 Rapoport, 1974)

	BS	EC	PB
总成功率	0.59	0.58	0.95
区域	0.10	0.07	0.22
净成功率	0.49	0.51	0.73

表 12.4 具有全联盟的博弈 I 到 V 的 160 次进行结果

(Kahan 和 Rapoport, 1974)

	BS	UB	EC	PB
总成功率	0.51	0.55	0.78	0.94
区域	0.08	0.08	0.11	0.19
净成功率	0.43	0.47	0.67	0.75

表 12.5 卡汉和拉泼波特的博弈 I 到 V 的联盟价值

	12	13	23	123
I	95	90	65	120
II	115	90	85	140
III	95	88	81	127
IV	106	86	66	124
V	118	84	50	121

表 12.6 没有全联盟的博弈 I 到 V 的净成功率

	BS	EC	PB
I	0.57	0.44	0.74
II	0.66	0.46	0.79
III	0.64	0.32	0.77
IV	0.35	0.61	0.68
V	0.22	0.72	0.71

表 12.7 具有全联盟的博弈 I 到 V 的净成功率

	BS	UB	EC	PB
I	0.44	0.45	0.59	0.75
II	0.52	0.65	0.66	0.84
III	0.45	0.49	0.63	0.71
IV	0.42	0.51	0.73	0.74
V	0.29	0.28	0.77	0.74

参考文献

Aumann R J, Maschler M. The Bargaining Set for Cooperative Games. In: Dresher M. Shapley L S, Tucker A W eds. Advances in Game Theory. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1964, 443～476

Kahan J P, Amnon Rapoport. Test of the Bargaining Set and Kernel Models in Three-Person Games. In: Rapoport, Anatol ed. Game Theory as a Theory of Conflict Resolution. Dordrecht: D. Reidel publishing Company, 1974, 119～159

Maschler M. The Power of a Coalition. Management Science, 1963, 10:8－29

Maschler M. Playing an n-Person Game, an Experiment. In: Sauermann H ed. Coalition Forming Behavior, Contributions to Experimental Economics, Vol. 8. J. C. B. Mohr, Tübingen, 1978, 231～328

Rapoport Amnon, Kahan J. Two and Three-Person Coalitions in Experimental Three-Person Cooperative Games. Research Report No. 137 of the L. L. Chapel Hill, N. C.: Thurstone Psychometric Laboratory, 1975

Sauermann H, Selten R. Anspruchsanpassungstheorie der Unternehmung, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1962, 118:577～597

Selten R. Equal Share Analysis of Characteristic Function Experimints. In: Sauermann H ed. Contributions to Experimental Economics, Vol. Ⅲ. J. C. B. Mohr, Tübingen, 1972, 130～165

Selten R. Experimentelle Wirtschaftsforschung. In: Rheinisch-Westfä-lische Akademie der Wissenschaften. Vorträge, N287, 41～60

Selten R, Tietz R. Zum Selbstverständnis der experimentellen Wirtschaftsforschung im Umkreis von Heinz. Sauermann, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 1980, 136(1):12～27

Selten R, Krischker W. Comparison of two Theories for Characteristic Function Games. this volume, 1983

Simon H A. Models of Man. New York-London, 1957

人名索引

Albers, W., 导 4, 308 ~ 311, 324, 330, 364
Alemson, M. A., 205, 231
Arrow, K. J., 导 6
Aumann, R. J., 导 1, 导 6, 82, 119, 126, 199, 273, 306, 307, 330, 350, 361, 367, 380
Becker, O., 349
Berg, C. C., 338, 348
Burger, E., 36, 45
Bush, R. R., 81, 82
Chamberlin, E. H., 116, 199
Collins, N. R., 201, 203 ~ 204, 229
Cournot, A., 199, 158, 266
Crockett, D., 导 4, 导 6
Cross, J. H., 308, 330, 351, 364
Crumbaugh, C. M., 67, 82
Cyert, R. 115
Dale, P. S., 67, 83
Dawkins, R., 96
Dollard, J., 69, 82, 115
Doob, L. W., 69, 82, 115
Dresher, M., 82, 199, 330, 364, 380
Evans, G. W., 67, 82
Everett, H., 308, 311, 330
Festinger, L., 68, 82
Friedman, J. M., 338, 346
Fox, J., 67, 82

Gibrat, R., 202, 230
Gill, S., 导 4, 导 6
Greeno, J. G., 81, 83
Gutowsk, A., 81
Guyer, M., 67, 82
Haigh, J., 87, 96
Hamburger, H., 67, 82
Hammerstein, P., 86
Harsanyi, J. C., 导 4, 3, 96, 138, 200, 242, 266, 267, 288, 306, 308, 309, 330, 341, 346, 347, 361
Hoggatt, A., 导 4, 导 6
Homans, G. C., 335, 347
Honkapohja, S., 导 7
Kahan, J., 导 4, 307, 331, 362, 364, 368, 377, 378, 379, 381
Kastl, L., 340, 347
Kohlberg, E., 导 2, 导 6
Kreps, D. M., 导 2, 导 3, 导 6
Krischker, W., 367, 368, 374, 382
Kuhn, H. W., 4, 6, 9, 33, 45, 82, 83, 87, 96, 118, 125, 129, 132, 200, 214, 230, 234, 266, 331
Lave, L. B., 67, 83
Leventhal, G. S., 336, 347
Levinsohn, J. R., 350, 365
Luce, D. R., 81, 83, 118, 119, 200
March, J., 115
Maschler, M., 306, 330, 350, 364, 367, 368, 376, 380, 381
Maynard Smith, J., 85, 89, 96
Mertens, J. F., 导 2, 导 6
Michaels, J. W., 336, 347
Mikula, G., 336, 337, 347
Milgrom, P., 导 3, 导 6
Miller, N. E., 69, 82, 115
Miller, R. A., 201, 203, 204, 230
Moore, J., 导 4, 导 6
Morehous, L. G., 67, 83
Morgenstern, O., 45, 83, 96, 200, 307, 331, 366

Mosteller, F., 81, 82
Mowrer, O. H., 69, 82, 115
Myerson, R., 导 2, 导 6
Näslund, B., 202, 235
Nash, J. F., 导 6, 13, 45, 85, 89, 90, 200, 242, 266, 306, 347, 357
Neumann, J. V., 45, 83, 96, 200, 307, 331, 366
Nydegger, R. V., 335, 336, 347
Owen, G., 335, 336, 347
Pohley, H.-J., 87
Parker, G. A., 86, 96
Preston, L. E., 201, 203, 204, 232
Price, G. R., 85, 89, 96
Pruitt, D. G., 67, 83
Raiffa, H., 81, 118, 200
Rapoport, Amnon, 导 4, 307, 331, 350, 362, 368, 378, 379, 380, 381
Rapoport, Anatol, 67, 83, 350, 380
Restle, F., 83
Richter, R., 349
Riker, W. H., 365
Roberts, J., 导 3, 导 6
Robinson, J., 365
Rosenmüller, J., 365
Roth, A. E., 导 4, 导 6
Sauermann, H., 导 6, 115, 333, 335, 348, 365, 370, 381
Schelling, T. C., 125, 200, 331, 336, 348
Scherer, F. M., 231, 266
Schmeidler, D., 307, 331
Sears, R. R., 69, 82, 115
Selten, R., 导 3 ~ 导 7, 3, 45, 82, 83, 84, 87, 96, 115, 127, 138, 154, 200, 203, 214, 230, 234, 242, 247, 267, 307, 314, 331, 335, 338, 342, 344, 348, 365, 368, 370, 375, 381
Shapley, L. S., 82, 199, 307, 313, 330, 331, 366, 380
Spearman, 231, 364

Shephard, W. G., 201, 203, 220, 230
Simon, H. A., 111, 115, 335, 348, 370, 381
Stevens, C. M., 117, 200
Stoecker, R., 导 3, 导 7
Thom, R., 114～115
Thomas, B., 87
Tietz, R., 344, 348, 375, 381
Tucker, A. W., 82, 96, 199, 266, 332, 333, 366, 380
Turbay, G., 308, 332
Uray, H., 337, 347
Weber, H. J., 344～345, 349
Wilson, R., 导 3, 导 6
Winter, S. G., 115

名词中英文索引

B

不对称动物争斗	Asymmetric animal conflicts, 导 3
布朗 - 罗宾逊过程	Brown - Robinson process, 355
本质选择	Essential choice, 4
本质纯策略	Essential pure strategy, 44, 45
博弈论	Game theory, 导 1
博弈树	Game tree, 4,
不完全竞争	Imperfect competition, 116
不完全信息	Incomplete information, 导 3, 268～271
不完全理性	Incomplete rationality, 16
参见有界理性	see also bounded rationality,
有限理性	limited rationality, 69, 370, 374
不可分解博弈,	Indecomposable games
参见分解	see decomposition
绑架	Kidnapping, 导 3, 99～115
边际集中效应	Marginal concentration effect, 204～206 227～229
边际集中率	Marginal concentration ratio, 202～206

标准型　Normal form, 导 2, 7, 9, 32～43, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 86, 142, 243～245

标准理论　Normative theory, 导 1

配额卡特尔　Quota cartels, 117, 360

配额博弈　Quota games, 350～366

配额　Quotas, 117, 122, 157～167, 174, 197 315～319, 367, 339～340, 350～351, 359～361

比较标准　Standard of comparison, 334～335, 343～344

C

挫折－攻击假设　Frustration-aggression hypothesis, 69

错误概率　Mistake probabilities, 16,

策略稳定性　Strategic stability, 导 2

策略，参见行为策略、局部策略、混合策略、纯策略　Strategies, see behavior strategies, local strategies, mixed strategies, pure strategies

串通　Collusion, 导 3, 215, 231, 256

串通博弈　Collusive games, 232, 234, 238～241

冲突　Conflict point, 272～274, 278, 295, 297

差异均衡点　Distinguishing equilibrium point, 277～297, 305～306

长期均衡　Long－run equilibrium, 203～208, 215

纯策略　Pure strategies, 7, 19, 92, 126, 243

超加性　Superadditive, 309, 367, 369, 375～378

超博弈，也参见有限超博弈、无限超博弈 Supergames, 56, 67 see also finite supergames, infinite supergames

D

代理人标准型 Agent normal form, 32, 35, 40, 45, 86
代理人 Agents, 32
动物争斗 Animal conflicts, 85～96
等量分配 Equal division, 336～339
等量分配核 Equal division core, 342～344, 368, 330～382
等量分配支付限额 Equal division payoff bound, 导 4, 367～382
等量份额分析 Equal share analysis, 307, 342～344, 352, 367, 368, 369
多重子博弈 Multisubgames, 128～131
递归博弈 Recursive games, 311, 315, 317
对称保持 Symmetric preserving, 144, 145～149, 163, 167, 178
对称原则 Symmetry principle, 243～245
对数正态分布 Log – normal distribution, 202

F

分散化特性 Decentralization property, 27～32
分解 Decomposition, 导 3, 130～132, 135～137 149, 245～247
非串通博弈 Non – collusive games, 232, 238, 247 250～253, 256

反应函数	Reaction function, 154
反应者	Responder, 315～326
分配标准	Standard of distribution, 339～340, 344～345
冯·诺依曼－摩根斯顿解	Von Neumann－Morgenstern solution, 307～308, 350
冯·诺依曼－摩根斯顿效用	Von Neumann－Morgenstern utility, 121

G

古诺均衡，参见古诺－纳什均衡	Cournot equilibrium, see Cournot－Nash equilibrium
古诺模型	Cournot model, 116, 120, 154, 207, 232, 248, 256
古诺－纳什均衡	Cournot－Nash equilibrium, 173～174 186, 195～198, 203, 207, 216, 253
公平原则	Equity principle, 导 4～5, 335～349
固定成本	Fixed costs, 206, 209～211, 220～225, 233～238,
归纳问题	Induction problem, 74～76
归纳理论	Induction theory, 51, 53, 74, 79～81
概率分配	Probability assignment, 5

H

合作理论	Cooperation theory, 60～63, 66, 76, 80
核	Core, 311, 343

混合策略　Mixed strategies, 8, 33～38
核心　Nucleolus, 304

J

假扮策略　Bluff strategy, 388～390
竞争性限额　Competitive bound, 371～373
集中　Concentration, 201～206, 227～229
集中效应　Concentration effect, 203～206, 227～229
决策形成　Decision making, 69～74, 89, 335, 355
决策理论　Decision theory, 73, 287, 335
进入　Entry, 231, 239～241, 247～254
均衡点　Equilibrium point, 12, 19, 78, 125～127, 274, 242, 243, 244, 249～250
吉布雷特法则　Gibrat's law, 202
极限均衡点　Limit equilibrium point, 19, 20～26, 34～39
局部最优反应　Local best replies, 28, 40～43, 92
局部效率　Local efficiency, 242, 247
局部均衡点　Local equilibrium points, 32
局部博弈　Local games, 242, 245～253
局部极限均衡点　Local limit equilibrium points, 32
局部对称保持　Locally symmetry preserving, 144～145
局部支付　Local payoffs, 91
局部策略　Local strategies, 7, 18, 87, 313, 321, 326
局部对称性　Local symmetry, 242～243
局中人分割　Player partition, 4, 309

接收者	Receiver, 315, 316, 319～323
奖励分配	Reward allocation, 336～339
解函数	Solution function, 138～149, 245
静态均衡点	Stationary equilibrium point, 308, 313～314, 318～328
技术水平	Technological levels, 206～207, 210, 213, 215
检验序列	Test sequence, 19
剪枝一致性	Truncation consistency, 139～142, 149
剪枝	Truncations, 128～152, 160～168, 214～215, 245～247, 250

K

卡特尔谈判	Cartel bargaining, 157～168, 182, 194, 232, 239～241, 339
卡特尔法律	Cartel laws, 导 4, 215, 231～234, 256, 266
卡特尔概率	Cartel probability, 185～198
卡特尔	Cartels, 导 4, 118, 232～233, 252～255, 339～341
扩展原则	Extension principle, 247
扩展型，参见扩展型博弈	Extensive form, see extensive game
扩展型博弈	Extensive games, 导 2, 4～7, 3～45, 49～50, 54, 56, 78, 87, 102, 119, 210～215, 232～235, 240～241, 242, 272, 307～308, 312, 352, 362

开始者 Initiator, 315～325
库恩定理 Kuhn's theorem, 9～12, 86, 129
空结构 Null structure, 374～377

L

连锁店悖论 Chain store paradox, 导 3, 45～84
联盟谈判 Coalition bargaining, 导 4
联盟概率 Coalition probabilities, 356～365
联盟 Coalitions, 导 4, 119, 308～311, 316, 318, 323～330, 342～343, 350～353, 356～361 367～382
联盟份额 Coalition shares, 370
联合利润最大化 Joint profit maximization, 173～176, 182, 231, 250, 336
垄断规模结构 Oligopolistic size structure, 导 4, 201～230
力量次序 Order of strength, 342, 365～370, 375
领地竞争 Territorial contest, 85, 90
类型 Types, 272～288, 305～306
零标准化 Zero－normalized, 309, 327

M

描述性理论 Descriptive theories, 导 1, 导 4, 307, 362

N

内部承诺力量 Internal commitment power, 68

纳什谈判特性	Nash bargaining property, 357～342
纳什积	Nash product, 298～305
纳什解	Nash solution, 268, 276～277, 293～294, 301～305, 336

Q

巧克力行业	Chocolate industry, 205
期望支付	Expected payoffs, 9, 77, 313
嵌入函数	Fitting-in-function, 154～156, 156
全局策略	Global strategies, 313, 314, 318～321, 326
全联盟	Grand coalition, 308, 350～352, 368, 370, 371～373, 376～382
侵入者	Intruder, 84
权力	Power, 335～342, 345～346
权力变换	Power transformation, 368
囚徒困境	Prisoner's dilemma, 56～69, 74～75, 80～82
恰当均衡	Proper equilibrium, 导 2
恰当子博弈	Proper subgame, 124, 130, 241
取整支付限额	Rounded payoff bounds, 373, 374, 375～382
全体一致博弈	Unanimity games, 232

R

认知不协调	Cognitive dissonance, 68
扰动代理人标准型	Perturbed agent normal forms, 33～34

扰动博弈 Perturbed games, 17, 18～44
扰动标准型 Perturbed normal form, 33, 35～39, 40

S

四企业集中率 Four－firm concentration ratio, 202～206, 210, 229
随机选择 Random choice, 导 2
随机过程 Stochastic processes, 202
善意理论 Benevolence theory, 58, 63～66, 67
双头垄断 Bilateral monopoly, 272
生物学 Biology, 导 3～导 4
双头垄断 Duopoly, 333～334
实验 Experiments, 导 1, 导 3～导 5, 67～68, 307, 317, 335～345, 350～351, 362～364, 369～382
适应性 Fitness, 88, 91
生成策略 Induced strategies, 14, 33
市场段 Market segment, 209, 220～226
实现等价 Realization equivalence, 10
实现概率 Realization probabilities, 8
沙普利值 Shapley value, 304
市场规模 Size of a market, 233～236, 258～259
社会标准 Social norms, 337～338, 340
社会关系 Social relationships, 63
试探性上限 Tentative upper bounds, 372

T

谈判	Bargaining, 导 4, 271～306, 307～330, 338, 342, 345, 350～342
谈判集(协商集)	Bargaining set, 307, 350, 367, 368, 376～382
突变理论	Catastrophe theory, 114
特征函数	Characteristic functions, 导 4 307～330, 336～345, 350～351, 367～382
条件选择概率	Conditional choice probabilities, 10, 45
条件实现概率	Conditional realization probabilities, 28
同构	Isomorphism, 143
突变	Mutants, 85～89
挑衅	Provocations, 323～327
推理	Reasoning, 71～76
同时博弈	Simultaneity games, 142
替代完美均衡点	Substitute perfect equilibrium points, 37, 37～40
替代序列	Substitute sequences, 36, 37～40
替代份额	Substitute shares, 370～373
团队	Teams, 6
统一谈判集	United bargaining set, 377～380
威慑理论	Deterrence theory, 53, 55～57, 58, 76, 79

W

完全性	、Exhaustiveness, 342～343

无差异均衡点	Non－distinguishing equilibrium point, 277～284, 289～293
完美均衡点	Perfect equilibrium point, 导 2, 3～45, 78～81, 103, 125～137
完美均衡集	Perfect equilibrium set, 132, 133～142, 150
完美信息	Perfect information, 102, 308, 311～316, 329, 353
完美回忆	Perfect recall, 6, 76, 87, 119
稳定需求向量	Stable demand vectors, 导 4, 308～310, 310, 321, 325～328
未达到信息集	Unreached information sets, 19

X

选择分割	Choice partition, 5
选择	Choices, 5, 15, 87, 151
选择集函数	Choice set function, 87, 92, 309
效率原则	Efficiency principle, 242～245
先行优势	First move advantage, 328～330
想像	Imagination, 70～78
信息不对称	Information asymmetry, 85～86, 90～95
信息分割	Information partition, 5, 124
信息集	Information sets, 5, 15, 33, 87, 125～126, 151, 214, 241
学习过程	Learning processes, 导 1～导 2, 72～74 355
显著性	Prominence, 125, 335～338

相对规模效应	Relative size effect, 203～206, 225
习惯	Routine, 70～75
序贯均衡	Sequential equilibrium, 导 2
信任	Trust, 64～66
效用最大化	Utility maximization, 73～74

Y

有界理性(有限理性),	Bounded rationality, 111, 335, 375
也参见不完全理性,	see also incomplete rationality,
有限理性	limited rationality
一致扩展	Consistent extensions, 140～142
演进稳定策略	Evolutionarily stable strategies, 导 3, 83～96
有限行为策略	Finite behavior strategies, 126
有限混合策略	Finite mixed strategies, 143
有限超博弈	Finite supergames, 56～69, 75～76, 79～81
无限超博弈	Infinite supergames, 67
有限理性, 也参见	Limited rationality, 69, 370, 374
有界理性, 不完全理性	see also bounded rationality, incomplete rationality
一般均衡选择理论	General equilibrium selection theory, 242
一般纳什解	Generalized Nash solution, 268, 276～277, 291～293, 301～305
预决策	Predecision, 71, 72
严格均衡点	Strict equilibrium point, 276～277 281～287, 294

Z

最优反应	Best replies, 13, 19, 77, 90, 127
最终决策	Final decision, 71～74
字典式偏好	Lexicographical preferences, 323
子博弈一致性	Subgame consistency, 138～142, 149, 355～359, 362
子博弈完美均衡点	Subgame perfect equilibrium point, 1, 12～14, 21～22, 215, 219, 232, 242～244, 314, 356～357, 363
子博弈	Subgames, 导 4, 13～14, 21～22, 78, 103 124, 128, 138～167, 213～215, 241 247, 314, 352, 356～357, 362
子市场	Submarkets, 205～212, 216～219
子局中人	Subplayers, 274～293, 296, 305～306
终止效应	End effects, 66, 67
主人	Owner, 85, 86, 90
支付限额，参见等量分配，支付限额	Payoff bounds, see equal division payoff bounds
支付等价	Payoff equivalence, 6
支付函数	Payoff function, 6, 87, 143, 243, 312
支付最优性	Payoff optimality, 146～152
支付向量	Payoff vectors, 6, 15, 143, 151
帕累托分布	Pareto distribution, 202
帕累托最优	Pareto optimality, 147, 338
知觉刺激	Perceptive stimuli, 90

政策	Policy, 108, 113
种群博弈	Population games, 86～89, 90～96

莱因哈德·泽尔滕主要作品年表

1960　1.Bewertung Strategischer Spiele. Zeitschrift fur die Gesamte Staatswissenschatf, 116.1960.221～282

1964　2.Valuation of n-Person Games. In: Dresher M, Shapley L S, Tucker A W eds. Advances in Game Theory. Princeton University Press, 1964.577～626

1965　3.Value of the n-Person Game. Paper Presented at the First International Game Theory Workshop. Hebrew University Jerusalem, 1965

1972　4.(with Harsanyi) A Generalised Nash Solution for Twoperson Bargaining Games with Incomplete Information. Management Science, 1972, 18: 80～106

1974　5.(with Thomas Marschak) General Equilibrium with Price - Making Firms. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. New York: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1974

1975　6.Reexamination for the Perfectness Concept for Equilibri-

um Points in Extensive Games. International Journal of Game Theory, 1975, 4:25~55

1978 7. The Chain Store Paradox. Theory and Decision, 1978, 9:127~159

1980 8. A Note on Evolutionary Stable Strategies in Asymmetric Animal Conflicts. Journal of Theoretical Biology, 1980, 84

1981 9. A Non-cooperative Model of Characteristic Function Bargaining. In: Bohm V and Nacktkamp H eds. Essays in Honor of Oskar Morgenstern. Bibliographisches Institut, Mannheim, 1981

1982 10. (with Leopold U) Subjunctive Conditionals in Decision Theory and Game Theory. In: Stegmuller, Balzer and Spohn eds. Philosophy of Economics, Vol 2. Studied in Economics. Springer-Verlag, Berlin, 1982

11. (with Werner Guth) Equilibrium Point Selection in a Class of Market Entry Games. In: Deistler M, Furst E and Schwodiauer G eds. Games, Economic Dynamics, Time Series Analysis. Physica-Verlag, Wien, 1982. 101~116

1983 12. Evolutionary Stability in Extensive Two - Person Games. Mathematical Social Sciences, 1983, 5:269~363

1985 13. Comment. In: Kenneth J. Arrow and Seppo Honkapohja eds. Frontiers of Economics. Oxford: Basil Blackwell, 1985. 77~85

1987 14. Equity and Coalition Bargaining in Experimental Three-person Games. In: Roth A ed. Laboratory Experi-

mentation in Economics. Cambridge University Press, 1987

1988 15. (with Harsanyi)A General Theory of Equilibrium Selection in Games. Cambridge, Mass: The MIT Press, 1988

1989 16. Evolution, Learning and Economic Behaviour. Nancy L. Schwartz Lecture. Kellogg. Northwestern University, 1989

1992 17. John C. Harsanyi. System Builder and Conceptual Innovator. In: Selten Reinhard ed. Rational Interaction: Essays in Honor of John C. Harsanyi. New York: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992. 419~432

18. Rational Interaction: Essays in Honor of John C. Harsanyi. New York: Springer-Verlag, Berlin, Heidlberg, 1992

19. (with Harsanyi)Game Theoretic Models of Cooperation and Conflict. Westview Press, 1992